



Ente per le Nuove tecnologie,  
l'Energia e l'Ambiente



*Ministero dello Sviluppo Economico*

## RICERCA SISTEMA ELETTRICO

# Calcolo dell'ombreggiamento sull'involucro dell'edificio

*Y. Cascone, V. Corrado, V. Serra, C. Toma*



## CALCOLO DELL'OMBREGGIAMENTO SULL'INVOLUCRO DELL'EDIFICIO

Y. Cascone, V. Corrado, V. Serra, C. Toma (Dipartimento di Energetica, Politecnico di Torino)

Settembre 2010

Report Ricerca Sistema Elettrico

Accordo di Programma Ministero dello Sviluppo Economico – ENEA

Area: Usi finali

Tema: Sviluppo di strumenti di programmazione e pianificazione per la promozione di tecnologie efficienti per la razionalizzazione dei consumi elettrici a scala territoriale e urbana

Responsabile Tema: Ilaria Bertini, ENEA

## INDICE

PREMESSA.....	5
PREFAZIONE.....	6
<b>PARTE I: ALGORITMO PER IL CALCOLO DELL'OMBREGGIAMENTO</b>	
1. LA RADIAZIONE SOLARE.....	9
1.1. La posizione del sole.....	9
1.1.1. Declinazione .....	9
1.1.2. Angolo orario .....	11
1.1.3. Ora solare .....	11
1.1.4. Equazione del tempo.....	11
1.1.5. Angolo di altezza solare.....	12
1.1.6. Azimut solare .....	12
1.1.7. Angolo zenitale .....	12
1.1.8. Angolo orario all'alba .....	12
1.1.9. Durata del giorno.....	13
1.1.10. Angolo di incidenza.....	13
1.2. Costante solare e irradianza extratmosferica .....	14
1.2.1. Massa d'aria.....	15
1.2.2. Spettro della radiazione solare.....	16
1.2.3. Irraggiamento extratmosferico su una superficie orizzontale .....	21
2. MODELLI DI CALCOLO DELL'IRRADIANZA SOLARE.....	23
2.1. Modelli Spettrali .....	24
2.1.1. Modello SMARTS2 .....	24
2.1.2. Modello SOLIS.....	29
2.2. Modelli parametrici .....	31
2.2.1. Modello ASHRAE (1967-2005).....	31
2.2.2. Modello di Hottel.....	34
2.2.3. Modello ESRA .....	36
2.2.4. Modello REST2.....	41
2.2.5. Modello ASHRAE (2009) .....	51
2.3. Modelli di scomposizione (per ogni tipo di cielo) .....	55
2.3.1. Modello di Orgill e Hollands .....	58
2.3.2. Modello di Collares-Pereira e Rabl .....	59
2.3.3. Modello di Erbs et al.....	60
2.3.4. Modello di Maxwell .....	61
2.3.5. Modello di Reindl et al.....	62

2.3.6.	Modello di Louche et al.....	63
2.3.7.	Modello di Skartveit e Olseth.....	64
2.3.8.	Modello di Zhang-Huang.....	68
2.3.9.	Modello di Ruiz-Arias et al. ....	69
2.4.	Stima dell'irraggiamento giornaliero in base alle ore di sole .....	70
2.4.1.	Modello di Ångström .....	70
2.4.2.	Modello di Page et al. ....	70
2.5.	Stima dei valori orari medi a partire da dati giornalieri.....	72
2.5.1.	Modello di Liu e Jordan.....	72
2.5.2.	Modello di Collares-Pereira e Rabl, modificato da Gueymard .....	72
2.6.	Albedo del terreno .....	74
2.7.	Confronto tra i modelli di calcolo per alcune località italiane.....	76
2.7.1.	Cielo sereno.....	77
2.7.2.	Cielo medio .....	83
2.8.	Distribuzione della radianza sulla volta celeste.....	89
2.8.1.	Modello TCCD .....	91
2.8.2.	Modello TDRC .....	92
2.8.3.	Modello di Perez et al. ....	96
2.8.4.	Modello di Brunger e Hooper .....	102
2.8.5.	Modello di Igawa et al. (All Sky Model-R).....	104
2.8.6.	Modello di Kocifaj .....	107
3.	RAPPRESENTAZIONE DI SUPERFICI NELLO SPAZIO.....	109
3.1.	Approssimazione di curve e superfici nello spazio .....	110
3.1.1.	Curve di De Casteljaou .....	110
3.1.2.	Curve di Bézier .....	111
3.1.3.	B-spline.....	113
3.1.4.	Spline razionali .....	115
3.2.	Discretizzazione di superfici in elementi piani.....	119
3.2.1.	Tassellazione triangolare non strutturata.....	120
3.2.2.	Poligonizzazione di una superficie basata sulla riduzione di grado.....	123
4.	FATTORE DI OMBREGGIAMENTO ISTANTANEO.....	127
4.1.	Frazione soleggiata per radiazione solare diretta.....	128
4.1.1.	Scelta del sistema di riferimento .....	128
4.1.2.	Definizione del piano ombreggiato.....	128
4.1.3.	Definizione della retta proiettiva .....	129
4.1.4.	Proiezione di un punto sul piano ombreggiato.....	130
4.1.5.	Cambio del sistema di riferimento.....	131
4.2.	Calcolo della porzione di finestra ombreggiata .....	132

4.2.2.	Oggetti standardizzati.....	138
4.2.3.	Vegetazione .....	140
4.3.	Frazione soleggiata per radiazione diffusa.....	143
4.4.	Calcolo dell'irradianza solare.....	144
4.4.1.	Condizioni di cielo sereno.....	144
4.4.2.	Condizioni di cielo medio .....	144
4.4.3.	Condizioni di cielo generico.....	144
5.	FATTORE DI OMBREGGIAMENTO MEDIO.....	145

## **PARTE II: SVILUPPO DEL MODULO IN MATLAB PER IL CALCOLO DELL'OMBREGGIAMENTO**

INTRODUZIONE.....	148
6. INPUT DEL MODULO .....	149
6.1. Input data .....	149
6.2. Input geografici.....	150
6.3. Input riflessione terreno.....	151
6.4. Input superficie ombreggiata .....	152
6.4.1. Superficie rettangolare.....	154
6.4.2. Superficie curva .....	154
6.4.3. Superficie particolare .....	156
6.5. Input profilo dell'orizzonte .....	157
6.5.1. Cattura orizzonte da file .....	157
6.5.2. Inserimento delle coordinate da tastiera.....	158
6.5.3. Nessun orizzonte .....	159
6.6. Input ostruzioni esterne .....	159
6.6.1. Cattura oggetti vicini da file.....	159
6.6.2. Inserimento oggetti vicini da tastiera.....	160
6.6.3. Nessun oggetto.....	161
6.7. Input aggetti .....	161
6.7.1. Aggetti orizzontali.....	162
6.7.2. Bande laterali.....	164
6.8. Input vegetazione .....	165
6.8.1. Albero predefinito .....	166
6.8.2. Albero particolare.....	166
6.8.3. Caducità del fogliame .....	169
6.9. Condizioni di cielo.....	170
6.9.1. Cielo medio (noti $H_{bh}$ e $H_{dh}$ ).....	170
6.9.2. Cielo generico (noto $H_{th}$ ) .....	171
6.9.3. Cielo sereno .....	171

7.	RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE .....	173
7.1.	Visualizzazione della geometria inserita .....	173
7.2.	Salvataggio delle immagini riportanti le ombre proiettate sulla superficie .....	174
8.	SALVATAGGIO E CARICAMENTO DATI.....	175
8.1.	Salvataggio di un file .....	175
8.2.	Apertura di un file .....	175
8.3.	Salvataggio dei risultati .....	175
9.	FLOW-CHART .....	176
10.	ALBERI DA DATABASE.....	183
<b>PARTE III: ANALISI DI SENSIBILITÀ DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO</b>		
	INTRODUZIONE .....	188
11.	ANDAMENTO MEDIO MENSILE DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO.....	189
11.1.	Aggetti e bande di profondità variabile .....	190
11.2.	Aggetti e bande di estensione variabile rispetto al bordo della finestra .....	192
11.3.	Aggetti e bande posti a distanza variabile della finestra .....	194
11.4.	Aggetti e bande in presenza di finestre di forma variabile.....	196
12.	ANDAMENTO ORARIO ESTIVO DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO .....	198
12.1.	Aggetti e bande di profondità variabile .....	198
12.2.	Aggetti e bande di estensione variabile rispetto al bordo della finestra .....	200
12.3.	Aggetti e bande posti a distanza variabile della finestra .....	202
12.4.	Aggetti e bande in presenza di finestre di forma variabile.....	204
13.	ANALISI ANNUALE DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO .....	206
13.1.	Fattore di ombreggiamento medio mensile in presenza di aggetti orizzontali.....	207
13.1.1.	Analisi dei risultati.....	207
13.2.	Fattore di ombreggiamento medio mensile in presenza di bande laterali .....	232
13.2.1.	Analisi dei risultati.....	232
13.3.	Fattore di ombreggiamento medio mensile in presenza di aggetti e di bande ....	257
13.3.1.	Analisi dei risultati.....	257
14.	SIMBOLOGIA.....	283
15.	BIBLIOGRAFIA .....	287

## PREMESSA

Il presente documento costituisce la relazione finale Accordo di Collaborazione tra ENEA e Dipartimento di Energetica del Politecnico di Torino per attività di ricerca avente per oggetto il *Calcolo dell'ombreggiamento sull'involucro dell'edificio*.

In base alle specifiche contrattuali l'attività di ricerca si articola nei seguenti punti:

### A. Algoritmi per il calcolo dell'ombreggiamento

- a) analisi della letteratura scientifica in merito ai modelli per il calcolo della radiazione solare (posizione del sole sulla volta celeste, distribuzione della radianza sulla volta celeste);
- b) analisi della letteratura in merito alla rappresentazione e discretizzazione spaziale di superfici di varia forma, dimensione e orientamento;
- c) sviluppo di un algoritmo per il calcolo della posizione del sole e dell'irradianza solare diretta e diffusa in diverse condizioni al contorno (latitudine, giorno, ora, condizioni di cielo);
- d) sviluppo di un algoritmo per la descrizione e la discretizzazione in elementini piani di superfici piane e curve nello spazio;
- e) sviluppo di un algoritmo per il calcolo delle ombre semplici e sovrapposte proiettate da superfici ombreggianti su superfici irradiate (area soleggiata);
- f) sviluppo di un algoritmo per il calcolo del fattore di ombreggiamento istantaneo diretto e diffuso, per l'applicazione di modelli di simulazione dinamica;
- g) sviluppo di un algoritmo per il calcolo del fattore di ombreggiamento medio su un periodo di riferimento (es. il mese), per l'applicazione di metodi di calcolo stazionari o quasi-stazionari dei fabbisogni di energia.

### B. Sviluppo del modulo in MatLab per il calcolo dell'ombreggiamento

- a) sviluppo di un modulo in linguaggio MatLab per l'applicazione degli algoritmi sviluppati nella sub-attività A.
- b) redazione manuale d'uso del modulo riportante i dati di ingresso e di uscita e le varie opzioni di utilizzo
- c) sviluppo di una demo di applicazione dell'algoritmo ad alcuni casi studio.

La presente relazione si articola in due parti:

- la parte I riporta la descrizione la descrizione degli algoritmi implementati;
- la parte II riporta la descrizione del modulo in MatLab per il calcolo dell'ombreggiamento, il suo manuale d'uso, la demo di applicazione dell'algoritmo.

## **PREFAZIONE**

Ai fini di un'analisi sempre più accurata del comportamento energetico dell'edificio e del calcolo dei carichi termici orari, negli ultimi anni, in ambito nazionale ed internazionale, sono state sviluppate numerose procedure per la determinazione del guadagno solare attraverso sistemi finestrati ombreggiati da componenti schermanti posizionati all'esterno.

In generale, le norme tecniche e i codici di simulazione oraria relativi all'analisi energetica dell'edificio, introducono un fattore di riduzione della radiazione solare incidente, definito fattore di ombreggiamento, per il quale vengono solitamente forniti valori medi in funzione della tipologia di schermo, verticale o orizzontale, della sua lunghezza, dei rapporti geometrici tra schermo e finestra e della latitudine del luogo.

L'adozione di questi valori presenta tuttavia alcuni limiti evidenti: i valori fanno riferimento a tipologie molto semplici di schermi esterni, quali aggetti o bande verticali posizionati perpendicolarmente alla finestra; inoltre, le relazioni adottate per il calcolo del fattore di ombreggiamento si basano su ipotesi semplificative e producono errori non trascurabili rispetto ad algoritmi di calcolo più complessi.

Con l'obiettivo, quindi, di permettere una valutazione dettagliata dell'ombreggiamento al fine di una maggiore accuratezza nella determinazione dei carichi solari, è stato quindi sviluppato un modello ad hoc per il calcolo del fattore di ombreggiamento di una superficie di forma generica, di orientamento e inclinazione qualsiasi, in presenza di condizioni al contorno complesse.

Dati la località e il periodo di tempo per il quale si desidera effettuare la simulazione, è possibile descrivere un profilo dell'orizzonte ed inserire ostruzioni esterne di varia natura, quali edifici, vegetazione ed aggetti sulla superficie, che possono essere costruiti anche attraverso file derivanti dall'ambiente AutoCAD e 3ds Max.

Il calcolo del fattore di ombreggiamento, inoltre, può essere effettuato in qualsiasi condizione di cielo, sia esso sereno, coperto o medio.

Dalla simulazione, a scelta dell'utente può essere ottenuto un valore del fattore di ombreggiamento istantaneo, medio giornaliero oppure medio mensile, a seconda del tipo di analisi che si intende condurre (integrazione del modulo in modelli stazionari, quasi-stazionari o dinamici).

La modalità con cui è stato implementato, inoltre, ne permette anche un utilizzo stand alone. Tale opzione rende il modulo implementato utilizzabile dai progettisti anche al fine dell'ottimizzazione della schermatura solare adottata, della dimostrazione della sua reale efficacia (come indicato dai Dlgs. 192/05 e 311/06) e nell'applicazione delle normative tecniche per il calcolo del fabbisogno energetico degli edifici (UNI-TS 11300-1), utilizzando tale valore al posto dei valori indicati nelle tabelle e validi solo per schermi semplici e aventi geometrie definite.



**PARTE I:**

**ALGORITMO PER IL CALCOLO DELL'OMBREGGIAMENTO**



## 1. LA RADIAZIONE SOLARE

La natura dell'energia irradiata dal sole nello spazio è determinata dalla sua struttura, e l'intensità con cui questa energia giunge sulla terra è funzione della geometria del sistema terra-sole.

### 1.1. La posizione del sole

La posizione del sole nel cielo è espressa in termini di altezza solare  $\beta$  e di azimut solare  $\Psi$ . Questi angoli dipendono dalla latitudine della località  $\varphi$ , dalla declinazione solare  $\delta$  e dell'ora solare apparente, espressa come angolo orario  $\omega$ .

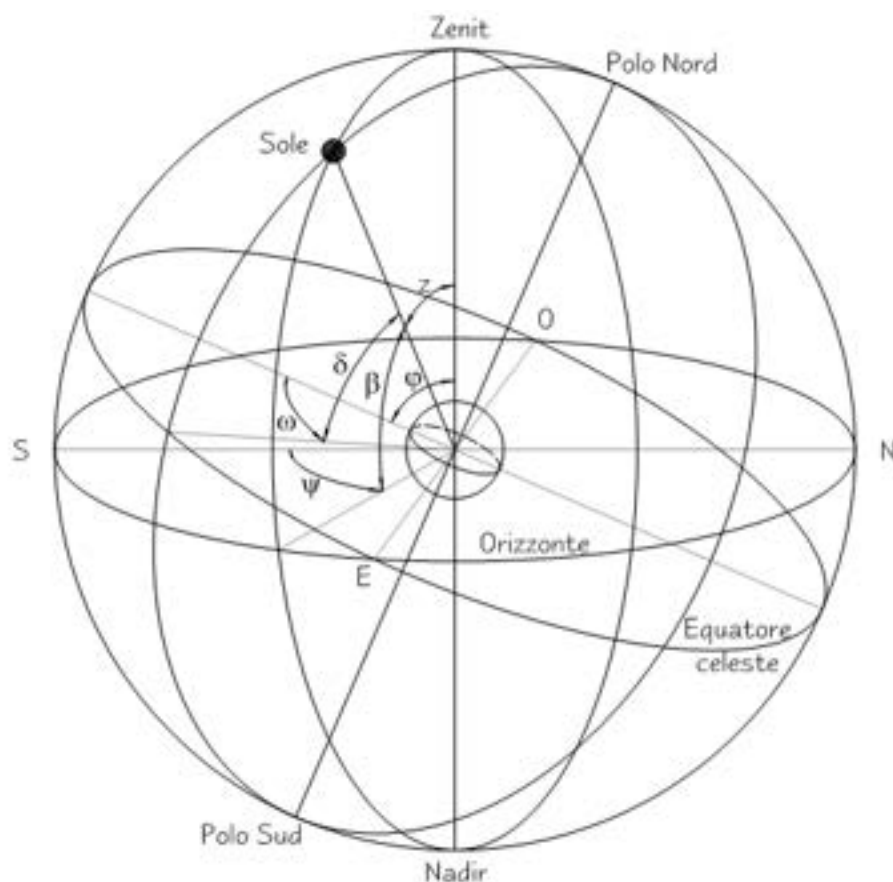


Figura 1.1 – Posizione del sole.

#### 1.1.1. Declinazione

Poiché il piano dell'equatore terrestre è inclinato di  $23,45^\circ$  rispetto al piano dell'orbita, la declinazione solare  $\delta$ , angolo formato dalla retta sole-terra con il piano dell'equatore terrestre, varia durante l'anno, causando le stagioni, con la rispettiva variazione del numero di ore diurne e notturne.

La declinazione, assunta positiva verso nord, può essere ricavata mediante l'equazione di Cooper (1969):

$$\delta = 23,45 \sin\left(360 \cdot \frac{284 + g}{365}\right) \quad [^\circ] \quad 1.1$$

dove:

$g$  è il giorno dell'anno,

oppure, in maniera più accurata, tramite l'equazione di Spencer (1971):

$$\delta = 0,006918 - 0,399912 \cos B + 0,070257 \sin B - 0,006758 \cos 2B + \\ + 0,000907 \sin 2B - 0,002679 \cos 3B + 0,00148 \sin 3B \quad [^\circ] \quad 1.2$$

dove:

$$B = (g - 1) \frac{2\pi}{365} \quad [\text{rad}] \quad 1.3$$

Esistono anche altre formulazioni, che tengono conto della variabilità della declinazione con il passare degli anni, come, per esempio, l'equazione di Bourges (1985):

$$\delta = 0,0064979 + 0,405906 \sin \omega_t + 0,0020054 \sin 2\omega_t - 0,002988 \sin 3\omega_t - \\ - 0,0132296 \cos \omega_t + 0,0063809 \cos 2\omega_t + 0,0003508 \cos 3\omega_t \quad [\text{rad}] \quad 1.4$$

con:

$$\omega_t = \omega_0 (g + t_1) \quad [\text{rad}] \quad 1.5$$

$$t_1 = -0,5 - \frac{\lambda_L}{2\pi} - n_0 \quad [-] \quad 1.6$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{365,2422} \quad [\text{rad}] \quad 1.7$$

$$n_0 = 78,8946 + 0,2422(y - 1957) - \text{int}\left(\frac{y - 1957}{4}\right) \quad [-] \quad 1.8$$

dove:

$\lambda_L$  è la longitudine della località;

$y$  è l'anno.

### 1.1.2. Angolo orario

L'angolo orario  $\omega$  è definito come la differenza tra il tempo siderale locale e l'ascensione retta del sole. È l'angolo formato dal piano meridiano passante per l'osservatore con il piano meridiano passante per il sole, ed è dato da:

$$\omega = (12 - h_s) \cdot 15 \quad [^\circ] \quad 1.9$$

dove:

$h_s$  è l'ora solare.

Nella presente trattazione si sceglie di considerare l'angolo orario positivo in senso antiorario, per cui da sud sarà positivo verso est (ore mattutine) e negativo verso ovest (ore pomeridiane).

### 1.1.3. Ora solare

L'ora solare  $h_s$  può essere calcolata conoscendo l'ora convenzionale e la longitudine della località, secondo la relazione:

$$h_s = h_c - h_l + \frac{ET}{60} + \frac{\lambda_L - \lambda_{mr}}{15} \quad [h] \quad 1.10$$

dove:

$h_c$  è l'ora convenzionale dell'orologio;

$h_l$  è pari a 1 se è in vigore l'ora legale, altrimenti è pari a 0;

$\lambda_{mr}$  è la longitudine del meridiano di riferimento (15° ogni ora di differenza rispetto a GMT);

ET è l'equazione del tempo, in minuti.

### 1.1.4. Equazione del tempo

L'equazione del tempo ET è una correzione dovuta alla seconda legge di Keplero, per la quale la velocità di rivoluzione della terra attorno al sole non è costante durante l'anno. Di conseguenza, l'ora solare apparente si discosta rispetto al tempo medio dell'orologio.

Esistono diverse formulazioni di ET. Quella fornita da Spencer (1971), così come riportata nelle ASHRAE 2009, è:

$$ET = 2,2918 \cdot (0,0075 + 0,1868 \cos B - 3,2077 \sin B - 1,4625 \cos 2B - 4,089 \sin 2B) \quad ['] \quad 1.11$$

dove B è dato dall'equazione 1.3.

### 1.1.5. Angolo di altezza solare

L'angolo di altezza solare  $\beta$  è l'angolo formato dalla retta sole-terra con il piano dell'orizzonte:

$$\beta = \arcsin(\cos \varphi \cos \delta \cos \omega + \sin \varphi \sin \delta) \quad [^\circ] \quad 1.12$$

Poiché, in seguito al passaggio attraverso l'atmosfera, i raggi solari sono soggetti a rifrazione, l'altezza solare effettiva risulta:

$$\beta_s = \beta + \Delta\beta_{\text{rifr}} \quad [^\circ] \quad 1.13$$

dove:

$\beta_s$  è l'altezza solare corretta per rifrazione;

$\Delta\beta_{\text{rifr}}$  è il fattore di correzione per rifrazione, dato dalla 1.14:

$$\Delta\beta_{\text{rifr}} = 0,061359 \cdot \frac{0,1594 + 1,1230\beta + 0,0656565\beta^2}{1 + 28,9344\beta + 277,3971\beta^2} \quad [^\circ] \quad 1.14$$

con  $\beta$  inserito in radianti.

### 1.1.6. Azimut solare

L'angolo di azimut solare  $\Psi$  è l'angolo formato dalla proiezione della retta sole-terra sul piano dell'orizzonte con la direzione sud (positivo verso est):

$$\Psi = \arccos\left(\frac{\sin \beta \sin \varphi - \sin \delta}{\cos \beta \cos \varphi}\right) \cdot \text{sign}(\omega) \quad [^\circ] \quad 1.15$$

### 1.1.7. Angolo zenitale

L'angolo zenitale  $z$  è l'angolo formato dalla retta sole-terra con la direzione dello zenit, ed è il complementare dell'altezza solare:

$$z = 90 - \beta_s \quad [^\circ] \quad 1.16$$

### 1.1.8. Angolo orario all'alba

La condizione per la quale si verificano alba e tramonto è  $\beta=0^\circ$  ( $z=90^\circ$ ). Dalla 1.12 si ricava che:

$$\omega_s = \arccos(-\tan \varphi \tan \delta) \quad [^\circ] \quad 1.17$$

Secondo la convenzione di segno adottata, all'alba si avrà  $\omega_s > 0$ . L'angolo orario al tramonto,  $\omega_{ss}$ , cambia rispetto a quello dell'alba solo per il segno.

### 1.1.9. Durata del giorno

Noti gli angoli orari di alba e tramonto si può calcolare il numero di ore di luce N:

$$N = \frac{2}{15} \omega_s \quad [h] \quad 1.18$$

### 1.1.10. Angolo di incidenza

L'angolo di incidenza  $\theta$  tra il raggio solare e una superficie è data dalla seguente espressione:

$$\cos \theta = \sin \delta \sin \varphi \cos \Sigma - \sin \delta \cos \varphi \sin \Sigma \cos \gamma + \cos \delta \cos \varphi \cos \Sigma \cos \omega + \cos \delta \sin \Sigma \sin \gamma \sin \omega \quad [^\circ] \quad 1.19$$

oppure:

$$\cos \theta = \cos z \cos \Sigma + \sin z \sin \Sigma \cos(\Psi - \gamma) \quad [^\circ] \quad 1.20$$

dove:

$\gamma$  è l'azimut della superficie;

$\Sigma$  è l'inclinazione della superficie.

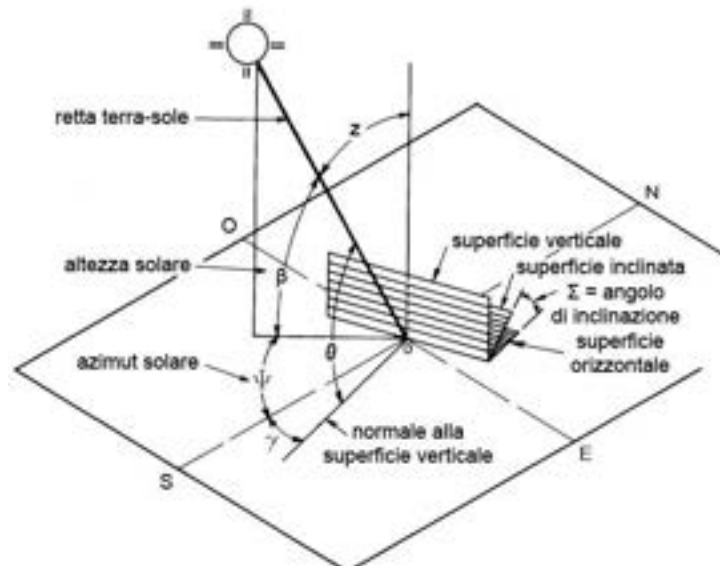


Figura 1.2 – Angolo di incidenza di una superficie comunque orientata e inclinata.

Quando  $\theta > 90^\circ$  il sole si trova dietro la superficie.

## 1.2. Costante solare e irradianza extratmosferica

La costante solare  $I_{sc}$  è l'irradianza misurata al di fuori dell'atmosfera terrestre, a una distanza media terra-sole di  $1,495 \cdot 10^{11}$  m, su un piano normale ai raggi solari.

Il valore di costante solare proposto dal World Meteorological Organization nel 1981 è:

$$I_{sc} = 1367 \text{ W/m}^2 \quad [\text{W/m}^2] \quad 1.21$$

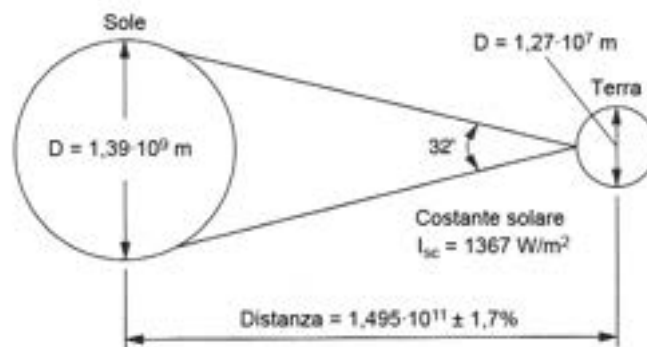


Figura 1.3 – Geometria terra-sole.

L'eccentricità dell'orbita terrestre è tale per cui la distanza terra-sole varia dell'1,7% durante l'anno, comportando una variazione nella radiazione extratmosferica del  $\pm 3,3\%$ . La dipendenza dal tempo dell'irradianza extratmosferica su base annuale è indicata dall'equazione 1.22:

$$I_{on} = I_{sc} \cdot \epsilon \quad [\text{W/m}^2] \quad 1.22$$

dove:

- $I_{on}$  è l'irradianza extratmosferica, misurata su un piano normale alla radiazione;
- $\epsilon$  è il fattore di correzione della costante solare.

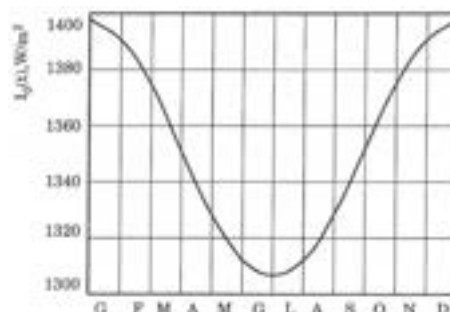


Figura 1.4 – Andamento annuale di  $I_{on}$ .



Il fattore di correzione della costante solare può essere calcolato secondo diverse equazioni, caratterizzate da approssimazioni più o meno accurate. La formulazione più semplice presente in letteratura è la seguente:

$$\varepsilon = 1 + 0,033 \cos \frac{2\pi \cdot g}{365} \quad [-] \quad 1.23$$

dove:

$g$  è il giorno dell'anno.

Una formulazione più accurata ( $\pm 0,01\%$ ), citata da Iqbal (1983), è data da Spencer (1971):

$$\varepsilon = 1,000110 + 0,034221 \cos B + 0,001280 \sin B + 0,000719 \cos 2B + 0,000077 \sin 2B \quad [-] \quad 1.24$$

dove  $B$  è dato dall'equazione 1.3.

### 1.2.1. Massa d'aria

Attraversando l'atmosfera terrestre, la radiazione solare viene riflessa, diffusa e assorbita dalle polveri, dalle molecole di gas, dall'ozono, dal vapore acqueo e dalle gocce d'acqua (nebbia e nuvole).

L'entità di questa alterazione è determinata dalla composizione dell'atmosfera e dallo spessore dello strato della stessa attraversato dai raggi solari. Questo spessore è espresso in termini di massa d'aria, definita come il rapporto tra la massa di atmosfera attraversata dai raggi solari e la massa che sarebbe attraversata se il sole fosse allo zenit, a livello del mare.

Per angoli zenitali compresi tra  $0^\circ$  e  $70^\circ$ , una buona approssimazione della massa d'aria a livello del mare è data da:

$$m = \frac{1}{\cos z} \quad [-] \quad 1.25$$

dove:

$z$  è l'angolo zenitale (equazione 1.16).

Una relazione empirica, sviluppata da Kasten e Young (1989), per calcolare la massa d'aria con angoli zenitali che si avvicinano a  $90^\circ$  è:

$$m = \frac{e^{-0,0001184h}}{\cos z + 0,5057(96,080 - z)^{-1,634}} \quad [-] \quad 1.26$$

dove:

$h$  è l'altitudine del sito, in metri.

Un'altra formulazione della massa d'aria a livello del mare, fornita da Kasten e Young (1989), è:

$$m = \frac{1}{\sin \beta_s + 0,50572 \cdot (6,07995 + \beta_s)^{-1,6364}} \quad [-] \quad 1.27$$

dove:

$\beta_s$  è l'altezza solare corretta per la rifrazione dei raggi solari dovuta all'atmosfera, in gradi.

Poiché, al crescere dell'altitudine, il percorso attraversato dai raggi solari diminuisce, si può applicare una correzione che tenga conto di questo effetto, che è particolarmente importante per aree montane. La 1.27 può così essere riscritta come:

$$m = \frac{p/p_0}{\sin \beta_s + 0,50572(57,29578\beta_s + 6,07995)^{-1,6364}} \quad [-] \quad 1.28$$

dove:

$p/p_0$  è la correzione relativa all'altitudine, secondo la 1.29.

$$p/p_0 = e^{-h/8435,2} \quad [-] \quad 1.29$$

Al di fuori dell'atmosfera terrestre,  $m=0$ .

### **1.2.2. Spettro della radiazione solare**

La distribuzione spettrale della radiazione solare al di fuori dell'atmosfera terrestre è molto simile a quella che emetterebbe un corpo nero a 5777 K. Il picco dell'irradianza solare spettrale si verifica alla lunghezza d'onda di 451 nm ed è di 2130 W/(m<sup>2</sup>μm).

Nel passaggio attraverso l'atmosfera, la radiazione extratmosferica si riduce in potenza per l'assorbimento da parte dei gas atmosferici e del particolato. L'intensità di questo assorbimento varia con la lunghezza d'onda, e lo spettro solare sulla superficie terrestre mostra dei vuoti, chiamati bande di assorbimento.

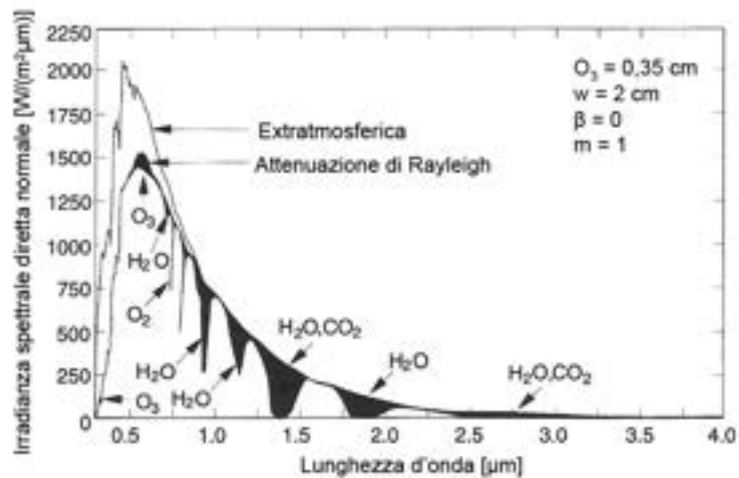


Figura 1.5 – Spettro della radiazione solare.

I gas che contribuiscono a questo effetto sono:

- O<sub>3</sub>: forte assorbimento degli ultravioletti, parziale assorbimento nello spettro del visibile. Concentrazione variabile;
- H<sub>2</sub>O: forte assorbimento degli infrarossi vicini e lontani. Concentrazione altamente variabile;
- CO<sub>2</sub>: forte assorbimento degli infrarossi vicini e lontani. Concentrazione piuttosto omogenea;
- O<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, N<sub>2</sub>O, CFC: forte assorbimento principalmente degli infrarossi. Concentrazione quasi costante;
- NO<sub>2</sub>: forte assorbimento nello spettro del visibile. Molto variabile in aree inquinate.

#### 1.2.2.1. Ozono

La maggior parte dell'assorbimento da parte dell'ozono avviene nella stratosfera, al di sopra degli strati dove hanno luogo altri processi di estinzione molecolare, gassosa o dagli aerosol. L'influenza dell'assorbimento dovuto all'ozono sulla radiazione dell'intero spettro è molto bassa: la variazione della trasmittanza atmosferica a piena banda è inferiore allo 0,5% per una variazione della quantità nella colonna verticale di ozono da 300 a 400 DU. Per certe regioni spettrali tuttavia non è trascurabile.

Il contenuto di ozono nell'atmosfera può essere ricavato tramite satellite, da misure fotometriche a terra o da database climatici. Si può assumere un valore medio costante pari a 340 DU.

Molti modelli utilizzano la massa d'aria per tenere conto degli effetti dell'ozono, ma in realtà la massa ottica dell'ozono è significativamente inferiore alla massa d'aria per via del minore spessore dello strato di ozono.

### 1.2.2.2. Vapore acqueo

L'estinzione da parte del vapore acqueo è considerevolmente più intensa di quella dell'ozono. Anche per il vapore acqueo molti modelli si basano per convenienza sulla massa d'aria invece che sulla massa ottica del vapore acqueo  $m_w$ , la quale è significativamente maggiore della massa d'aria, poiché il vapore acqueo è concentrato nella bassa troposfera, e comporta apprezzabili differenze per angoli zenitali elevati.

Il contenuto totale di acqua precipitabile può essere ottenuto da misure sul campo della temperatura e dell'umidità relativa. Per le regioni polari o desertiche si hanno generalmente valori compresi tra 0,5 e 1 cm, per climi temperati variano invece tra 2 e 4 cm, mentre per climi tropicali la colonna d'acqua supera i 5 cm.

### 1.2.2.3. Aerosol

Lo scattering (diffusione) della radiazione solare, nel passaggio attraverso l'atmosfera, è causato dall'interazione della radiazione con gli aerosol, ovvero le molecole d'aria, d'acqua (vapore o gocce), e le polveri. Il grado con cui lo scattering si verifica è funzione del numero di particelle attraverso le quali la radiazione deve passare e le relative dimensioni rispetto a  $\lambda$ , lunghezza d'onda della radiazione.

Poiché le molecole dell'aria sono molto piccole rispetto alla lunghezza d'onda della radiazione solare, lo scattering si verifica in accordo con la teoria di Rayleigh (cioè che il coefficiente di scattering sia funzione di  $\lambda^{-4}$ ). Lo scattering di Rayleigh è significativo solo a basse lunghezze d'onda; per  $\lambda > 0,6 \mu\text{m}$  l'effetto che ha sulla trasmittanza atmosferica è limitato.

Le polveri e l'acqua nell'atmosfera tendono ad avere dimensioni delle particelle maggiori a causa dell'aggregazione delle molecole d'acqua e della condensazione dell'acqua sulle particelle di polvere di varie dimensioni. Questi effetti sono più difficili da trattare degli effetti dello scattering di Rayleigh causato dalle molecole dell'aria, poiché la natura e la quantità di polveri e acqua nell'atmosfera sono altamente variabili con la località e con il tempo.

Assorbimento e scattering da parte degli aerosol hanno un effetto considerevole sull'irradianza diretta e diffusa. Poiché la quantità di aerosol in atmosfera varia rapidamente nel tempo e nello spazio si verificano elevate differenze nell'irradianza. Nonostante il ruolo predominante dell'estinzione dovuta agli aerosol, la sua trasmittanza sembra essere, tra tutti i processi, quella peggiormente modellata.

Come per il vapore acqueo, gli aerosol sono normalmente concentrati negli strati più bassi della troposfera. Di conseguenza, la loro massa ottica è simile a quella del vapore acqueo, e significativamente maggiore della massa d'aria.

Per modellare la quantità di aerosol nell'atmosfera si utilizzano parametri di che ne quantificano la torbidità. Questa grandezza ha la maggior influenza sulla trasmittanza atmosferica, ma è anche il valore più difficile da ottenere. Nei vari modelli si possono trovare come parametri di input la torbidità Linke per massa d'aria pari a 2 (per esempio Kasten, ESRA, Ineichen), la profondità ottica degli aerosol (Solis, Bird, Molineaux), oppure la torbidità di Ång-

ström (CPCR2, REST2). Queste quantificazioni del contenuto degli aerosol nell'atmosfera possono essere correlate e convertite le une nelle altre.

I modelli che si basano interamente sulla torbidità Linke sono affetti da limitazioni collegate alla dipendenza del parametro sia dalla torbidità che dal contenuto di vapore acqueo, e alle sue variazioni giornaliere causate dai cambiamenti nella massa d'aria e nel contenuto di acqua precipitabile. Questi modelli possono fornire risultati accettabili dell'irradianza diretta in condizioni tipiche, ma non possono competere con l'accuratezza dei modelli che sono basati sui coefficienti di torbidità di Ångström  $\beta_A$ .

I database climatici del contenuto di vapore acqueo e della torbidità disponibili (per esempio SODA 2002, Satel-light 2002, ecc.) sono rappresentativi di condizioni di cielo medio.

#### Il fattore di torbidità Ångström

Per la stima degli effetti dello scattering dovuto alle polveri e all'acqua si può utilizzare l'equazione della torbidità di Ångström. La trasmittanza atmosferica dovuta allo scattering causato dagli aerosol, può essere così scritta come:

$$\tau_{a,\lambda} = \exp(-\beta_A \lambda^{-\alpha} m) \quad [-] \quad 1.30$$

dove:

- $\beta_A$  è il coefficiente di torbidità di Ångström;
- $\alpha$  è un esponente della lunghezza d'onda;
- $\lambda$  è la lunghezza d'onda in mm;
- $m$  è la massa d'aria.

I parametri  $\beta_A$  e  $\alpha$  descrivono la torbidità atmosferica e la sua dipendenza dalla lunghezza d'onda.  $\beta_A$  varia da 0 a 0,4 per atmosfere da molto limpide a molto torbide. Lo si può indicativamente assumere pari a 0,05 per siti rurali, a 0,10 per siti urbani, e a 0,20 per siti industriali.

$\alpha$  dipende dalla distribuzione dimensionale degli aerosol. A causa della relativa difficoltà nell'ottenere valori di  $\alpha$  affidabili, lo si assume spesso pari a 1,3, corrispondente ad aerosol rurali.

Sia  $\beta_A$  che  $\alpha$  variano col tempo al cambiare delle condizioni atmosferiche.

#### Il fattore di torbidità Linke

Il fattore di torbidità Linke (1922), descrive lo spessore ottico dell'atmosfera dovuto sia all'assorbimento da parte del vapore acqueo sia all'assorbimento e allo scattering delle particelle di aerosol, relativamente a un'atmosfera secca e limpida. Fu definito da Kasten (1983) come:

$$T_L = 1 + \frac{\delta_D}{\delta_R} \quad [-] \quad 1.31$$

dove:

$\delta_R$  è lo spessore ottico relativo associato allo scattering di Rayleigh dovuto alle molecole dei gas atmosferici e all'assorbimento dell'ozono;

$\delta_D$  è lo spessore ottico relativo associato all'estinzione dovuta ad aerosol e all'assorbimento dell'ozono nella stratosfera.

Tabella 1.1 – Valori di  $T_L$  tipici in Europa.

Aria fredda molto pulita	$T_L = 2$
Aria tiepida umida o aria stagnante	$T_L = 4 \div 6$
Aria tiepida pulita	$T_L = 3$
Aria inquinata	$T_L > 6$

Se sono note misure dell'irradianza diretta normale, si può ottenere il fattore di torbidezza Linke tramite la formula pireliometrica di Kasten (1980):

$$T_L = \ln \left( \frac{I_{on}}{I_{bn}} \right) \cdot \frac{9,4 + 0,9 \cdot m}{m} \quad [-] \quad 1.32$$

dove:

$m$  è la massa d'aria.

I valori di  $T_L$  possono essere associati all'altitudine con la seguente equazione:

$$T_L(h_1) = T_L(h_2) \cdot \exp \left( \frac{h_1 - h_2}{8435,2} \right) \quad [-] \quad 1.33$$

#### 1.2.2.4. Biossido di azoto

Sebbene l'effetto dell' $\text{NO}_2$  si possa spesso considerare piccolo o trascurabile, diventa invece più importante in presenza di inquinamento. La colonna verticale totale (stratosfera più troposfera) di  $\text{NO}_2$ ,  $u_n$ , può essere assunta pari a  $1,5 \cdot 10^{-4}$  atm-cm. In caso di elevato inquinamento, la trasmittanza del biossido di azoto può essere molto inferiore, al punto di diventare inferiore a quella dell'ozono e dello stesso ordine di grandezza di quella del vapore acqueo.

### 1.2.3. Irraggiamento extratmosferico su una superficie orizzontale

Il rapporto tra l'irradianza su una superficie inclinata e quella su superficie orizzontale è definita dal fattore geometrico  $R_b$ . Esso può essere calcolato come:

$$R_b = \frac{I_b}{I_{bh}} = \frac{I_{bn} \cos \theta}{I_{bn} \cos z} = \frac{\cos \theta}{\cos z} \quad [-] \quad 1.34$$

dove:

$I_b$  è l'irradianza diretta su superficie inclinata;

$I_{bh}$  è l'irradianza diretta su superficie orizzontale;

$I_{bn}$  è l'irradianza diretta normale.

In ogni momento, al di fuori dell'atmosfera terrestre, l'irradianza solare su una superficie orizzontale è data da:

$$I_{oh} = \frac{I_o}{R_b} = I_{on} \cos z \quad [W/m^2] \quad 1.35$$

Per superfici orizzontali ( $\Sigma=0$ ), poiché l'angolo di incidenza coincide con l'angolo zenitale, dalla 19 si può ricavare che:

$$\cos z = \cos \varphi \cos \delta \cos \omega + \sin \varphi \sin \delta \quad [^\circ] \quad 1.36$$

Combinando la 1.35 con la 1.36 e la 1.22 si ottiene:

$$I_{oh} = I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot (\cos \varphi \cos \delta \cos \omega + \sin \varphi \sin \delta) \quad [W/m^2] \quad 1.37$$

L'irraggiamento extratmosferico giornaliero su superficie orizzontale si ottiene integrando la precedente equazione sul periodo di tempo che va dall'alba al tramonto:

$$H_{oh} = \frac{24 \cdot 3600}{\pi} I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot \left( \cos \varphi \cos \delta \sin \omega_s + \frac{\pi}{180} \omega_s \sin \varphi \sin \delta \right) \quad [J/m^2] \quad 1.38$$

dove:

$\omega_s$  è espresso in gradi.





## 2. MODELLI DI CALCOLO DELL'IRRADIANZA SOLARE

In letteratura sono presenti diverse tipologie di modelli per il calcolo dell'irradianza e dell'irraggiamento solare. A seconda dei dati disponibili e del tipo di accuratezza richiesta, si può scegliere tra tre principali categorie. I modelli che garantiscono le prestazioni migliori, a fronte di un numero elevato di dati richiesti, sono i modelli spettrali. Di più semplice utilizzo sono i modelli parametrici, i cui dati richiesti in input sono come quantità, reperibilità e affidabilità piuttosto variabili tra loro. Tra questi, si possono trovare sia modelli di precisione comparabile a quella strumentale, sia modelli che presentano numerose lacune. Esistono infine i modelli di scomposizione, i quali, generalmente, si basano solo su informazioni circa l'irraggiamento globale per predire le componenti dell'irraggiamento diretto e diffuso.

### Irradianza diretta

I modelli parametrici generalmente calcolano l'irradianza diretta (e diffusa su piano orizzontale) solo per condizioni di cielo sereno. Sebbene non altrettanto affidabili, i modelli di scomposizione sono applicabili per ogni condizione di cielo.

### Irradianza diffusa

Per il calcolo dell'irradianza diffusa incidente su una superficie inclinata bisogna tenere conto della distribuzione della radianza sulla volta celeste. I primi modelli di cielo presenti in letteratura consideravano una diffusione isotropa della radiazione solare. Essi risultarono essere modelli troppo semplici e conservativi, con i quali si sottostima l'irraggiamento globale. I modelli di calcolo più accurati dell'irradianza diffusa sono composti da tre parti. La prima è la parte isotropa ricevuta uniformemente da tutta la volta celeste. La seconda è quella diffusa circumsolare, risultante dalla diffusione della radiazione solare e concentrata nella zona di cielo attorno al sole. La terza è la luminosità dell'orizzonte, concentrata all'orizzonte e maggiormente pronunciata per cieli sereni.

La distribuzione angolare dell'irradianza diffusa è funzione del coefficiente di riflessione (albedo) del terreno. Un'albedo elevata (per esempio quella data dalla neve fresca, con  $\rho = 0,7$ ) comporta una riflessione della radiazione solare verso il cielo, il quale può dare origine a fenomeni di scattering di secondo grado.

### Irradianza riflessa

La frazione di radiazione che viene riflessa dal suolo è funzione dell'albedo del terreno. L'albedo può essere stimata in diversi modi: può essere scelta a priori, può essere misurata in loco, oppure può essere modellata. È stato osservato che l'albedo varia durante il giorno, per anisotropia e per cambiamenti nelle proprietà del terreno (come il contenuto d'acqua del suolo, o la quantità di neve). Persino in estate l'albedo del terreno asciutto varia durante il giorno, assumendo un valore minimo intorno a mezzogiorno. Le albedo del mattino e del pomeriggio non sono simmetriche.

## 2.1. Modelli Spettrali

I modelli spettrali possono essere, per tipologia, codici sofisticati e rigorosi, oppure semplici parametrizzazioni di trasmittanza. Un esempio della prima tipologia sono i codici della famiglia LOWTRAN, superati dal codice MODTRAN (Anderson et al. 1993), ancora più rigoroso. Questo tipo di modello considera l'atmosfera costituita da diversi strati, utilizzando profili verticali dei gas e dei costituenti degli aerosol. A causa della richiesta di input dettagliata ed alcune limitazioni in output, codici come MODTRAN non sono appropriati per applicazioni di tipo ingegneristico. È possibile trovare un certo numero di modelli semplificati, basati sul contributo di Leckner (1978). Per calcoli ingegneristici, fu sviluppato il codice Fortran SPCTRAL2 (Riordan, 1990), migliorato in seguito da SMARTS1 (Gueymard, 1993a). Una nuova versione del modello, elaborata in seguito alle più recenti informazioni circa l'assorbimento dovuto ai gas e agli aerosol, nonché alla disponibilità di dati con risoluzione spettrale maggiore, è SMARTS2 (Gueymard, 2000).

### 2.1.1. Modello SMARTS2

SMARTS2 (Simple Model of the Atmospheric Radiative Transfer of Sunshine) valuta la trasmittanza all'irradianza solare diretta per 1881 lunghezze d'onda, da 280 a 4000 nm. Vengono considerati un intervallo costante di 1 nm tra 280 e 1700 nm, e uno di 5 nm tra 1705 e 4000 nm, con una lunghezza d'onda di transizione a 1702 nm.

#### 2.1.1.1. Irradianza diretta

L'irradianza diretta normale, a livello del terreno e alla lunghezza d'onda  $\lambda$ , è data da:

$$I_{bn} = I_{on,\lambda} \cdot T_{R,\lambda} \cdot T_{o,\lambda} \cdot T_{n,\lambda} \cdot T_{w,\lambda} \cdot T_{a,\lambda} \quad [W/m^2] \quad 2.1$$

dove:

- $I_{on,\lambda}$  è l'irradianza extratmosferica;
- $T_{R,\lambda}$  è la trasmittanza allo scattering di Rayleigh;
- $T_{g,\lambda}$  è la trasmittanza in seguito all'assorbimento dovuto alla miscela uniforme di gas;
- $T_{o,\lambda}$  è la trasmittanza in seguito all'assorbimento dovuto all'ozono;
- $T_{n,\lambda}$  è la trasmittanza in seguito all'assorbimento dovuto al biossido di azoto;
- $T_{w,\lambda}$  è la trasmittanza in seguito all'assorbimento dovuto al vapore acqueo;
- $T_{a,\lambda}$  è la trasmittanza in seguito all'assorbimento dovuto agli aerosol.

### Scattering di Rayleigh

Per la legge di Bouguer, la trasmittanza di Rayleigh è:

$$T_{R,\lambda} = \exp(-m_R \cdot \tau_{R,\lambda}) \quad [-] \quad 2.2$$

dove:

$m_R$  è la massa d'aria ottica, data dalla 2.15;

$\tau_{R,\lambda}$  è lo spessore ottico di Rayleigh, dato dalla 2.3:

$$\tau_{R,\lambda} = \frac{P}{a_1 \lambda^4 + a_2 \lambda^2 + a_3 + a_4 \lambda^{-2}} \quad [-] \quad 2.3$$

dove:

$P$  è la correzione della pressione, pari a  $p/p_0$  (equazione 1.29);

$a_1$  è pari a  $117,2594 \mu\text{m}^{-4}$ ;

$a_2$  è pari a  $-1,3215 \mu\text{m}^{-2}$ ;

$a_3$  è pari a  $3,2073 \cdot 10^{-4}$ ;

$a_4$  è pari a  $-7,6842 \cdot 10^{-5} \mu\text{m}^2$ .

### Assorbimento dovuto dell'ozono

La legge di Bouguer può essere usata anche per descrivere l'assorbimento dovuto all'ozono:

$$T_{o,\lambda} = \exp(-m_o \cdot \tau_{o,\lambda}) \quad [-] \quad 2.4$$

dove:

$m_o$  è la massa ottica dell'ozono, data dalla 2.15;

$\tau_{o,\lambda}$  è lo spessore ottico di ozono, dato dalla 2.5:

$$\tau_{o,\lambda} = u_o \cdot A_{o,\lambda} \quad [-] \quad 2.5$$

dove:

$u_o$  è il percorso ridotto attraverso l'ozono, in atm-cm;

$A_{o,\lambda}$  è il coefficiente di assorbimento spettrale dell'ozono.

### Assorbimento dovuto al biossido di azoto

Anche per descrivere l'assorbimento dovuto al biossido di azoto si può usare la legge di Bouguer:

$$T_{n,\lambda} = \exp(-m_n \cdot u_n \cdot A_{n,\lambda}) \quad [-] \quad 2.6$$

dove:

$m_n$  è la massa ottica dell' $\text{NO}_2$ , data dalla 2.15;

$u_n$  è il percorso ridotto attraverso il biossido di azoto, in atm-cm;

$A_{n,\lambda}$  è il coefficiente di assorbimento spettrale del biossido di azoto.

### Assorbimento dovuto alla miscela uniforme di gas

Alcuni costituenti dell'atmosfera, noti come "miscela di gas" (principalmente ossigeno e anidride carbonica) hanno una concentrazione in atmosfera che diminuisce con l'altitudine e un assorbimento significativo nell'infrarosso.

La trasmittanza della miscela di gas, secondo l'analisi di Pierluissi e Tsai (1986, 1987), è data da:

$$T_{g,\lambda} = \exp\left[-(m_g \cdot u_g \cdot A_{g,\lambda})^a\right] \quad [-] \quad 2.7$$

dove:

$m_g$  è pari a  $m_R$ ;

$u_g$  è la lunghezza scalata del percorso attraverso i gas, dipendente dall'altitudine, in atm-cm;

$A_{g,\lambda}$  è il coefficiente di assorbimento spettrale della miscela di gas.

### Assorbimento dovuto al vapore acqueo

Nell'infrarosso vicino, il vapore acqueo dà il contributo di assorbimento più importante. La trasmittanza del vapore acqueo, con una leggera modifica alle equazioni di Pierluissi et al., è data da:

$$T_{w,\lambda} = \exp\left\{-\left[(m_w \cdot w)^{1.05} \cdot f_w^n \cdot B_w \cdot A_{w,\lambda}\right]^c\right\} \quad [-] \quad 2.8$$

dove:

$m_w$  è la massa d'aria ottica del vapore acqueo, data dalla 2.15;

$w$  è l'acqua precipitabile totale;

$c$  ed  $n$  sono esponenti variabili con la lunghezza d'onda;

$B_w$  è un fattore di correzione che tiene conto della variazione del processo di assorbimento con la distanza dal centro della banda;

$f_w$  è un fattore di scala della pressione;  
 $A_{w,\lambda}$  è il coefficiente di assorbimento spettrale del vapore acqueo.

### Estinzione dovuta agli aerosol

Le caratteristiche ottiche spettrali degli aerosol, sia nella troposfera che nella stratosfera, possono cambiare rapidamente col tempo e con le condizioni meteorologiche. Per una modellazione dettagliata sarebbe necessaria la determinazione dello spessore ottico degli aerosol spettrale completa, tuttavia tali misure sono rare. Per ovviare alla generale mancanza di dati dettagliati si utilizza una metodologia semplificata, denominata approccio di Ångström, che, così come proposta da Bird (1984), considera solo due diverse regioni spettrali, separate dalla lunghezza d'onda  $\lambda_0 = 0,5 \mu\text{m}$ . La trasmittanza degli aerosol è ottenuta come:

$$T_{a,\lambda} = \exp(-m_a \cdot \tau_{a,\lambda}) \quad [-] \quad 2.9$$

dove:

$m_a$  è la massa ottica degli aerosol, data dalla 2.15;

$\tau_{a,\lambda}$  è lo spessore ottico degli aerosol, dato da:

$$\tau_{a,\lambda} = \beta_{A,i} \left( \frac{\lambda}{\lambda_1} \right)^{-\alpha_i} \quad [-] \quad 2.10$$

dove:

$\lambda_1 = 1 \mu\text{m}$ ;

$\alpha_i = \alpha_1$  se  $\lambda < \lambda_0$ , altrimenti  $\alpha_i = \alpha_2$ ;

$\beta_{A,i} = \beta_{A,1} = 2^{\alpha_2 - \alpha_1} \cdot \beta$  se  $\lambda < \lambda_0$ , altrimenti  $\beta_{A,i} = \beta_{A,2} = \beta$ .

Quattro aerosol di riferimento sono stati definiti da Shettle e Fenn (1979), i cui valori di riferimento di  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  possono essere espressi in funzione dell'umidità relativa UR come:

$$\alpha_1 = \frac{C_1 + C_2 X_{UR}}{1 + C_3 X_{UR}} \quad [-] \quad 2.11$$

$$\alpha_2 = \frac{D_1 + D_2 X_{UR} + D_3 X_{UR}^3}{1 + D_4 X_{UR}} \quad [-] \quad 2.12$$

dove i coefficienti  $C_i$  e  $D_i$  sono riportati in tabella 2.1 e  $X_{UR}$  è dato da:

$$X_{UR} = \cos(0,9 \cdot UR) \quad [-] \quad 2.13$$

con argomento della funzione espresso in gradi.

Tabella 2.1 – Coefficienti delle equazioni 2.11 e 2.12 per quattro tipi di aerosol (Shettle e Fenn, 1979)

Coefficienti	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	D <sub>1</sub>	D <sub>2</sub>	D <sub>3</sub>	D <sub>4</sub>
Rurali	0,581	16,823	17,593	0,8547	78,696	0	54,416
Urbani	0,2595	33,843	39,524	1,0	84,254	-9,1	65,458
Marittimi	0,1134	0,8941	1,0796	0,04435	1,6048	0	1,5298
Troposferici	0,6786	13,899	13,313	1,8379	14,912	0	5,96

Se i dati di torbidezza non sono disponibili, è possibile stimare lo spessore ottico degli aerosol da osservazioni sulla visibilità. Quando si osserva un obiettivo standard in condizioni ideali, come assunto dalla teoria di Koschmieder (1924), la distanza maggiore alla quale questo obiettivo può essere osservato fornisce una definizione teorica del range meteorologico  $V_r$ . Con un range meteorologico teorico massimo  $V_m$  pari a 340,85 km, ottenuto per un'atmosfera di Rayleigh pura, corrispondente a  $\beta_A = 0$ , si ha che:

$$\beta_A = 0,55^{\alpha_2} \left[ 1,3307 \cdot \left( \frac{1}{V_r} - \frac{1}{V_m} \right)^{0,614} + 3,4875 \cdot \left( \frac{1}{V_r} - \frac{1}{V_m} \right) \right] \quad [-] \quad 2.14$$

### Masse ottiche

A differenza della maggior parte dei modelli semplificati che considerano un'unica massa d'aria ottica, poiché il processo di estinzione corrisponde a un particolare profilo verticale di concentrazione, nel presente modello sono considerate masse ottiche differenti. Questa distinzione migliora l'accuratezza del modello, soprattutto per angoli zenitali maggiori di 80°.

$$m_i = \frac{1}{\cos z + a_{i1} \cdot z^{a_{i2}} \cdot (a_{i3} - z)^{a_{i4}}} \quad [-] \quad 2.15$$

dove:

$a_{ij}$  sono indicati in tabella 2.2.

$z$  è l'angolo zenitale apparente (corretto per rifrazione).

Tabella 2.2 – Coefficienti delle masse ottiche.

Processo di estinzione	$a_{i1}$	$a_{i2}$	$a_{i3}$	$a_{i4}$	$m_i (z = 90^\circ)$
Rayleigh	4,5665E-1	0,07	96,4836	-1,6970	38,130
Ozono	2,6845E+2	0,5	115,420	-3,2922	16,601
NO2	6,0230E+2	0,5	117,960	-3,4536	17,331
Miscela di gas	4,5665E-1	0,07	96,4836	-1,6970	38,130
Vapore acqueo	3,1141E-2	0,1	92,4710	-1,3814	71,443
Aerosol	3,1141E-2	0,1	92,4710	-1,3814	71,443

### 2.1.2. Modello SOLIS

SOLIS è un modello di calcolo dell'irradianza solare spettrale sviluppato all'interno del progetto europeo Heliosat-3. È basato su modelli di trasferimento radiativo (RTM) che utilizzano informazioni circa i parametri atmosferici ricavati dai satelliti Meteosat Second Generation (MSG) (nuvole, ozono e vapore acqueo) ed ERS-2/ENVISAT (aerosol e ozono).

L'uso integrato di un RTM all'interno del nuovo Solar Irradiance Scheme SOLIS è fatto introducendo una nuova funzione di fit denominata relazione di Lambert-Beer modificata (MLB).

Gli MSG scandiscono l'atmosfera con una risoluzione spaziale e temporale molto elevata. Si assume che sia sufficiente una risoluzione spaziale di 100x100 km o 50x50 km per valori giornalieri a cielo sereno. La risoluzione temporale invece varia da 15 minuti (per l'Europa) fino a 30 minuti.

#### 2.1.2.1. Irradianza diretta

Partendo dalla relazione di Lambert-Beer originale, data da:

$$I_{h(z=90^\circ)} = I_o \cdot e^{-\tau} \quad [W/m^2] \quad 2.16$$

dove:

$\tau$  è lo spessore ottico;

$I_{h(z=90^\circ)}$  è l'irradianza diretta al suolo con sole allo zenit;

l'irradianza diretta su piano orizzontale, per l'intero spettro e angoli zenitali diversi da 90°, è data da:

$$I_h = I_o \cdot e^{-\frac{\tau}{\cos z}} \cdot \cos z \quad [W/m^2] \quad 2.17$$

Scrivendo la 2.17 in funzione di  $\tau$  si ottiene:

$$\tau = -\ln \frac{I_h}{I_o \cos z} \quad [-] \quad 2.18$$

Al fine di poter applicare la relazione di Lambert-Beer per il calcolo dell'irradianza spettrale, la 2.17 deve essere modificata.

In primo luogo si calcola uno spessore ottico "verticale"  $\tau_0$  con angolo zenitale pari a zero:

$$\tau_0 = -\ln \frac{I_h(z=0)}{I_o} \quad [-] \quad 2.19$$

e poi lo si applica alla 2.17:

$$I_h = I_o \cdot \exp\left(-\frac{\tau_0}{\cos^a z}\right) \cdot \cos z \quad [W/m^2] \quad 2.20$$

dove:

a è un fattore correttivo calcolato per  $z = 60^\circ$ .



## 2.2. Modelli parametrici

### 2.2.1. Modello ASHRAE (1967-2005)

Il modello ASHRAE proposto nell'*Handbook of Fundamentals* del 1967, mantenuto fino al 2005, è un modello di calcolo dell'irradianza solare molto semplificato, di semplice utilizzo ma piuttosto inaccurato. Al fine di adattare il modello a esigenze locali, molti studi proposero coefficienti A, B, e C diversi da quelli di seguito riportati. Altri studi proposero inoltre delle equazioni per il calcolo di questi valori per ogni giorno dell'anno, ma esse non vennero mai introdotte nella versione del modello riportata nell'*Handbook of Fundamentals*. L'edizione del 2005 portò dei miglioramenti, ma il metodo di calcolo rimase invariato.

#### 2.2.1.1. Irradianza diretta

In un giorno di cielo sereno, l'irradianza diretta normale è data da:

$$I_{bn} = A \cdot e^{-\frac{B}{\cos z}} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.21$$

dove:

A è l'irradianza solare apparente per massa d'aria uguale a zero;

B è il coefficiente di estinzione extratmosferica.

I valori di A e di B variano durante l'anno a causa delle differenze stagionali nella quantità di polveri e vapore acqueo contenuti nell'atmosfera, e per via della continua modifica della distanza terra-sole.

L'equazione 2.21 non dà il valore massimo di irradianza diretta normale che si verifica in ogni mese, ma restituisce valori che sono rappresentativi per condizioni di cielo sereno e per un'atmosfera relativamente secca e limpida. Per atmosfere molto limpide, utilizzando i valori di A e di B riportati nella tabella 2.3, l'irradianza diretta normale può essere anche il 15% più alta di quella data dall'equazione 2.21.

Per località dove predominano un cielo sereno e un clima secco (per esempio per elevate altitudini) o, al contrario, dove sono frequenti condizioni nuvolose e umide, i valori ricavati dalla 2.21 devono essere moltiplicati per l'indice di serenità di Threlkeld e Jordan (1958), i cui valori sono riportati nelle ASHRAE 2003 – HVAC Applications.

Tabella 2.3 - Irradianza solare extratmosferica e valori di A, B, C.  
(Dati per il 21-esimo giorno di ogni mese, per l'anno base 1964)

Mese	$I_{on}$ [W/m <sup>2</sup> ]	ET [']	$\delta$ [°]	A [W/m <sup>2</sup> ]	B [-]	C [-]
Gennaio	1416	-11,2	-20,0	1202	0,141	0,103
Febbraio	1401	-13,9	-10,8	1187	0,142	0,104
Marzo	1381	-7,5	0,0	1164	0,149	0,109
Aprile	1356	1,1	11,6	1130	0,164	0,120
Maggio	1336	3,3	20,0	1106	0,177	0,130
Giugno	1336	-1,4	23,45	1092	0,185	0,137
Luglio	1336	-6,2	20,6	1093	0,186	0,138
Agosto	1338	-2,4	12,3	1107	0,182	0,134
Settembre	1359	7,5	0,0	1136	0,165	0,121
Ottobre	1380	15,4	-10,5	1166	0,152	0,111
Novembre	1405	13,8	-19,8	1190	0,144	0,106
Dicembre	1417	1,6	-24,45	1204	0,141	0,103

### 2.2.1.2. Irradianza diffusa

Per pareti verticali, l'irradianza diffusa è data da:

$$I_d = C \cdot I_{bn} \cdot Y \quad [W/m^2] \quad 2.22$$

dove:

C è il coefficiente di estinzione diffusa, riportato in tabella 2.3.

Y è il rapporto tra l'irradianza diffusa a cielo sereno su una superficie verticale e quella su superficie orizzontale, ricavabile dalla 2.23:

$$\begin{aligned} Y &= 0,55 + 0,437 \cos \theta + 0,313 \cos^2 \theta && \text{per } \cos \theta > -0,2 \\ Y &= 0,45 && \text{per } \cos \theta \leq -0,2 \end{aligned} \quad [-] \quad 2.23$$

Per pareti con inclinazione diversa dalla verticale, l'irradianza diffusa è data da:

$$I_d = C \cdot I_{bn} \cdot \frac{1 + \cos \Sigma}{2} \quad [W/m^2] \quad 2.24$$

### 2.2.1.3. Irradianza riflessa

L'irradianza riflessa, per una superficie comunque orientata, è data da:

$$I_r = I_{bn} (C + \sin\beta) \cdot \rho \frac{1 - \cos\Sigma}{2} \quad [W/m^2] \quad 2.25$$

dove l'albedo  $\rho$  è spesso assunto pari a 0,2.

Tabella 2.4 – Coefficienti di albedo, adattati da Threlkeld (1962).

Superficie	Angolo di incidenza					
	20°	30°	40°	50°	60°	70°
Calcestruzzo nuovo	0,31	0,31	0,32	0,32	0,33	0,34
Calcestruzzo vecchio	0,22	0,22	0,22	0,23	0,23	0,25
Erba verde brillante	0,21	0,22	0,23	0,25	0,28	0,31
Pietrisco	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
Bitume e ghiaia	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14	0,14
Parcheggio bituminoso	0,09	0,09	0,10	0,10	0,11	0,12

### 2.2.2. Modello di Hottel

Un modello più complesso di quello riportato nelle vecchie ASHRAE è il modello di Hottel (1976). Egli propone una formulazione per la stima della radiazione solare a cielo sereno che tiene conto dell'angolo zenitale e dell'altitudine per un'atmosfera standard e per quattro tipologie climatiche.

#### 2.2.2.1. Irradianza diretta

La trasmittanza atmosferica alla radiazione diretta è data da:

$$k_b = \frac{I_{bn}}{I_{on}} \quad [-] \quad 2.26$$

che può essere riscritta come:

$$k_b = a_0 + a_1 \cdot e^{-\frac{k}{\cos z}} \quad [-] \quad 2.27$$

Le costanti  $a_0$ ,  $a_1$  e  $k$ , per un'atmosfera standard con 23 km di visibilità, si ricavano tramite  $a_0^*$ ,  $a_1^*$  e  $k^*$  i quali, per altitudini minore di 2500 m s.l.m. sono dati da:

$$a_0^* = 0,4237 - 0,00821 \cdot (6 - h)^2 \quad [-] \quad 2.28$$

$$a_1^* = 0,5055 + 0,00595 \cdot (6,5 - h)^2 \quad [-] \quad 2.29$$

$$k^* = 0,2711 + 0,01858 \cdot (2,5 - h)^2 \quad [-] \quad 2.30$$

dove:

$h$  è l'altitudine, espressa in km.

Per consentire l'utilizzo del modello con diversi tipi di clima si applicano i seguenti fattori di correzione:

$$r_0 = a_0/a_0^* \quad [-] \quad 2.31$$

$$r_1 = a_1/a_1^* \quad [-] \quad 2.32$$

$$r_k = k/k^* \quad [-] \quad 2.33$$

i cui valori sono riportati in tabella 2.5.

Tabella 2.5 – Fattori di correzione per tipo di clima (Hottel, 1976).

<b>Tipo di clima</b>	<b>r<sub>0</sub></b>	<b>r<sub>1</sub></b>	<b>r<sub>k</sub></b>
Tropicale	0,95	0,98	1,02
Estivo a medie latitudini	0,97	0,99	1,02
Estivo subartico	0,99	0,99	1,01
Invernale a medie latitudini	1,03	1,01	1,00

In questo modo è possibile calcolare la trasmittanza dell'atmosfera standard per ogni angolo zenitale e per altitudini fino a 2500 m.

L'irradianza diretta normale  $I_{bn}$  e su piano orizzontale  $I_{bh}$ , a cielo sereno, sono:

$$I_{bn} = I_{on} k_b \quad [-] \quad 2.34$$

$$I_{bh} = I_{on} k_b \cos z \quad [-] \quad 2.35$$

### 2.2.3. Modello ESRA

Il modello ESRA (European Solar Radiation Atlas), sviluppato da Rigollier et al. (2000) stima la radiazione solare a livello del suolo col metodo Heliosat a partire da immagini satellitari.

L'input richiesto per il calcolo è il fattore di torbidezza Linke per massa d'aria pari a 2.

#### 2.2.3.1. Irradianza diretta

L'irradianza diretta su superficie orizzontale a cielo sereno è data da:

$$I_{bh} = I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot \sin\beta_s \cdot T_{rb} \quad [W/m^2] \quad 2.36$$

dove:

$\varepsilon$  è la correzione della costante solare, calcolata secondo la 2.37;

$\beta_s$  è l'altezza solare, calcolata secondo la 1.13;

$T_{rb}$  è una funzione di trasmissione della radiazione diretta con il sole allo zenit, data dalla 2.38.

$$\varepsilon = 1 + 0,0334 \cos\left(\frac{2\pi \cdot g}{365,25} - 0,048869\right) \quad [-] \quad 2.37$$

dove:

$g$  è il giorno dell'anno.

$$T_{rb} = \exp(-0,8662 \cdot T_{L,AM2} \cdot m \cdot \delta_R) \quad [-] \quad 2.38$$

dove:

$T_{L,AM2}$  è il fattore di torbidezza Linke per una massa d'aria pari a 2;

$m$  è la massa d'aria, secondo la 1.28

$\delta_R$  è lo spessore ottico integrale di Rayleigh.

Lo spessore ottico di Rayleigh  $\delta_R$  è lo spessore ottico di un'atmosfera puramente diffondente di Rayleigh, per unità di massa d'aria, per una lunghezza specifica di attraversamento. Poiché la radiazione solare non è monocromatica,  $\delta_R$  dipende dal percorso preciso e quindi dalla relativa massa ottica d'aria. La parametrizzazione formulata da Kasten (1996) è:

$$\begin{cases} 1/\delta_R = 6,62960 + 1,75130m - 0,12020m^2 + 0,00650m^3 - 0,00013m^4 & \text{se } m \leq 20 \\ 1/\delta_R = 10,4 + 0,718m & \text{se } m > 20 \end{cases} \quad [-] \quad 2.39$$

### 2.2.3.2. Irradianza diffusa

Così come l'irradianza diretta, anche quella diffusa su piano orizzontale dipende dal fattore di torbidezza Linke. La quantità di energia diffusa cresce con l'aumentare della torbidezza, e come l'irradianza diretta si riduce, quella diffusa aumenta. Per basse altezze solari e alti valori di torbidezza, comunque, l'irradianza diffusa potrebbe diminuire a causa dell'incremento di torbidezza dovuto alla diminuzione di energia nell'atmosfera associata alla maggior lunghezza del percorso attraversato.

L'irradianza diffusa su superficie orizzontale a cielo sereno è calcolata come:

$$I_{dh} = I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot T_{rd} \cdot F_d \quad [W/m^2] \quad 2.40$$

dove:

$T_{rd}$  è una funzione di trasmissione della radiazione diffusa con sole allo zenit, data dalla 2.41;

$F_d$  è una funzione angolare della radiazione diffusione, data dalla 2.42.

$$T_{rd} = -1,5843 \cdot 10^{-2} + 3,0543 \cdot 10^{-2} T_L^* + 3,797 \cdot 10^{-4} (T_L^*)^2 \quad [-] \quad 2.41$$

$$F_d = A_0 + A_1 \sin \beta_s + A_2 \sin^2 \beta_s \quad [-] \quad 2.42$$

con:

$$T_L^* = \frac{p}{p_0} T_L \quad [-] \quad 2.43$$

e dove i fattori  $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$  dipendono solamente dal fattore di torbidezza Linke:

$$\begin{cases} A_0 = 2,6463 \cdot 10^{-1} - 6,1581 \cdot 10^{-2} T_{L,AM2} + 3,1408 \cdot 10^{-3} T_{L,AM2}^2 \\ A_1 = 2,0402 + 1,8945 \cdot 10^{-2} T_{L,AM2} - 1,1161 \cdot 10^{-2} T_{L,AM2}^2 \\ A_2 = -1,3025 + 3,9231 \cdot 10^{-2} T_{L,AM2} + 8,5079 \cdot 10^{-3} T_{L,AM2}^2 \end{cases} \quad [-] \quad 2.44$$

con la condizione che, qualora  $A_0 T_{rd} < 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $A_0 = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{T_{rd}}$ .

### 2.2.3.3. Irradianza globale

L'irradianza diretta e quella diffusa in condizioni di cielo sereno possono essere sommate per ottenere l'irradianza globale a cielo sereno su superficie orizzontale:

$$I_{th} = I_{bh} + I_{dh} \quad [W/m^2] \quad 2.45$$

#### 2.2.3.4. Irraggiamento diretto

Una volta note le irradianze diretta e diffusa si può calcolare l'irraggiamento di un certo periodo di tempo. Poiché il sito potrebbe presentare delle ostruzioni, bisogna identificare quando la radiazione inciderà effettivamente sulla superficie.

La 2.40 viene modificata dalla 2.46:

$$I_{bh} = I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot T_{rb} \cdot T_{L,AM2} \cdot F_b \quad [W/m^2] \quad 2.46$$

dove:

$F_b$  è una funzione angolare della radiazione diretta, data dalla 2.47.

Se la 2.46 restituisce valori negativi, si assume  $I_{bh}$  pari a zero.

$$F_b = C_0 + C_1 \sin \beta_s + C_2 \sin^2 \beta_s \quad [-] \quad 2.47$$

Per migliorare l'accuratezza dei coefficienti  $C_0$ ,  $C_1$  e  $C_2$  per bassi angoli di altezza solare, essi sono calcolati per tre intervalli di ampiezza solare a mezzogiorno,  $\beta_s(\Psi=0)$ :

$$\begin{cases} C_0 = L_{00} + L_{01} T_{L,AM2} + L_{02} T_{L,AM2}^2 \\ C_1 = L_{10} + L_{11} T_{L,AM2} + L_{12} T_{L,AM2}^2 \\ C_2 = L_{20} + L_{21} T_{L,AM2} + L_{22} T_{L,AM2}^2 + L_{23} T_{L,AM2}^3 \end{cases} \quad [-] \quad 2.48$$

$C_0$	$L_{00}$	$L_{01}$	$L_{02}$
$\beta(\psi = 0) > 30^\circ$	$-1,7349 \cdot 10^{-2}$	$-5,8985 \cdot 10^{-3}$	$6,8868 \cdot 10^{-4}$
$15^\circ < \beta(\psi = 0) \leq 30^\circ$	$-8,2193 \cdot 10^{-3}$	$4,5643 \cdot 10^{-4}$	$6,7916 \cdot 10^{-5}$
$\beta(\psi = 0) \leq 15^\circ$	$-1,1656 \cdot 10^{-3}$	$1,8408 \cdot 10^{-4}$	$-4,8754 \cdot 10^{-7}$

$C_1$	$L_{10}$	$L_{11}$	$L_{12}$
$\beta(\psi = 0) > 30^\circ$	1,0258	$-1,2196 \cdot 10^{-1}$	$1,9229 \cdot 10^{-3}$
$15^\circ < \beta(\psi = 0) \leq 30^\circ$	$8,9233 \cdot 10^{-1}$	$-1,9991 \cdot 10^{-1}$	$9,9741 \cdot 10^{-3}$
$\beta(\psi = 0) \leq 15^\circ$	$7,4095 \cdot 10^{-1}$	$-2,2427 \cdot 10^{-1}$	$1,5314 \cdot 10^{-2}$

$C_2$	$L_{20}$	$L_{21}$	$L_{22}$	$L_{23}$
$\beta(\psi = 0) > 30^\circ$	$-7,2178 \cdot 10^{-3}$	$1,3086 \cdot 10^{-1}$	$-2,8405 \cdot 10^{-3}$	0
$15^\circ < \beta(\psi = 0) \leq 30^\circ$	$2,5428 \cdot 10^{-1}$	$2,6140 \cdot 10^{-1}$	$-1,7020 \cdot 10^{-2}$	0
$\beta(\psi = 0) \leq 15^\circ$	$3,4959 \cdot 10^{-1}$	$7,2313 \cdot 10^{-1}$	$-1,2305 \cdot 10^{-1}$	$5,9194 \cdot 10^{-3}$



L'irraggiamento diretto per un intervallo compreso tra gli angoli orari  $\omega_1$  e  $\omega_2$  è dato dal seguente integrale:

$$H_{bh}(\omega_1, \omega_2) = I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot T_{rb} \cdot \int_{\omega_1}^{\omega_2} F_b \frac{t_g}{2\omega} d\omega \quad [J/m^2] \quad 2.50$$

dove:

$t_g$  è la durata del giorno, ovvero 86400 s oppure 24 h ( $H_{bh}$  sarà allora espresso in  $Wh/m^2$ );

$\omega_1, \omega_2$  sono gli angoli orari relativi agli istanti  $t_1$  e  $t_2$ ;

$$\omega_1 = (12 - t_1) \frac{\pi}{12} \quad [rad] \quad 2.51$$

$$\omega_2 = (12 - t_2) \frac{\pi}{12}$$

L'equazione 2.47 da inserire nella 2.50 può essere riscritta come:

$$F_b = B_0 + B_1 \sin \omega + B_2 \sin^2 \omega \quad [-] \quad 2.52$$

Per la 1.12 (beta), la 2.50 diventerà:

$$H_{bh}(\omega_1, \omega_2) = I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot T_{rb} \cdot |B_0 \omega + B_1 \sin \omega + B_2 \sin 2\omega|_{\omega_1}^{\omega_2} \quad [J/m^2] \quad 2.53$$

dove  $B_0, B_1$  e  $B_2$  sono dati da:

$$\begin{cases} B_0 = C_0 + C_1 \sin \varphi \sin \delta + C_2 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta + 0,5C_2 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \\ B_1 = C_1 \cos \varphi \cos \delta + 2C_2 \sin \varphi \sin \delta \cos \varphi \cos \delta \\ B_2 = 0,25C_2 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \end{cases} \quad [-] \quad 2.54$$

L'irraggiamento giornaliero diretto su superficie orizzontale è ottenuto integrando la 2.50 tra l'ora dell'alba e quella del tramonto:

$$H_{bh} = H_{bh}(\omega_s, \omega_{ss}) \quad [J/m^2] \quad 2.55$$

### 2.2.3.5. Irraggiamento diffuso

L'irraggiamento diffuso su un piano orizzontale è ottenuto integrando la 2.40 su un dato periodo di tempo:

$$H_{dh}(\omega_1, \omega_2) = I_{sc} \cdot \varepsilon \cdot \frac{t_g}{2\pi} \cdot T_{rb} \cdot |D_0 \omega + D_1 \sin \omega + D_2 \sin 2\omega|_{\omega_1}^{\omega_2} \quad [J/m^2] \quad 2.56$$

dove  $D_0$ ,  $D_1$  e  $D_2$  sono dati da:

$$\begin{cases} D_0 = A_0 + A_1 \sin \varphi \sin \delta + A_2 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta + 0,5A_2 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \\ D_1 = A_1 \cos \varphi \cos \delta + 2A_2 \sin \varphi \sin \delta \cos \varphi \cos \delta \\ D_2 = 0,25A_2 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \end{cases} \quad [-] \quad 2.57$$

L'irraggiamento giornaliero diffuso su superficie orizzontale è ottenuto integrando la 2.56 tra l'ora dell'alba e quella del tramonto:

$$H_{dh} = H_{dh}(\omega_s, \omega_{ss}) \quad [J/m^2] \quad 2.58$$

### 2.2.3.6. Irraggiamento globale

L'irraggiamento diretto e quello diffuso in condizioni di cielo sereno possono essere sommati per ottenere l'irraggiamento globale a cielo sereno su superficie orizzontale:

$$H_h(\omega_1, \omega_2) = H_{bh}(\omega_1, \omega_2) + H_{dh}(\omega_1, \omega_2) \quad [J/m^2] \quad 2.59$$

Per il calcolo dell'irraggiamento giornaliero si avrà:

$$H_h(\omega_s, \omega_{ss}) = H_{bh}(\omega_s, \omega_{ss}) + H_{dh}(\omega_s, \omega_{ss}) \quad [J/m^2] \quad 2.60$$

#### 2.2.4. Modello REST2

Il modello REST2 (Reference Evaluation of Solar Transmittance, 2 bands) è un modello a doppia banda sviluppato da Gueymard (2004) che si basa sul modello CPR2 (Gueymard, 1989), con aggiornamenti nelle funzioni di trasmittanza, nel valore della costante solare e nella distribuzione spettrale extratmosferica.

Come per il modello CPR2, i principali valori di input sono il contenuto di vapore acqueo nell'atmosfera e il coefficiente di torbidità di Ångström  $\beta_A$ . Il modello offre la possibilità di scegliere il tipo di ambiente in una scala che va da 1 a 5 (da aria pulita a molto inquinata). Viene richiesto inoltre il valore di NO<sub>2</sub> ridotto (il valore di riferimento è 0,0002 atm-cm) e le lunghezze del percorso verticale attraverso l'ozono.

L'obiettivo ricercato nello sviluppo del modello REST2 fu un'accuratezza confrontabile con l'errore strumentale dei migliori radiometri, ma senza l'utilizzo di modelli spettrali quali SMARTS (Gueymard, 2001) o SOLARIS (Mueller et al., 2004)

Il comportamento di un modello a pieno spettro per condizioni di cielo sereno è determinato in gran parte da quello dell'algoritmo e degli input relativi usati per descrivere la trasmittanza degli aerosol. In generale, i modelli che danno risultati migliori sono quelli in cui questi algoritmi sono sufficientemente dettagliati, e si basano sui dati dello spessore ottico spettrale degli aerosol.

Da Bouguer-Beer-Lambert, la trasmittanza spettrale degli aerosol,  $T_{a\lambda}$ , si può ottenere come:

$$T_{a\lambda} = \exp(-m \cdot \tau_{a\lambda}) \quad [-] \quad 2.61$$

dove:

$\tau_{a\lambda}$  è lo spessore ottico spettrale degli aerosol (AOD) lungo una colonna verticale di atmosfera.

Poiché  $\tau_{a\lambda}$  non è costante lungo lo spettro, e la radiazione incidente sullo strato di aerosol è già attenuata dagli strati sovrastanti, l'estrapolazione spesso usata dell'equazione 2.61 nello spettro a banda unica non può produrre risultati corretti.

La struttura generale di REST2 è quasi identica a quella di CPR2, con una separazione della banda a 0,7  $\mu\text{m}$ . La banda 1 copre gli UV e il visibile, da 0,29 a 0,70  $\mu\text{m}$ . È caratterizzata da un forte assorbimento da parte dell'ozono e da una forte diffusione da parte delle molecole e degli aerosol all'interno di tutta la banda. La banda 2 copre gli infrarossi vicini, da 0,7 a 4  $\mu\text{m}$ , ed è caratterizzata da un forte assorbimento da parte del vapore acqueo, dell'anidride carbonica e altri gas, insieme a una diffusione molto limitata.

Questo approccio migliora l'accuratezza rispetto ai modelli a banda unica e semplifica la determinazione della luminanza e della radiazione fotosinteticamente attiva (PAR), i cui campi spettrali corrispondono quasi perfettamente alla banda 1.

Utilizzando l'ultima distribuzione spettrale e un valore di costante solare di  $1366,1 \text{ W/m}^2$ , le irradianze extratmosferiche alla distanza media terra sole sono, rispettivamente nelle due bande,  $I_{on1} = 635,4 \text{ W/m}^2$  e  $I_{on2} = 709,7 \text{ W/m}^2$ .

A differenza del CPCR2, la parametrizzazione per l'irradianza diretta e diffusa tengono in considerazione la radiazione circumsolare sottesa all'angolo  $5,7^\circ$ , campo di vista totale dei dispositivi di inseguimento (pireliometri o piranometri a banda ombreggiata).

### 2.2.4.1. Irradianza diretta

Il formalismo è essenzialmente lo stesso del modello CPR2, ad eccezione dell'aggiunta del fattore di assorbimento del biossido di azoto, come nel modello REST (Gueymard, 2003). Per ognuna delle due bande  $i$ , l'irradianza normale diretta di banda è data dal prodotto delle trasmittanze individuali:

$$I_{bn,i} = T_{R,i} \cdot T_{g,i} \cdot T_{o,i} \cdot T_{n,i} \cdot T_{w,i} \cdot T_{a,i} \cdot I_{on,i} \quad [W/m^2] \quad 2.62$$

dove:

- $T_{R,i}$  è la trasmittanza di banda per la diffusione di Rayleigh;
- $T_{g,i}$  è la trasmittanza di banda per l'assorbimento dovuto alla miscela uniforme di gas;
- $T_{o,i}$  è la trasmittanza di banda per l'assorbimento dovuto all'ozono;
- $T_{n,i}$  è la trasmittanza di banda per l'assorbimento dovuto al biossido di azoto;
- $T_{w,i}$  è la trasmittanza di banda per l'assorbimento dovuto al vapore acqueo;
- $T_{a,i}$  è la trasmittanza di banda per l'assorbimento dovuto agli aerosol.

Per caratterizzare la lunghezza del percorso dei raggi solari attraverso l'atmosfera sono utilizzate, piuttosto che la singola massa d'aria, le masse ottiche individuali,  $m_R$ ,  $m_o$ ,  $m_w$ , e  $m_a$ , rispettivamente per la diffusione dei Rayleigh e l'assorbimento da parte della miscela uniforme di gas, l'assorbimento dell'ozono, l'assorbimento dovuto al vapore acqueo, e all'estinzione degli aerosol. Esse sono funzione dell'angolo zenitale, calcolate con gli stessi algoritmi del modello REST. La massa ottica molecolare  $m_R$  è anche chiamata massa ottica relativa, e sarà chiamata in seguito più semplicemente massa ottica.

Gli input richiesti per il calcolo sono:

- la pressione del sito,  $p$  (pressione di riferimento: 1013,25 hPa);
- la quantità di ozono,  $u_o$  (valore di riferimento: 0,35 atm-cm);
- la quantità di biossido di azoto,  $u_n$  (valore di riferimento: 0,0002 atm-cm);
- l'acqua precipitabile,  $w$  (valore di riferimento: 1,5 cm);
- i coefficienti di torbidezza di Ångström,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\beta_A$ , dove  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  sono i valori di  $\alpha$  per ciascuna banda.

In casi reali,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\beta_A$  vanno ricavati da misure dell'irradianza spettrale (riconducibili a AOD) da  $n$  canali discreti che utilizzano una linearizzazione della legge di Ångström:

$$\ln \tau_{a\lambda} = \ln \beta_{A,i} - \alpha_i \ln \lambda \quad [-] \quad 2.63$$

dove  $\lambda$  è la lunghezza d'onda, in  $\mu\text{m}$ . I coefficienti  $\beta_{A,i}$  e  $-\alpha_i$  rappresentano, rispettivamente, le intercette e l'inclinazione (negativa) della retta di regressione delle  $n$  coppie di dati  $(\tau_{a\lambda}, \lambda)$ . Questo fit può essere effettuato indipendentemente per lunghezze d'onda inferiori o superiori a 700 nm per ottenere rispettivamente  $(\alpha_1, \beta_{A1})$  e  $(\alpha_2, \beta_{A2})$ , con i seguenti vincoli:

$$\begin{aligned}\beta_{A1} &= \beta_A \cdot 0,7^{\alpha_1 - \alpha_2} \\ \beta_{A2} &= \beta_A\end{aligned}\quad [-] \quad 2.64$$

Nel caso in cui una simile analisi dettagliata a due bande non possa essere effettuata, si può assumere che  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ .

Valori tipici di  $\alpha$  variano tra circa 0,5 e 2,5, a seconda della fonte di aerosol e la loro distribuzione dimensionale (il valore spesso citato di 1,3 è rappresentativo solo di aerosol continentali e rurali).

Le parametrizzazioni proposte sono valide almeno per questi ampi intervalli di input:

- $300 < p < 1100$  hPa;
- $0 < u_o < 0,6$  atm-cm;
- $0 < u_n < 0,03$  atm-cm;
- $0 < w < 10$  cm;
- $0 < \alpha < 2,5$ ;
- $0 < \beta < 1,1$ .

L'estinzione dovuta agli aerosol è modellata attentamente. La sua profondità ottica media di banda usa lo stesso formalismo dell'equazione di Ångström originale, ma considera una lunghezza d'onda efficace dell'intera banda,  $\lambda_{e,i}$ , come nel modello CPC2:

$$\tau_{ai} = \beta_{A,i} \lambda_{e,i}^{-\alpha,i} \quad [-] \quad 2.65$$

dove  $\beta_{A1}$  e  $\beta_{A2}$  sono ottenuti dall'equazione 2.64. Per ogni banda, la trasmittanza dovuta agli aerosol è quindi:

$$T_{a,i} = \exp(-m_a \cdot \tau_{a,i}) \quad [-] \quad 2.66$$

È stato scoperto che  $\lambda_{e,i}$  è essenzialmente una funzione di:

$$u_a = \ln(1 + m_a \beta_{A,i}) \quad [-] \quad 2.67$$

L'estinzione dovuta agli aerosol è causata principalmente dalla diffusione e dall'assorbimento delle parti rimanenti. La trasmittanza dovuta alla diffusione degli aerosol è data da:

$$T_{as,i} = \exp(-m_a \varpi_i \tau_{a,i}) \quad [-] \quad 2.68$$

dove  $\varpi_i$  è l'albedo di scattering singolo. Il suo valore dipende dal tipo di aerosol dominante. Valori tipici sono riportati in tabella 2.6. Per uso generale, sono raccomandati i valori tipici  $\varpi_1 = 0,92$  e  $\varpi_2 = 0,84$ .

Tabella 2.6 – Valori medi di banda dell'albedo di scattering singolo, a seconda del tipo di aerosol.

Banda	Tipo di aerosol				
	Marittimi/ rurali limpidi	Rurali medi	Rurali/urbani	Urbani medi	Urbani inquinati
0,29 - 0,70 $\mu\text{m}$	0,965	0,931	0,865	0,800	0,667
0,70 - 0,29 $\mu\text{m}$	0,913	0,832	0,754	0,676	0,518
0,29 - 2,70 $\mu\text{m}$	0,940	0,883	0,811	0,740	0,595

L'irradianza diretta normale sull'intero spettro è ottenuta dalla semplice somma delle componenti delle due bande:

$$I_{bn} = I_{bn,1} + I_{bn,2} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.69$$

Le masse ottiche sono date da:

$$m_R = \left[ \cos z + \frac{0,48353 \cdot z^{0,095846}}{(96,741 - z)^{1,754}} \right]^{-1} \quad [-] \quad 2.70$$

$$m_o = \left[ \cos z + \frac{1,0651 \cdot z^{0,6379}}{(101,8 - z)^{2,2694}} \right]^{-1} \quad [-] \quad 2.71$$

$$m_w = \left[ \cos z + \frac{0,10648 \cdot z^{0,11423}}{(97,781 - z)^{1,9203}} \right]^{-1} \quad [-] \quad 2.72$$

$$m_a = \left[ \cos z + \frac{0,16851 \cdot z^{0,18198}}{(95,318 - z)^{1,9542}} \right]^{-1} \quad [-] \quad 2.73$$

Le trasmittanze, per la banda 1, sono date da:

$$T_{R,1} = \frac{1 + 1,8169 \cdot m'_R - 0,033454 \cdot m'^2_R}{1 + 2,063 \cdot m'_R + 0,31978 \cdot m'^2_R} \quad [-] \quad 2.74$$

$$T_{g,1} = \frac{1 + 0,95885 \cdot m'_R + 0,012871 \cdot m'^2_R}{1 + 0,96321 \cdot m'_R + 0,015455 \cdot m'^2_R} \quad [-] \quad 2.75$$

$$T_{o,1} = \frac{1 + f_1 m_o + f_2 m_o^2}{1 + f_3 m_o} \quad [-] \quad 2.76$$

$$f_1 = u_o \frac{10,979 - 8,5421 \cdot u_o}{1 + 2,0115 \cdot u_o + 40,189 \cdot u_o^2} \quad [-] \quad 2.77$$

$$f_2 = u_o \frac{-0,027589 - 0,005138 \cdot u_o}{1 - 2,4857 \cdot u_o + 13,942 \cdot u_o^2} \quad [-] \quad 2.78$$

$$f_3 = u_o \frac{10,955 - 5,5001 \cdot u_o}{1 + 1,6784 \cdot u_o + 42,406 \cdot u_o^2} \quad [-] \quad 2.79$$

$$T_{n,1} = \min\left(1; \frac{1 + g_1 m_w + g_2 m_w^2}{1 + g_3 m_w}\right) \quad [-] \quad 2.80$$

$$g_1 = \frac{0,17499 + 41,654 \cdot u_n - 2146,4 \cdot u_n^2}{1 + 22295,0 \cdot u_n^2} \quad [-] \quad 2.81$$

$$g_2 = u_n \frac{-1,2134 + 59,324 \cdot u_n}{1 + 8847,8 \cdot u_n^2} \quad [-] \quad 2.82$$

$$g_3 = \frac{0,17499 + 61,658 \cdot u_n + 9196,4 \cdot u_n^2}{1 + 74109,0 \cdot u_n^2} \quad [-] \quad 2.83$$

$$T_{w,1} = \frac{1 + h_1 m_w}{1 + h_2 m_w} \quad [-] \quad 2.84$$

$$h_1 = w \frac{0,065445 + 0,00029901 \cdot w}{1 + 1,2728 \cdot w} \quad [-] \quad 2.85$$

$$h_2 = w \frac{0,065687 + 0,0013218 \cdot w}{1 + 1,2008 \cdot w} \quad [-] \quad 2.86$$

$$m'_R = \frac{m_R \cdot p}{1013,25} \quad [-] \quad 2.87$$

Le trasmittanze, per la banda 2, sono date da:

$$T_{R,2} = \frac{1 - 0,010394 \cdot m'_R}{1 - 0,00011042 \cdot m'^2_R} \quad [-] \quad 2.88$$

$$T_{g,2} = \frac{1 + 0,27284 \cdot m'_R - 0,00063699 \cdot m'^2_R}{1 + 0,30306 \cdot m'_R} \quad [-] \quad 2.89$$

$$T_{o,2} = 1 \quad [-] \quad 2.90$$

$$T_{n,2} = 1 \quad [-] \quad 2.91$$

$$T_{w,2} = \frac{1 + c_1 m_w + c_2 m_w^2}{1 + c_3 m_w + c_4 m_w^2} \quad [-] \quad 2.92$$

$$c_1 = w \frac{19,566 - 1,6506 \cdot w + 1,0672 \cdot w^2}{1 + 5,4248 \cdot w + 1,6005 \cdot w^2} \quad [-] \quad 2.93$$

$$c_2 = w \frac{0,50158 - 0,14732 \cdot w + 0,047584 \cdot w^2}{1 + 1,1811 \cdot w + 1,0699 \cdot w^2} \quad [-] \quad 2.94$$

$$c_3 = w \frac{21,286 - 0,39232 \cdot w + 1,2692 \cdot w^2}{1 + 4,8318 \cdot w + 1,412 \cdot w^2} \quad [-] \quad 2.95$$



$$c_4 = w \frac{0,70992 - 0,23155 \cdot w + 0,096514 \cdot w^2}{1 + 0,44907 \cdot w + 0,75425 \cdot w^2} \quad [-] \quad 2.96$$

La lunghezza d'onda efficace degli aerosol, per la banda 1, è data da:

$$\lambda_{e,1} = \frac{d_0 + d_1 u_a + d_2 u_a^2}{1 + d_3 u_a^2} \quad [-] \quad 2.97$$

$$d_0 = 0,57664 - 0,024743 \cdot \alpha_1 \quad [-] \quad 2.98$$

$$d_1 = \frac{0,093942 - 0,2269 \cdot \alpha_1 + 0,12848 \cdot \alpha_1^2}{1 + 0,6418 \cdot \alpha_1} \quad [-] \quad 2.99$$

$$d_2 = \frac{-0,093819 + 0,36668 \cdot \alpha_1 - 0,12775 \cdot \alpha_1^2}{1 - 0,11651 \cdot \alpha_1} \quad [-] \quad 2.100$$

$$d_3 = \frac{0,15232 - 0,087214 \cdot \alpha_1 + 0,012664 \cdot \alpha_1^2}{1 - 0,90454 \cdot \alpha_1 + 0,26167 \cdot \alpha_1^2} \quad [-] \quad 2.101$$

La lunghezza d'onda efficace degli aerosol, per la banda 2, è data da:

$$\lambda_{e,2} = \frac{e_0 + e_1 u_a + e_2 u_a^2}{1 + e_3 u_a} \quad [-] \quad 2.102$$

$$e_0 = \frac{1,183 - 0,022989 \cdot \alpha_2 + 0,020829 \cdot \alpha_2^2}{1 + 0,11133 \cdot \alpha_2} \quad [-] \quad 2.103$$

$$e_1 = \frac{-0,50003 - 0,18329 \cdot \alpha_2 + 0,23835 \cdot \alpha_2^2}{1 + 1,6756 \cdot \alpha_2} \quad [-] \quad 2.104$$

$$e_2 = \frac{-0,50001 + 1,1414 \cdot \alpha_2 + 0,0083589 \cdot \alpha_2^2}{1 + 11,168 \cdot \alpha_2} \quad [-] \quad 2.105$$

$$e_3 = \frac{-0,70003 - 0,73587 \cdot \alpha_2 + 0,051509 \cdot \alpha_2^2}{1 + 4,7665 \cdot \alpha_2} \quad [-] \quad 2.106$$

#### 2.2.4.2. Irradianza diffusa

Come per il modello CPR2, il formalismo è basato su uno schema di diffusione a due strati. Si assume che lo strato superiore sia la fonte di tutto lo scattering di Rayleigh, come di tutto l'assorbimento da parte dell'ozono e dei gas. Similmente, si assume che lo strato inferiore sia la fonte di tutta la diffusione dovuta agli aerosol, dell'assorbimento degli aerosol, del vapore acqueo e del biossido di azoto.

Dopo il verificarsi dello scattering nello strato superiore, si assume che l'irradianza diffusa negli strati inferiori si comporti come radiazione diretta a una massa d'aria efficace  $m' = 1,66$ . Questa è la massa d'aria usata per calcolare le trasmittanze relative all'assorbimento dello strato inferiore.

L'irradianza diffusa, su un terreno perfettamente assorbente (con albedo pari a zero), è definita come:

$$I_{dp,i} = T_{o,i} \cdot T_{g,i} \cdot T'_{n,i} \cdot T'_{w,i} \cdot [B_{R,i}(1 - T_{R,i}) \cdot T_{a,i}^{0,25} + B_a F_i T_{R,i}(1 - T_{as,i}^{0,25})] \cdot I_{o,i} \quad [W/m^2] \quad 2.107$$

dove:

$$I_{o,i} = I_{on,i} \cos z \quad [W/m^2] \quad 2.108$$

La funzione  $F_i$  è un fattore di correzione introdotto per compensare gli effetti di scattering multiplo e altri difetti nel semplice approccio di trasmittanza qui usato.  $B_{R1}$  e  $B_{R2}$  sono le frazioni di scattering in avanti per estinzione di Rayleigh. In assenza di scattering multiplo, sarebbero esattamente pari a 0,5 poiché le molecole diffonderebbero in egual misura in direzione anteriore e posteriore. La diffusione multipla è trascurabile nella banda 2 (per cui  $B_{R2} = 0,5$ ), ma non nella prima. Utilizzando un modello spettrale per descrivere questo effetto,  $B_{R1}$  è ottenuto dopo l'integrazione e la parametrizzazione sullo spettro:

$$B_{R1} = 0,5 \cdot (0,89013 - 0,0049558 \cdot m_R + 0,000045721 \cdot m_R^2) \quad [-] \quad 2.109$$

Il fattore di scattering in avanti degli aerosol  $B_a$  è lo stesso del modello CPC2:

$$B_a = 1 - \exp(-0,6931 - 1,8326 \cos z) \quad [-] \quad 2.110$$

Il fattore di correzione per lo scattering dovuto agli aerosol, per la banda 1, è dato da:

$$F_1 = \frac{g_0 + g_1 \tau_{a,1}}{1 + g_2 \tau_{a,1}} \quad [-] \quad 2.111$$

$$g_0 = \frac{3,715 + 0,368 \cdot m_a + 0,036294 \cdot m_a^2}{1 + 0,0009391 \cdot m_a^2} \quad [-] \quad 2.112$$

$$g_1 = \frac{-0,164 - 0,72567 \cdot m_a + 0,20701 \cdot m_a^2}{1 + 0,0019012 \cdot m_a^2} \quad [-] \quad 2.113$$

$$g_2 = \frac{-0,052288 + 0,31902 \cdot m_a + 0,17871 \cdot m_a^2}{1 + 0,0069592 \cdot m_a^2} \quad [-] \quad 2.114$$

Il fattore di correzione per lo scattering dovuto agli aerosol, per la banda 2, è dato da:

$$F_2 = \frac{h_0 + h_1 \tau_{a,2}}{1 + h_2 \tau_{a,2}} \quad [-] \quad 2.115$$

$$h_0 = \frac{3,4352 + 0,65267 \cdot m_a + 0,00034328 \cdot m_a^2}{1 + 0,034388 \cdot m_a^{1,5}} \quad [-] \quad 2.116$$

$$h_1 = \frac{1,231 - 1,63853 \cdot m_a + 0,20667 \cdot m_a^2}{1 + 0,1451 \cdot m_a^{1,5}} \quad [-] \quad 2.117$$

$$h_2 = \frac{0,8889 - 0,55063 \cdot m_a + 0,50152 \cdot m_a^2}{1 + 0,014865 \cdot m_a^{1,5}} \quad [-] \quad 2.118$$

### 2.2.4.3. Irradianza globale

Le irradianze diretta, diffusa e globale incidenti su una superficie orizzontale e idealmente nera sono:

$$I_{bh} = I_{bn} \cos Z \quad [W/m^2] \quad 2.119$$

$$I_{dph} = I_{dp1} + I_{dp2} \quad [W/m^2] \quad 2.120$$

$$I_{gph} = I_{bh} + I_{dph} \quad [W/m^2] \quad 2.121$$

In condizioni normali, un contributo di backscattering deve essere aggiunto a causa dell'interazione tra la superficie riflettente della terra e gli strati diffondenti dell'atmosfera. Questo contributo è generalmente piccolo (<10% di  $I_{gph}$ ) ma può diventare significativo in regioni innevate. L'albedo del terreno  $\rho_g$  da considerare qui si riferisce a una media entro un raggio di 5÷50 km attorno al sito in esame. Per ogni banda, l'albedo del cielo  $\rho_{si}$  è ottenuta in funzione di  $\alpha_i$  e  $\beta_{A,i}$ , e la componente di backscattering,  $E_{dd,i}$ , è ricavata considerando riflessioni multiple tra terreno e atmosfera:

$$I_{dd,i} = \rho_{g,i} \rho_{s,i} \frac{I_{bh,i} + I_{dp,i}}{1 - \rho_{g,i} \rho_{s,i}} \quad [W/m^2] \quad 2.122$$

Albedo del cielo (per radiazione di backscattering):

$$\rho_{s,1} = \frac{0,13363 + 0,00077358 \cdot \alpha_1 + \beta_{A1} \frac{0,37567 + 0,22946 \cdot \alpha_1}{1 - 0,10832 \cdot \alpha_1}}{1 + \beta_{A1} \frac{0,84057 + 0,68683 \cdot \alpha_1}{1 - 0,08158 \cdot \alpha_1}} \quad [-] \quad 2.123$$

$$\rho_{s,2} = \frac{0,010191 + 0,00085547 \cdot \alpha_2 + \beta_{A2} \frac{0,14618 + 0,062758 \cdot \alpha_2}{1 - 0,19402 \cdot \alpha_2}}{1 + \beta_{A2} \frac{0,58101 + 0,17426 \cdot \alpha_2}{1 - 0,17586 \cdot \alpha_2}} \quad [-] \quad 2.124$$

Infine, l'irradianza totale diffusa, per ciascuna banda, è:

$$I_{d,i} = I_{dp,i} + I_{dd,i} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.125$$

per cui l'irradianza diffusa su tutto lo spettro è:

$$I_{dh} = I_{d1} + I_{d2} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.126$$

e l'irradianza globale sull'intero spettro è:

$$I_{th} = I_{bh} + I_{dh} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.127$$

### 2.2.5. Modello ASHRAE (2009)

Viste le lacune del modello presentato nelle versioni precedenti dell'*Handbook of Fundamentals*, per l'edizione del 2009 si è cercato di sviluppare un nuovo modello che fosse accurato, universale, e di semplice utilizzo. Partendo da REST2 sono stati elaborati dati di irradianza a cielo sereno per un ampio numero di casi tipici, da cui sviluppare un modello condensato che si basasse solo su due parametri mensili, di semplice tabulazione. Il modello così ottenuto risulta particolarmente valido fino ad angoli zenitali di 75°, sebbene l'irradianza diretta sia leggermente sottostimata e, conseguentemente, quella diffusa sia sovrastimata.

Il valore di costante solare utilizzato è 1367 W/m<sup>2</sup>, ma la formulazione dell'irradianza extratmosferica presentata è:

$$I_{on} = I_{sc} \left[ 1 + 0,033 \cos \frac{360 \cdot (g - 3)}{365} \right] \quad [W/m^2] \quad 2.128$$

#### 2.2.5.1. Irradianza diretta

L'irradianza solare diretta è data da:

$$I_{bn} = I_{on} \cdot e^{-\tau_b m^{ab}} \quad [W/m^2] \quad 2.129$$

dove:

$I_{bn}$  è l'irradianza normale diretta;

$I_{on}$  è l'irradianza extratmosferica normale, data dalla 2.128;

$\tau_b$  è la "pseudo" profondità ottica diretta;

$m$  è la massa d'aria, come da 1.27;

$ab$  è l'esponente della massa d'aria per l'irradianza diretta.

I valori di  $\tau_b$  sono specifici di ogni località, e variano durante l'anno. Essi incorporano la dipendenza dell'irradianza a cielo sereno dalle condizioni locali, come l'altitudine, il contenuto d'acqua precipitabile e gli aerosol. I valori medi sono stati calcolati tramite il progetto di ricerca ASHRAE RP-1453 (Thevenard 2009) e sono tabulati per il 21-esimo giorno di ogni mese. I valori per gli altri giorni devono essere ottenuti mediante interpolazione.

L'esponente della massa d'aria  $ab$  è correlato a  $\tau_b$   $\tau_d$  e tramite la seguente funzione empirica:

$$ab = 1,219 - 0,043\tau_b - 0,151\tau_d - 0,204\tau_b\tau_d \quad [-] \quad 2.130$$

L'equazione 2.129 descrive una semplice parametrizzazione di modelli generali sofisticati e fornisce valori accurati anche in località dove l'atmosfera è molto nuvolosa o umida per la maggior parte del tempo.

L'irradianza diretta su una superficie comunque inclinata è data da:

$$I_b = I_{bn} \cdot \cos \theta \quad [W/m^2] \quad 2.131$$

Quando il sole è dietro la superficie ( $\cos \theta > 0$ )  $I_b = 0$ .

Tabella 2.7 – Dati astronomici approssimati per il 21-esimo giorno di ogni mese.

Mese	g [-]	$I_{on}$ [W/m <sup>2</sup> ]	ET [']	$\delta$ [°]
Gennaio	21	1410	-10,6	-20,1
Febbraio	52	1397	-14,0	-11,2
Marzo	80	1378	-7,9	-0,4
Aprile	111	1354	1,2	11,6
Maggio	141	1334	3,7	20,1
Giugno	172	1323	-1,3	23,4
Luglio	202	1324	-6,4	20,4
Agosto	233	1336	-3,6	11,8
Settembre	264	1357	6,9	-0,2
Ottobre	294	1380	15,5	-11,8
Novembre	325	1400	13,8	-20,4
Dicembre	355	1411	2,2	-23,4

#### 2.2.5.2. Irradianza diffusa

L'irradianza solare diffusa è data da:

$$I_{dh} = I_{on} \cdot e^{-\tau_d m^{ad}} \quad [W/m^2] \quad 2.132$$

dove:

$I_{dh}$  è l'irradianza normale sull'orizzontale;

$I_{on}$  è l'irradianza extratmosferica normale, come da 2.128;

$m$  è la massa d'aria, come da 1.27;

$\tau_d$  è la "pseudo" profondità ottica diffusa;

$ad$  è l'esponente della massa d'aria per l'irradianza diffusa.

Come per  $\tau_b$ , i valori di  $\tau_d$  sono specifici per la località e variano durante l'anno. I valori medi sono tabulati per il 21-esimo giorno di ogni mese. I valori per gli altri giorni devono essere ottenuti mediante interpolazione.

L'esponente della massa d'aria ad è correlato a  $\tau_b$   $\tau_d$  tramite la seguente funzione empirica:

$$ad = 0,202 + 0,852\tau_b - 0,007\tau_d - 0,357\tau_b\tau_d \quad [-] \quad 2.133$$

L'irradianza diffusa è più difficile da stimare di quella diretta a causa della natura non isotropa del cielo. Per superfici verticali, un modello semplificato è presentato da Stephenson (1965) e Threlkeld (1963). Il rapporto Y tra l'irradianza diffusa a cielo sereno su una superficie verticale e quella su superficie orizzontale è una funzione dell'angolo di incidenza:

$$I_d = I_{dh} \cdot Y \quad [W/m^2] \quad 2.134$$

$$Y = \max(0,45; 0,55 + 0,437 \cos \theta + 0,313 \cos^2 \theta) \quad [-] \quad 2.135$$

Per superfici non verticali si possono utilizzare le seguenti relazioni semplificate:

$$I_d = I_{dh} (Y \sin \Sigma + \cos \Sigma) \quad \text{se } \Sigma \leq 90^\circ \quad [W/m^2] \quad 2.136$$

$$I_d = I_{dh} Y \sin \Sigma \quad \text{se } \Sigma > 90^\circ \quad [W/m^2] \quad 2.137$$

dove Y è calcolato per una superficie verticale avente lo stesso azimut della superficie ricevente considerata.

Le equazioni 2.136 e 2.137 non sono valide in condizioni di cielo coperto.

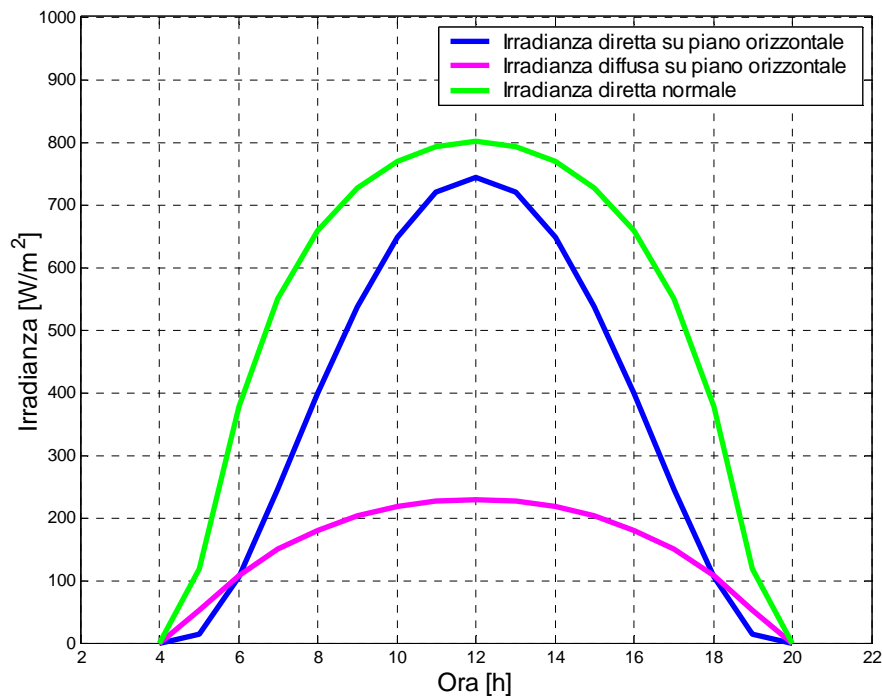


Figura 2.1 – Irradianza diretta e diffusa secondo il modello ASHRAE 2009 per Torino al 21/6.

### 2.2.5.3. Irradianza riflessa

L'irradianza riflessa, per una superficie comunque orientata, è data da:

$$I_r = (I_{bn} \sin \beta + I_{dn}) \cdot \rho \frac{1 - \cos \Sigma}{2} \quad [W/m^2] \quad 2.138$$

Dove l'albedo del terreno  $\rho$  è spesso assunto pari a 0,2.

Tabella 2.8 – Fattori di albedo, adattati da Thevenard e Haddad (2006).

Superficie	Albedo
Acqua (ampi angoli di incidenza)	0,07
Foresta di conifere (inverno)	0,07
Copertura in bitume e ghiaia	0,13
Suolo nudo asciutto	0,2
Calcestruzzo esposto a intemperie	0,22
Erba verde	0,26
Prato asciutto	0,2÷0,3
Deserto sabbioso	0,4
Superfici chiare di edifici	0,6
Superfici coperte di neve:	
Centro città tipico	0,2
Sito urbano tipico	0,4
Sito rurale tipico	0,5
Sito rurale isolato	0,7

### 2.2.5.4. Irradianza globale

L'irradianza totale che raggiunge la superficie ricevente è la somma di tre componenti: quella diretta, quella diffusa, e quella riflessa:

$$I = I_b + I_d + I_r \quad [W/m^2] \quad 2.139$$

dove:

$I_b$  è data dalla 2.131;

$I_d$  è data dalla 2.136 o 2.137;

$I_r$  è data dalla 2.138.



### 2.3. Modelli di scomposizione (per ogni tipo di cielo)

I modelli di scomposizione stimano l'irraggiamento diffuso e quello diretto a partire da dati di irraggiamento globale su superficie orizzontale.

Diversi studi (Perez et al. 1990, Gueymard, 2009) hanno mostrato come i modelli di scomposizione abbiano accuratèzze differenti a seconda delle condizioni di cielo. L'algoritmo proposto da Maxwell è quello che dà risultati migliori in condizioni di cielo sereno, quello di Skartveit e Olseth è invece il migliore per condizioni intermedie, mentre quello di Erbs et al. il quale non considera l'angolo zenitale come una variabile, è quello che produce risultati migliori per angoli zenitali intermedi.

Quando i dati di input a disposizione non sono ottimali, i modelli di Reindl e Skartveit sono quelli che restituiscono risultati migliori.

Si osserva inoltre che, per tutti gli angoli di inclinazione, la maggior parte dei modelli di separazione tende a sottostimare l'irradianza diretta e a sovrastimare quella diffusa.

La stima dell'irraggiamento diffuso viene solitamente effettuata definendo la frazione di irraggiamento diffuso orario su piano orizzontale,  $k_d$ :

$$k_d = \frac{H_{dh,h}}{H_{h,h}} \quad [-] \quad 2.140$$

L'approccio usuale è quello di correlare la frazione diffusa con l'indice di serenità.

L'indice mensile di serenità  $\bar{K}_t$  è il rapporto tra l'irraggiamento medio giornaliero per quel mese su superficie orizzontale e quello extratmosferico:

$$\bar{K}_t = \frac{\bar{H}_h}{\bar{H}_{oh}} \quad [-] \quad 2.141$$

Si può anche definire un indice di serenità giornaliero  $K_t$ , come rapporto dell'irraggiamento su un piano orizzontale di un giorno particolare su quello extratmosferico per quello stesso giorno:

$$K_t = \frac{H_h}{H_{oh}} \quad [-] \quad 2.142$$

Allo stesso modo si può definire infine anche un indice di serenità orario  $k_t$ , dato dal rapporto tra l'irraggiamento orario su un piano orizzontale e quello extratmosferico per la stessa ora:

$$k_t = \frac{H_{h,h}}{H_{oh,h}} \quad [-] \quad 2.143$$

Per località caratterizzate da un certo  $\bar{K}_t$ , se si rappresenta graficamente in funzione di  $K_t$  la frequenza con cui i diversi valori di  $K_t$  si verificano, la distribuzione che si ottiene è simile a quella riportata in figura 2.2. La forma della curva dipende dall'indice di serenità medio. Rappresentando gli stessi dati sotto forma di frequenza cumulativa si ottiene la frazione  $f$  dei giorni che sono meno sereni di  $K_t$ .

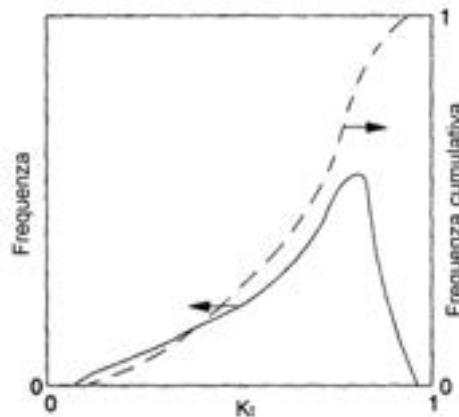


Figura 2.2 – Esempio di distribuzione di frequenza e di frequenza cumulativa di  $K_t$ .

Liu e Jordan (1961) scoprirono che le curve di distribuzione cumulativa sono pressoché identiche per località aventi gli stessi valori di indice di serenità mensile, indipendentemente dalle variazioni di latitudine ed altitudine. A partire da questa informazione svilupparono una serie di curve generalizzate di distribuzione di  $K_t$ -frequenza. In seguito, Bendt et al. (1981) svilupparono delle equazioni che rappresentassero le distribuzioni di Liu e Jordan, le quali tuttavia funzionano bene per valori di  $f(K_t)$  minori di 0,9; al di sopra sovrastimano la frequenza.

L'equazione di Bendt et al. è:

$$f(K_T) = \frac{\exp(\gamma \cdot K_{t,\min}) - \exp(\gamma \cdot K_t)}{\exp(\gamma \cdot K_{t,\min}) - \exp(\gamma \cdot K_{t,\max})} \quad [-] \quad 2.144$$

dove  $\gamma$  può essere calcolato in maniera esplicita tramite la 2.145, fornita da Herzog (1985):

$$\gamma = -1,498 + \frac{1,184\xi - 27,182 \cdot e^{-1,5\xi}}{K_{t,\max} - K_{t,\min}} \quad [-] \quad 2.145$$

con:

$$\xi = \frac{K_{t,\max} - K_{t,\min}}{K_{t,\max} - \bar{K}_t} \quad [-] \quad 2.146$$

Bendt et al. (1981) consigliano un valore di  $K_{t,\min}$  di 0,05, mentre Hollands e Huget (1983) suggeriscono di stimare  $K_{t,\max}$  dalla seguente equazione:

$$\bar{K}_{t,\max} = 0,6313 + 0,267 \cdot \bar{K}_t - 11,9 \cdot (\bar{K}_t - 0,75)^8 \quad [-] \quad 2.147$$

Fu osservato da Whillier (1953) che le curve di distribuzione orarie e giornaliere sono molto simili.

### 2.3.1. Modello di Orgill e Hollands

#### Irraggiamento orario

Orgill e Hollands (1977) proposero la seguente formulazione, funzione del solo indice di serenità, per la stima della frazione diffusa dell'irraggiamento orario:

$$k_d = \begin{cases} 1,0 - 0,249 \cdot k_t & 0 \leq k_t \leq 0,35 \\ 1,557 - 1,84 \cdot k_t & 0,35 < k_t \leq 0,75 \\ 0,177 & k_t > 0,75 \end{cases} \quad [-] \quad 2.148$$

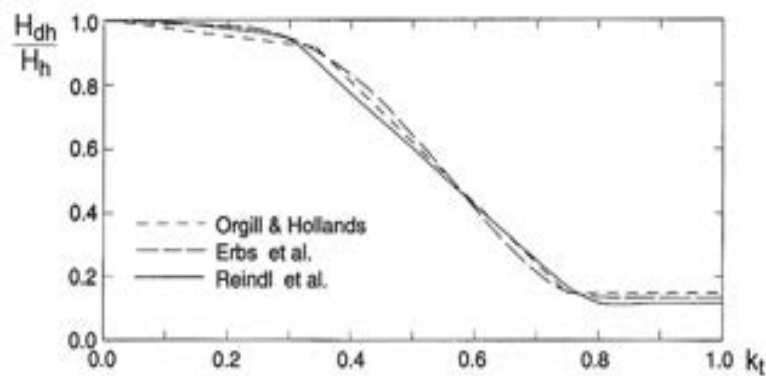


Figura 2.3 - Rapporto  $H_{dh}/H_h$  in funzione di  $k_t$ , secondo le relazioni di Orgill e Hollands (1977), di Erbs et al. (1982) e di Reindl et al. (1990).

### 2.3.2. Modello di Collares-Pereira e Rabl

Collares-Pereira e Rabl (1979) forniscono una formulazione unica per tutto l'anno per il calcolo della frazione di irraggiamento diffuso giornaliero e mensile.

#### Irraggiamento giornaliero

La frazione di irraggiamento diffuso giornaliero è data da:

$$\frac{H_{\text{dn}}}{H_h} = \begin{cases} 0,99 & K_t \leq 0,17 \\ 1,188 - 2,272 \cdot K_t + 9,473 \cdot K_t^2 - 21,865 \cdot K_t^3 + 14,648 \cdot K_t^4 & 0,17 < K_t \leq 0,75 \\ -0,54 \cdot K_t + 0,632 & 0,75 < K_t < 0,80 \\ 0,2 & K_t \geq 0,80 \end{cases} \quad [-] \quad 2.149$$

#### Irraggiamento mensile

La frazione di irraggiamento diffuso mensile è data da:

$$\frac{\overline{H_{\text{dn}}}}{\overline{H_h}} = 0,775 + 0,00606(\omega_s - 90) - [0,505 + 0,00455(\omega_s - 90)] \cos(115 \cdot \overline{K_t} - 103) \quad [-] \quad 2.150$$

dove  $\omega_s$  è espresso in gradi.

### 2.3.3. Modello di Erbs et al.

#### Irraggiamento orario

Per il calcolo dell'irraggiamento orario, Erbs et al. (1982) svilupparono la seguente relazione, che fornisce risultati molto simili a quelli dati dalla relazione di Orgill & Hollands:

$$k_d = \begin{cases} 1,0 - 0,09 \cdot k_t & k_t \leq 0,22 \\ 0,9511 - 0,1604 \cdot k_t + 4,388 \cdot k_t^2 - 16,638 \cdot k_t^3 + 12,336 \cdot k_t^4 & 0,22 < k_t \leq 0,80 \\ 0,165 & k_t > 0,80 \end{cases} \quad [-] \quad 2.151$$

#### Irraggiamento giornaliero

Per il calcolo dell'irraggiamento giornaliero, la formulazione adottata tiene conto delle differenze stagionali:

Per  $\omega_s \leq 81,4^\circ$

$$\frac{H_{dh}}{H_h} = \begin{cases} 1,0 - 0,2727 \cdot K_t + 2,4495 \cdot K_t^2 - 11,9514 \cdot K_t^3 + 9,3879 \cdot K_t^4 & K_t < 0,715 \\ 0,143 & K_t \geq 0,715 \end{cases} \quad [-] \quad 2.152$$

Per  $\omega_s > 81,4^\circ$

$$\frac{H_{dh}}{H_h} = \begin{cases} 1,0 - 0,2832 \cdot K_t + 2,5557 \cdot K_t^2 - 0,84484 \cdot K_t^3 & K_t < 0,722 \\ 0,175 & K_t \geq 0,722 \end{cases} \quad [-] \quad 2.153$$

#### Irraggiamento mensile

Tenendo conto delle differenze stagionali, la formulazione dell'irraggiamento mensile è:

Per  $\omega_s \leq 81,4^\circ$  e  $0,3 \leq \bar{K}_T \leq 0,8$

$$\frac{\bar{H}_{dh}}{H_h} = 1,391 - 3,560 \cdot \bar{K}_T + 4,189 \cdot \bar{K}_T^2 - 2,137 \cdot \bar{K}_T^3 \quad [-] \quad 2.154$$

Per  $\omega_s > 81,4^\circ$  e  $0,3 \leq \bar{K}_T \leq 0,8$

$$\frac{\bar{H}_{dh}}{H_h} = 1,311 - 3,022 \cdot \bar{K}_T + 3,4279 \cdot \bar{K}_T^2 - 1,821 \cdot \bar{K}_T^3 \quad [-] \quad 2.155$$

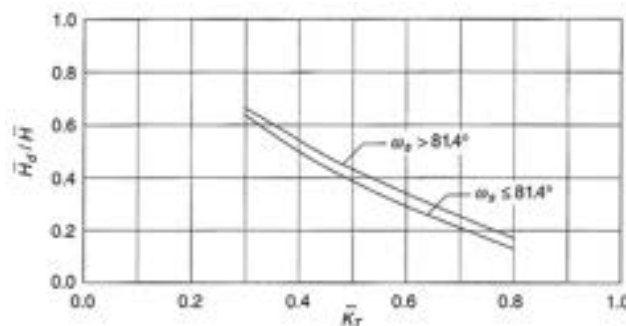


Figura 2.4 – Frazione di irraggiamento diffuso mensile in funzione dell'indice di serenità mensile, secondo Erbs et al..

### 2.3.4. Modello di Maxwell

#### Irraggiamento orario

Il modello di Maxwell (1987) combina un modello a cielo sereno con fit sperimentali per altre condizioni.

$$I_{bn} = I_{on} \cdot [K_{nc} - (A + B \cdot e^{mC})] \quad [-] \quad 2.156$$

dove:

$K_{nc}$  è una funzione della massa d'aria, dato dalla 2.157;

A, B, C sono funzioni dell'indice di serenità, dati dalle 2.158 e 2.159.

$$K_{nc} = 0,866 - 0,122 \cdot m + 0,0121 \cdot m^2 - 0,000653 \cdot m^3 + 0,000014 \cdot m^4 \quad [-] \quad 2.157$$

$$\begin{aligned} A &= 0,512 - 1,560 \cdot k_t + 2,286 \cdot k_t^2 - 2,222 \cdot k_t^3 \\ B &= 0,370 + 0,962 \cdot k_t \end{aligned} \quad \text{per } k_t \leq 0,6 \quad [-] \quad 2.158$$

$$\begin{aligned} C &= -0,280 + 0,923 \cdot k_t - 2,048 \cdot k_t^2 \\ A &= -5,743 + 21,77 \cdot k_t - 27,49 \cdot k_t^2 + 11,56 \cdot k_t^3 \\ B &= 41,40 - 118,5 \cdot k_t + 66,05 \cdot k_t^2 + 31,90 \cdot k_t^3 \\ C &= -47,01 + 184,2 \cdot k_t - 222,0 \cdot k_t^2 + 73,81 \cdot k_t^3 \end{aligned} \quad \text{per } k_t > 0,6 \quad [-] \quad 2.159$$

### 2.3.5. Modello di Reindl et al.

#### Irraggiamento orario

Il modello sviluppato da Reindl et al. (1990) stima la frazione diffusa a partire dall'indice di serenità, dall'angolo di altezza solare, dalla temperatura e dall'umidità relativa.

$$k_d = \begin{cases} 1 - 0,232 \cdot k_t + 0,0239 \sin \beta - & \text{per } k_t \leq 0,30 & \text{vincolo : } k_d \leq 1 \\ - 0,000682 \cdot T + 0,0195 \cdot \text{U.R.} & & \\ 1,329 - 1,716 \cdot k_t + 0,267 \sin \beta - & \text{per } 0,30 < k_t < 0,78 & \text{vincolo : } 0,3 < k_d < 0,78 \quad [-] & 2.160 \\ - 0,00357 \cdot T + 0,106 \cdot \text{U.R.} & & \\ 0,426 \cdot k_t - 0,256 \sin \beta + & \text{per } k_t \geq 0,78 & \text{vincolo : } k_d \geq 0,1 \\ + 0,00349 \cdot T + 0,0734 \cdot \text{U.R.} & & \end{cases}$$

Qualora i dati di temperatura e di umidità relativa non fossero disponibili, la frazione diffusa è stimata a partire dall'indice di serenità e dall'angolo di altezza solare.

$$k_d = \begin{cases} 1,020 - 0,254 \cdot k_t + 0,0123 \sin \beta & \text{per } k_t \leq 0,30 & \text{vincolo : } k_d \leq 1 \\ 1,400 - 1,749 \cdot k_t + 0,177 \sin \beta & \text{per } 0,30 < k_t < 0,78 & \text{vincolo : } 0,3 < k_d < 0,78 \quad [-] & 2.161 \\ 0,486 \cdot k_t - 0,182 \sin \beta & \text{per } k_t \geq 0,78 & \text{vincolo : } k_d \geq 0,1 \end{cases}$$

Infine, viene proposta anche una formulazione funzione del solo dell'indice di serenità.

$$k_d = \begin{cases} 1,020 - 0,248 \cdot k_t & \text{per } k_t \leq 0,30 & \text{vincolo : } k_d \leq 1 \\ 1,450 - 1,670 \cdot k_t & \text{per } 0,30 < k_t < 0,78 & \text{vincolo : } 0,3 < k_d < 0,78 & [-] & 2.162 \\ 0,147 & \text{per } k_t \geq 0,78 \end{cases}$$



### 2.3.6. Modello di Louche et al.

#### Irraggiamento orario

Louche et al. (1991) utilizzarono l'indice di serenità per stimare la trasmittanza alla radiazione diretta  $k_b$ , definita dalla 2.26.

Per valori di  $k_t$  fino a 0,8 si ha:

$$k_b = -10,627 \cdot k_t^5 + 15,307 \cdot k_t^4 - 5,205 \cdot k_t^3 + 0,994 \cdot k_t + 0,02 \quad [-] \quad 2.163$$

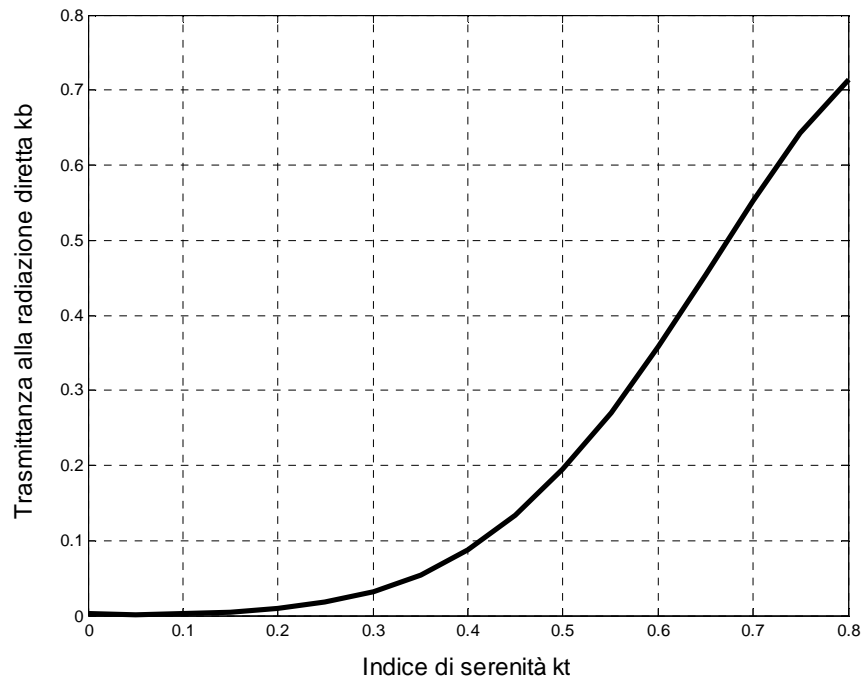


Figura 2.5 – Trasmittanza alla radiazione diretta in funzione di  $k_t$ , secondo Louche et al.

### 2.3.7. Modello di Skartveit e Olseth

Il modello sviluppato da Skartveit e Olseth (1998) stima la frazione diffusa a partire dall'altezza solare, dall'indice di serenità e da un indice di variabilità.

L'indice di variabilità  $\sigma_3$  è definito come la deviazione quadratica media tra l'indice di cielo sereno dell'ora in questione (S) e, rispettivamente, di quella precedente ( $S_{-1}$ ) e di quella successiva ( $S_{+1}$ ):

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{(S - S_{-1})^2 + (S - S_{+1})^2}{2}} \quad [-] \quad 2.164$$

Se o l'ora precedente o quella successiva mancano,  $\sigma_3$  è dato da:

$$\sigma_3 = |S - S_{\pm 1}| \quad [-] \quad 2.165$$

L'indice di cielo sereno è definito come:

$$S = \frac{k_t}{k_{t1}} \quad [-] \quad 2.166$$

dove:

$k_{t1}$  è la misura dell'indice di serenità a cielo senza nuvole, dato dalla 2.170.

Qualora l'indice di variabilità fosse sconosciuto, si può applicare il seguente valore medio:

$$\sigma_3 = \begin{cases} 0,021 + 0,397 \cdot S - 0,231 \cdot S^2 - 0,13 \cdot e^{-\left[\left(\frac{S-0,931}{0,134}\right)^2\right]^{0,834}} & \text{per } S \leq 1,04 \\ 0,12 + 0,65 \cdot (S - 1,04) & \text{per } S > 1,04 \end{cases} \quad [-] \quad 2.167$$

### Irraggiamento orario

La frazione diffusa  $k_d$  viene calcolata per quattro intervalli di  $k_t$ , ipotizzando un'albedo  $\rho$  di 0,15.

Per  $k_t \leq 0,22$  non si osserva radiazione diretta significativa per alcun angolo di altezza solare. Per  $0,22 < k_t \leq k_{t2}$  prevalgono nuvole sparse che oscurano a tratti il sole. Per  $k_{t2} < k_t \leq k_{t,max}$ , dove prevalgono cieli senza nuvole, si assume che l'irradianza diffusa sia una frazione fissata, ma dipendente dall'altezza solare e dalla torbidezza, sottratta all'irradianza diretta. Infine, per  $k_t > k_{t,max}$  si assume che ogni aumento di indice di serenità oltre  $k_{t,max}$  derivi dall'irradianza diffusa dalle nuvole che non oscurano il sole, mentre la trasmittanza alla radiazione diretta rimane fissata al valore di  $k_{b,max}$ .

Per  $\sigma_3 \approx 0$ , si ha:

$$k_d = \begin{cases} 1 & \text{per } k_t \leq 0,22 \\ 1 - (1 - k_{d1}) \cdot (0,11\sqrt{K_1} + 0,15K_1 + 0,74K_1^2) & \text{per } 0,22 < k_t \leq k_{t2} \\ k_{d2}k_{t2} \frac{1 - k_t}{k_t(1 - k_{t2})} & \text{per } k_{t2} < k_t \leq k_{t,max} \\ 1 - k_{t,max} \frac{1 - k_{d,max}}{k_t} & \text{per } k_t > k_{t,max} \end{cases} \quad [-] \quad 2.168$$

dove:

$$k_{d1} = \begin{cases} 1 & \text{per } \beta \leq 1,4^\circ \\ 0,07 + 0,046 \frac{90 - \beta}{\beta + 3} & \text{per } \beta > 1,4^\circ \end{cases} \quad [-] \quad 2.169$$

$$k_{t1} = 0,83 - 0,56 \cdot \exp(-0,06\beta) \quad [-] \quad 2.170$$

$$K_1 = 0,5 \cdot \left[ 1 + \sin \frac{\pi \cdot (k_t - 0,22)}{k_{t1} - 0,22} - \frac{\pi}{2} \right] \quad [-] \quad 2.171$$

$$k_{d2} = 1 - (1 - k_{d1}) \cdot (0,11\sqrt{K_2} + 0,15K_2 + 0,74K_2^2) \quad [-] \quad 2.172$$

$$k_{t2} = 0,95 \cdot k_{t1} \quad [-] \quad 2.173$$

$$K_2 = 0,5 \cdot \left[ 1 + \sin \frac{\pi \cdot (k_{t2} - 0,22)}{k_{t1} - 0,22} - \frac{\pi}{2} \right] \quad [-] \quad 2.174$$

$$k_{t,max} = \frac{k_{b,max} + \frac{k_{d2}k_{t2}}{1 - k_{t2}}}{1 + \frac{k_{d2}k_{t2}}{1 - k_{t2}}} \quad [-] \quad 2.175$$

$$k_{b,max} = 0,81 \left( \frac{1}{\sin \beta} \right)^{0,6} \quad [-] \quad 2.176$$

$$k_{d,max} = k_{d2}k_{t2} \frac{1 - k_{t,max}}{k_{t,max}(1 - k_{t2})} \quad [-] \quad 2.177$$

con  $\beta$  espresso in gradi.

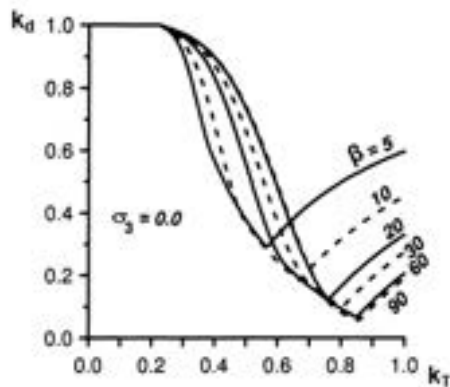


Figura 2.6 – Frazione diffusa in funzione dell'indice di serenità, per ore invariabili ( $\sigma_3=0$ ) e sei altezze solari.

Per  $\sigma_3 > 0$ , si deve aggiungere alle equazioni di invariabilità sopra riportate un termine  $\Delta(k_T, \beta, \sigma_3)$ , per tenere conto degli effetti della variabilità e disomogeneità delle nuvole.

$$\Delta(k_T, \beta, \sigma_3) = \begin{cases} 0 & \text{per } k_t < 0,14 \\ -3 \cdot k_L^2 (1 - k_L) \cdot \sigma_3^{1,3} & \text{per } 0,14 \leq k_t \leq k_x \\ 3 \cdot k_R (1 - k_R)^2 \cdot \sigma_3^{0,6} & \text{per } k_x \leq k_t \leq k_x + 0,71 \\ 0 & \text{per } k_t > k_x + 0,71 \end{cases} \quad [-] \quad 2.178$$

dove:

$$k_x = 0,56 - 0,32 \cdot \exp(-0,06\beta) \quad [-] \quad 2.179$$

$$k_L = \frac{k_t - 0,14}{k_x - 0,14} \quad [-] \quad 2.180$$

$$k_R = \frac{k_t - k_x}{0,71} \quad [-] \quad 2.181$$

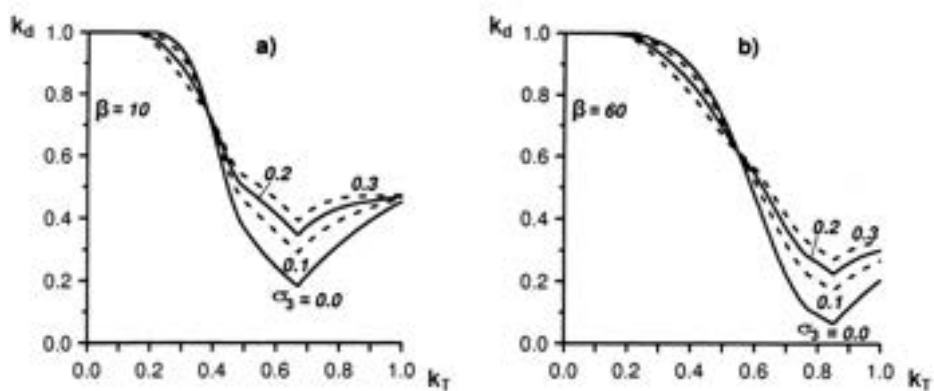


Figura 2.7 – Frazione diffusa in funzione dell'indice di serenità, per quattro indici di variabilità  $\sigma_3$  e per altezze solari  $\beta = 10^\circ$  (a) e  $60^\circ$  (b).

Quando l'albedo si discosta molto dal valore prefissato di 0,15, l'irradianza diffusa è affetta da riflessioni multiple tra il terreno e la volta celeste. Indicando con  $k_{tp}$  l'indice di serenità misurato nell'ambiente reale in un raggio di qualche centinaio di chilometri e con  $k_{tp^*}$  quello che si avrebbe con  $\rho^* = 0,15$ , e calcolando la frazione diffusa  $k_{dp^*}$  con questo valore "standard", la frazione diffusa in condizioni di albedo reali è data da:

$$k_d = 1 - k_{tp^*} \cdot \frac{1 - k_{dp^*}}{k_{tp}} \quad [-] \quad 2.182$$

con:

$$k_{tp^*} = k_{tp} \cdot \frac{1 - \rho \cdot \rho_s}{1 - \rho^* \cdot \rho_s} \quad [-] \quad 2.183$$

$$\rho_s = \frac{1 - A - k'_{tp}}{1 - k'_{tp}} \quad [-] \quad 2.184$$

$$k'_{tp} = \frac{k_{tp} k_{t1}(\beta')}{k_{t1}(\beta)} \quad [-] \quad 2.185$$

dove:

- A è la frazione di irradianza solare incidente sulla volta celeste e assorbita dall'atmosfera. È una quantità pressoché indipendente sia dall'altezza solare che della nuvolosità, e si può assumere un valore medio pari a 0,20 (Paltridge e Platt, 1976);
- $\beta'$  è pari a  $37^\circ$ , in accordo con il "fattore di diffusività" comunemente usato di  $1/\sin(\beta')=1,66$  (Paltridge e Platt, 1976).

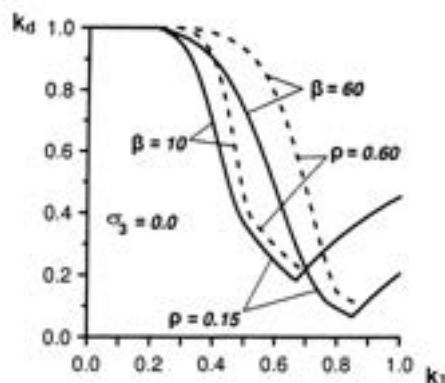


Figura 2.8 –Frazione diffusa in funzione dell'indice di serenità, per ore invariabili ( $\sigma_3=0$ ), altezze solari  $\beta = 10^\circ$  e  $60^\circ$ , albedo  $\rho = 0,15$  e  $0,60$ .

Rimane infine da notare che, qualora dovesse risultare  $k_d > 1$ , deve essere riportato pari all'unità.

### 2.3.8. Modello di Zhang-Huang

Il modello sviluppato da Zhang e Huang (2001) calcola l'irradianza totale in funzione della copertura nuvolosa, della temperatura a bulbo asciutto, dell'umidità relativa e della velocità del vento.

$$I_{th} = \frac{I_{sc} \cdot \sin \beta \cdot [C_0 + C_1 \cdot CC + C_2 \cdot CC^2 + C_3 \cdot (T_n - T_{n-3}) + C_4 \cdot U.R. + C_5 \cdot v] - d}{k} \quad [J/(m^2h)] \quad 2.186$$

dove:

$I_{sc}$  è la costante solare, in  $W/m^2$ ;

$\beta$  è l'altezza solare;

CC è la copertura nuvolosa;

U.R. è l'umidità relativa, in %;

$T_n, T_{n-3}$  sono le temperature a bulbo asciutto rispettivamente all'ora n e all'ora n-3;

v è la velocità del vento, in m/s;

$C_i, d, k$  sono coefficienti determinati da dati misurati a Beijing e Guangzhou:

$$C_0 = 0,5598$$

$$C_1 = 0,4982$$

$$C_2 = -0,6762$$

$$C_3 = 0,02842$$

$$C_4 = -0,00317$$

$$C_5 = 0,014$$

$$d = -17,853$$

$$k = 0,843$$

Per separare l'irraggiamento diretto e quello diffuso, viene utilizzato il modello sviluppato da Watanabe (1983) per località giapponesi:

$$k_t = \frac{I_{th}}{I_{sc} \sin \beta} \quad [-] \quad 2.187$$

$$k_{tc} = 0,4268 + 0,1934 \sin \beta \quad [-] \quad 2.188$$

$$k_{ds} = \begin{cases} k_t - (1,107 + 0,03569 \sin \beta + 1,681 \sin^2 \beta) \cdot (1 - k_t)^2 & \text{per } k_t \geq k_{tc} \\ (3,996 - 3,862 \sin \beta + 1,540 \sin^2 \beta) \cdot k_t^3 & \text{per } k_t < k_{tc} \end{cases} \quad [-] \quad 2.189$$

$$I_{bh} = I_{sc} \sin \beta \cdot k_{ds} \frac{1 - k_t}{1 - k_{ds}} \quad [J/(m^2h)] \quad 2.190$$

$$I_{dh} = I_{sc} \sin \beta \cdot \frac{k_t - k_{ds}}{1 - k_{ds}} \quad [J/(m^2h)] \quad 2.191$$

### 2.3.9. Modello di Ruiz-Arias et al.

Il modello proposto da Ruiz-Arias et al. (2010) si basa su una funzione sigmoidea le cui variabili sono l'indice di serenità  $e$ , volendo, la massa d'aria. La caratteristica principale di questa modellazione è che non necessita di essere differenziata per diversi intervalli di  $k_t$ . Statisticamente, la stima di  $k_d$  per valori di indice di serenità estremi è più affidabile. L'introduzione della massa d'aria come variabile migliora solo leggermente l'accuratezza del modello, senza tuttavia aumentare eccessivamente la sua complessità.

#### Irraggiamento orario

La formulazione proposta in funzione dell'indice di serenità e della massa d'aria è:

$$k_d = 0,944 - 1,538 \cdot e^{-\exp(2,808 - 5,759 \cdot k_t + 2,276 \cdot k_t^2 - 0,125 \cdot m + 0,013 \cdot m^2)} \quad [-] \quad 2.192$$

Una formulazione alternativa, funzione del solo indice di serenità, è:

$$k_d = 0,952 - 1,041 \cdot e^{-\exp(2,300 - 4,702 \cdot k_t)} \quad [-] \quad 2.193$$

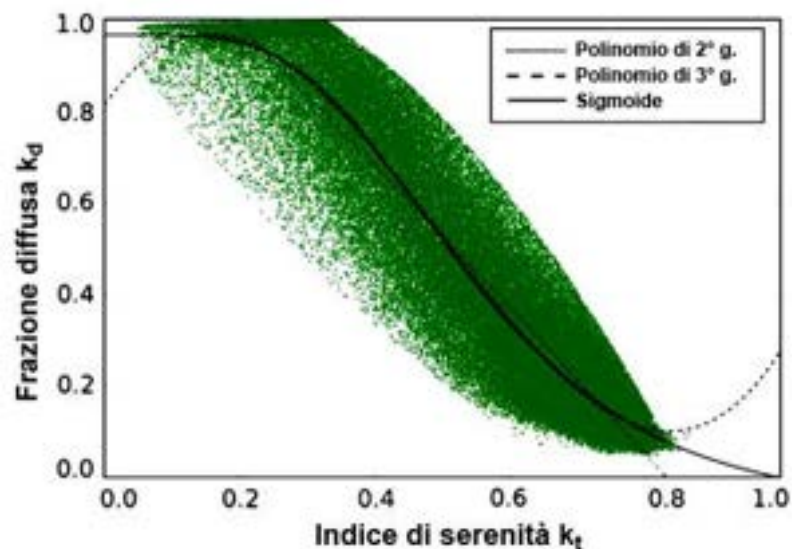


Figura 2.9 – Sovrapposizione di diverse curve di fit con dati rilevati dalla stazione di Boulder (USA).

## 2.4. Stima dell'irraggiamento giornaliero in base alle ore di sole

### 2.4.1. Modello di Ångström

L'equazione di regressione di Ångström correla l'irraggiamento medio mensile di una certa località all'irraggiamento di un giorno di cielo sereno e alla frazione di possibili ore di sole:

$$\frac{\bar{H}_h}{\bar{H}_c} = a' + b' \frac{\bar{n}}{N} \quad [-] \quad 2.194$$

dove:

$\bar{H}$  è l'irraggiamento medio giornaliero su una superficie orizzontale;

$\bar{H}_c$  è l'irraggiamento medio giornaliero a cielo sereno per la località e il mese in esame;

$a'$ ,  $b'$  sono costanti empiriche;

$\bar{n}$  è la media mensile di ore giornaliere di irraggiamento diretto;

$N$  è la media mensile del numero massimo di ore giornaliere di irraggiamento diretto, quindi la lunghezza del giorno medio mensile (cfr 1.18).

### 2.4.2. Modello di Page et al.

La 2.195 fu modificata da Page e Prescott (1964) per basare il calcolo sull'irraggiamento extratmosferico su superficie orizzontale piuttosto che sull'irraggiamento a cielo sereno:

$$\frac{\bar{H}_h}{\bar{H}_{oh}} = \bar{K}_t = a + b \frac{\bar{n}}{N} \quad [-] \quad 2.195$$

dove:

$\bar{H}_{oh}$  è l'irraggiamento extratmosferico per la località in esame mediato sul periodo di tempo scelto;

$a$  e  $b$  sono costanti dipendenti dalla località.

Sono stati proposti diversi valori dei coefficienti  $a$  e  $b$ , alcuni dei quali riportati in tabella 2.9.



Tabella 2.9 – Coefficienti dell'equazione 2.195.

<b>Modello</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>Validità</b>
Page	0,23	0,48	
Bahel et al.	0,175	0,552	
Louche et al.	0,206	0,546	
Benson et al.	0,18 0,24	0,6 0,53	Ott-Dic Apr-Sett
Rietveld	0,18 0,2 0,22 0,2 0,24 0,24 0,23 0,22 0,2 0,19 0,17 0,18	0,66 0,6 0,58 0,62 0,52 0,53 0,53 0,55 0,59 0,6 0,66 0,65	Gen. Feb. Mar. Apr. Mag. Giu. Lug. Ago. Set. Ott. Nov. Dic.

## 2.5. Stima dei valori orari medi a partire da dati giornalieri

### 2.5.1. Modello di Liu e Jordan

#### Irraggiamento diffuso orario

Il rapporto dell'irraggiamento diffuso orario su quello diffuso giornaliero  $r_d$  è definito come:

$$r_d = \frac{H_{dh,h}}{H_{dh}} \quad [-] \quad 2.196$$

Assumendo che  $H_{dh,h}/\bar{H}_{dh}$  sia uguale a  $H_{oh,h}/\bar{H}_{oh}$ , Liu e Jordan (1960) forniscono la seguente formulazione di  $r_d$ :

$$r_d = \frac{\pi}{24} \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\sin \omega_s - \frac{\pi}{180} \omega_s \cos \omega_s} \quad [-] \quad 2.197$$

### 2.5.2. Modello di Collares-Pereira e Rabl, modificato da Gueymard

#### Irraggiamento globale su piano orizzontale orario

Studi statistici sulla distribuzione temporale dell'irraggiamento globale su superfici orizzontali durante il giorno, partendo da dati medi mensili, hanno portato a costruire diagrammi generalizzati di  $r_t$ , rapporto dell'irraggiamento orario su quello totale giornaliero, come una funzione della durata del giorno e dell'ora in esame:

$$r_t = \frac{H_{h,h}}{H_h} \quad [-] \quad 2.198$$

Le ore sono designate dal tempo della mezz'ora, e i giorni sono assunti simmetrici rispetto a mezzogiorno.

La formulazione di  $r_t$  fornita da Collares-Pereira e Rabl (1979) è:

$$r_t = \frac{\pi}{24} (a + b \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{\sin \omega_s - \omega_s \cos \omega_s} \quad [-] \quad 2.199$$

dove:

$$a = 0,4090 + 0,5016 \sin(\omega_s - \pi/3) \quad [-] \quad 2.200$$

$$b = 0,6609 + 0,4767 \sin(\omega_s - \pi/3) \quad [-] \quad 2.201$$

con  $\omega$  e  $\omega_s$  espressi in radianti.

La 2.199 è stata in seguito normalizzata da Gueymard (1986). La nuova formulazione è:

$$r_t = \frac{\pi}{24} (a + b \cos \omega) \frac{\cos \omega - \cos \omega_s}{a \cdot (\sin \omega_s - \omega_s \cos \omega_s) + 0,5 \cdot b \cdot (\omega - \sin \omega_s \cos \omega_s)} \quad [-] \quad 2.20$$

2

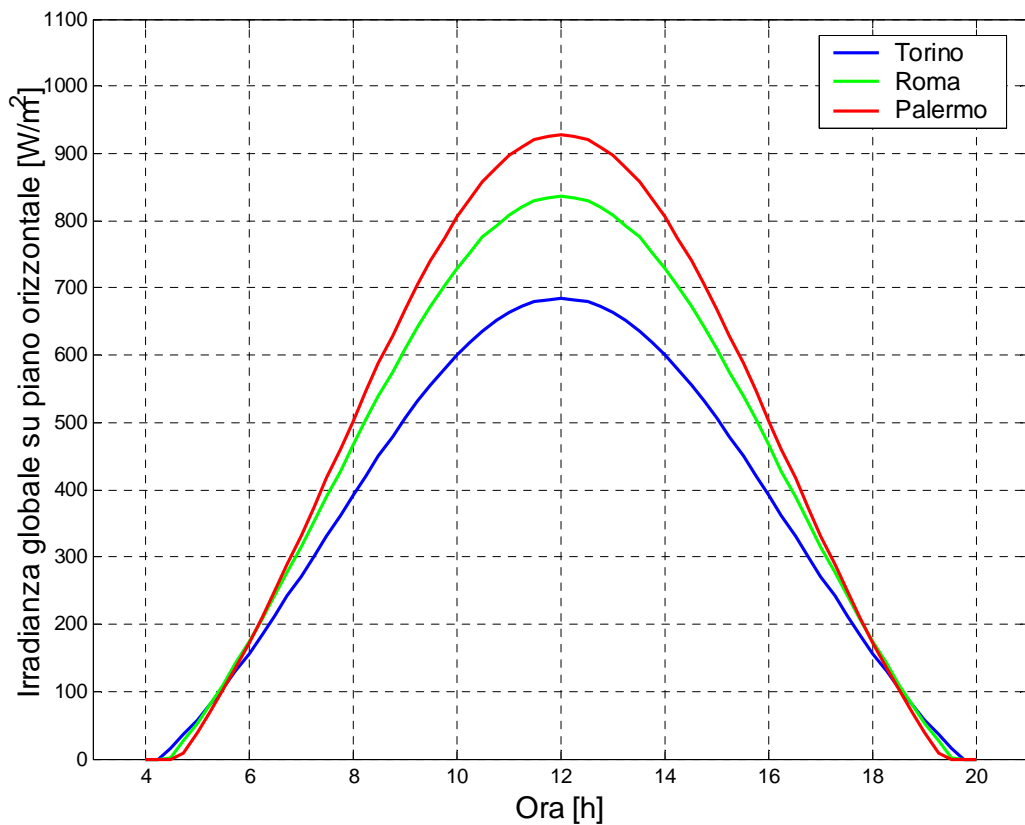


Figura 2.10 – Andamento giornaliero dell'irradianza globale su piano orizzontale per Torino, Roma e Palermo in condizioni di cielo medio, al 21/6.

## 2.6. Albedo del terreno

La frazione di radiazione che viene riflessa dal suolo è funzione dell'albedo del terreno, ovvero del suo coefficiente di riflessione.

L'albedo non è costante durante l'arco della giornata e, in assenza di neve, assume un valore minimo intorno a mezzogiorno. Essa presenta proprietà di anisotropia, sebbene il vantaggio ottenibile dall'uso di un coefficiente di riflessione anisotropo risulti molto piccolo.

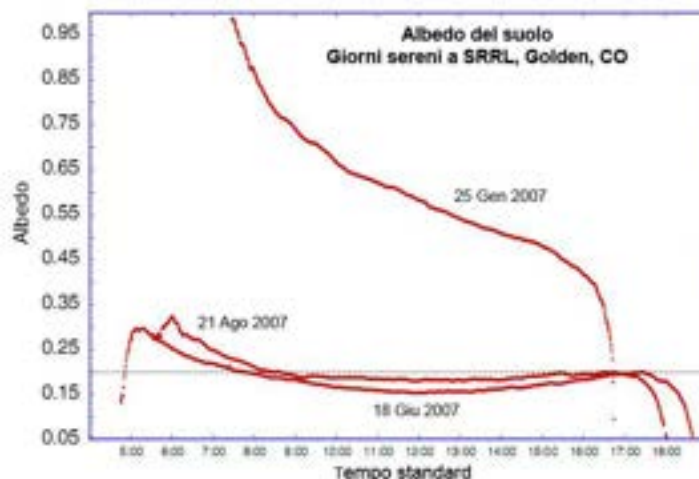


Figura 2.11 – Variazione diurna dell'albedo misurata durante due giorni estivi di cielo sereno e un giorno invernale (con neve al suolo) a SRRL. La linea tratteggiata indica il valore convenzionale di 0,2.

L'albedo varia con la natura della superficie riflettente, con l'altezza solare, con la copertura nuvolosa e, in caso di neve, è funzione dell'età e dello spessore di neve accumulata, della temperatura ambiente e, per alcune superfici, anche della posizione rispetto al sole.

La dipendenza dell'albedo dall'altezza solare è debole al mattino, mentre aumenta nelle ore pomeridiane. Tuttavia l'incidenza di questa variabile si può considerare trascurabile. L'albedo della neve fresca è indipendente dall'altezza solare.

La variazione del coefficiente di albedo sembra non essere particolarmente influenzata da variazioni delle condizioni meteorologiche, tranne che per la radiazione riflessa da superfici verticali o inclinate nelle vicinanze.

Tabella 2.10 – Albedo media ottenuta da misure su un periodo di tre mesi (da Ineichen et al. 1987)

	Albedo [%]				
	Orizz.	Nord	Est	Sud	Ovest
Orizzontale	13,4	-	-	-	-
Differenziata		14,7	15,5	13,8	14,8
Mattino		13,9	14,3	14,3	15,7
Pomeriggio		16,0	17,2	13,1	13,5

Generalmente si assume per l'albedo, in assenza di neve, un valore costante convenzionale di 0,2. Tuttavia, è stato osservato in diversi studi (Ineichen 1987, Thevenard 2006) che l'utilizzo di tale coefficiente di albedo per la descrizione delle proprietà di riflessione del terreno è inappropriato.

In ambiente urbano, dove l'effetto delle ostruzioni vicine è molto importante, un'analisi dettagliata della geometria e delle proprietà di riflessione degli edifici mostra che l'albedo media giornaliera assume valori di  $0,15 \pm 0,02$ . In presenza di neve non è invece possibile specificare un valore caratteristico di albedo, in quanto è funzione del fattore di vista della porzione di territorio innevata. Sono stati suggeriti da Hunn e Calaffell (1977) valori compresi tra 0,16 e 0,49.

## **2.7. Confronto tra i modelli di calcolo per alcune località italiane**

Nei prossimi paragrafi vengono riportati alcuni grafici di confronto tra i vari modelli di scomposizione dell'irradianza solare, osservando l'andamento giornaliero dell'irradianza totale e di quella diffusa.

I modelli presi in esame sono: Orgill e Hollands (1977), Erbs et al. (1982), Maxwell (1987), Reindl. et al (1990), Louche et al. (1991), Skartveit e Olseth (1998), Ruiz-Arias (2010).

L'analisi viene svolta per tre località italiane (Torino, Roma e Palermo), per quattro giorni dell'anno (21 marzo, 21 giugno, 21 settembre e 21 dicembre) e per condizioni di cielo sereno e medio.

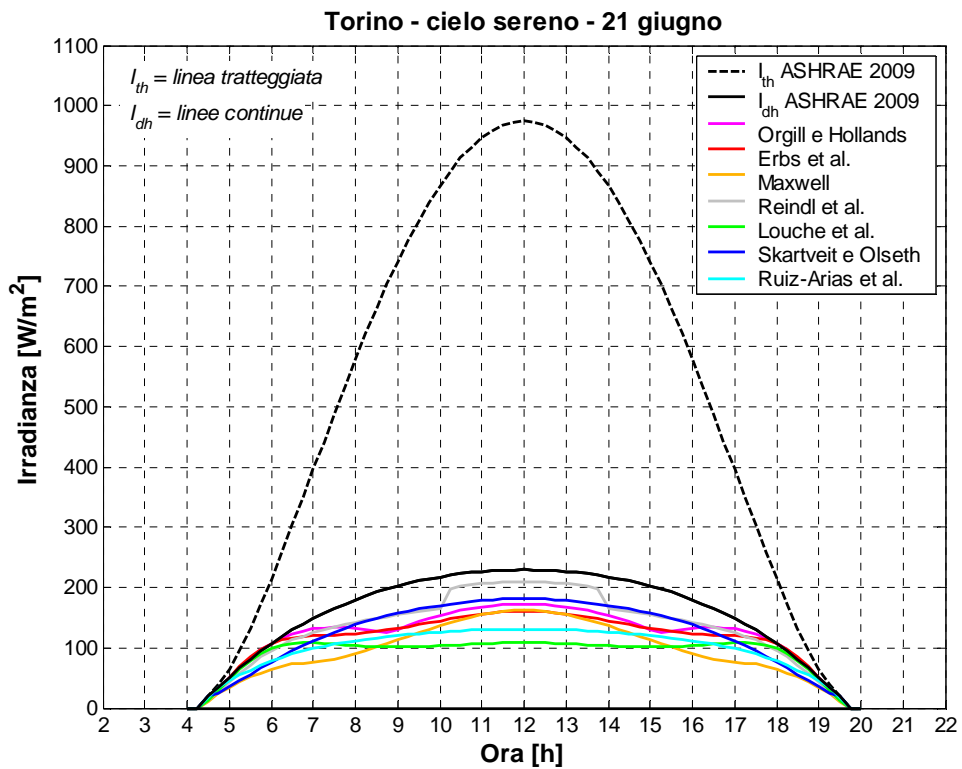
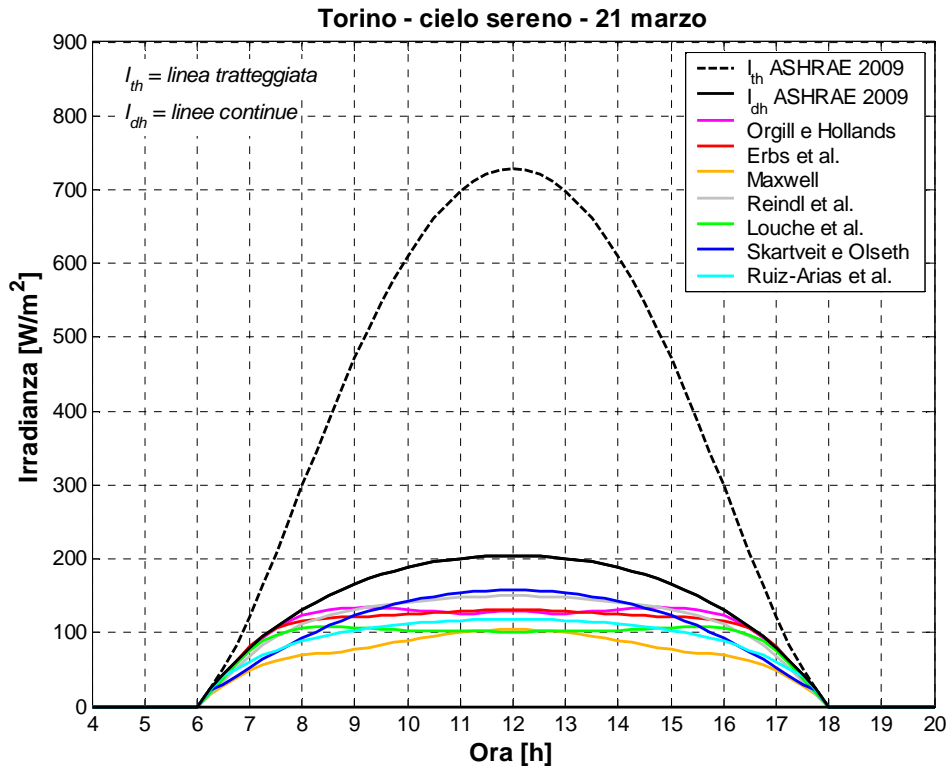
In condizioni di cielo sereno, le curve nere mostrano l'irradianza totale e diffusa su piano orizzontale calcolate secondo il modello ASHRAE 2009, al quale rapportare le prestazioni dei modelli di scomposizione.

In condizione di cielo medio, noti l'irraggiamento diretto e diffuso medio giornaliero su piano orizzontale (i cui valori sono riportati nella UNI 10349:1994), tramite il modello di Collares-Pereira e Rabl modificato da Gueymard (abbreviato CPRG) viene calcolata la distribuzione oraria dell'irraggiamento globale, e tramite il modello di Liu e Jordan si ottiene la distribuzione oraria dell'irraggiamento diffuso, al quale rapportare le prestazioni dei modelli di scomposizione.

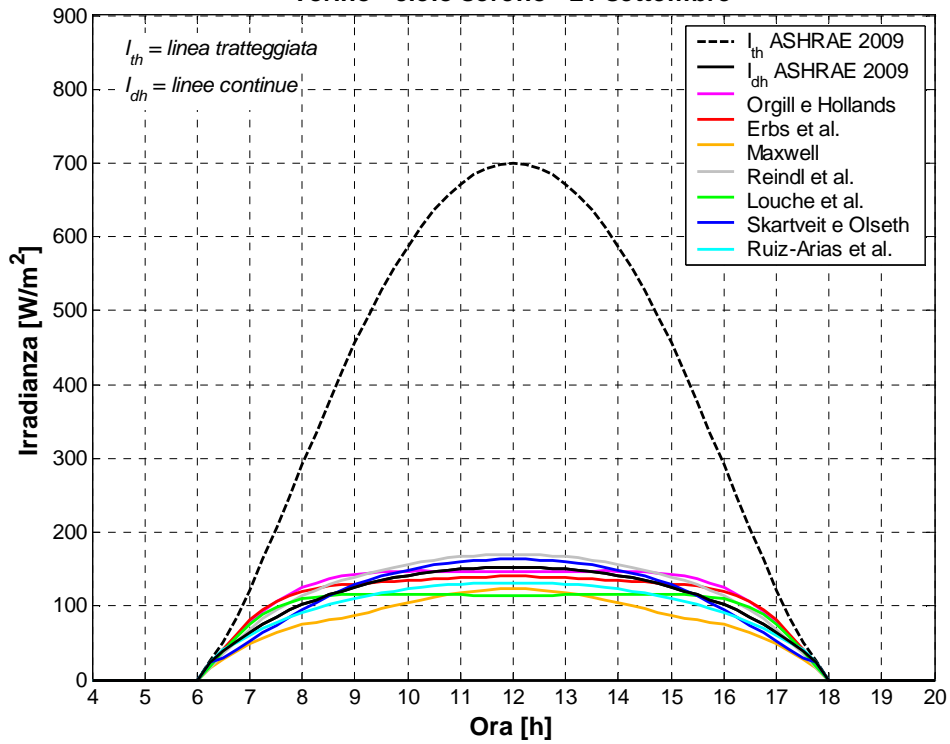
In condizioni di cielo sereno, noto l'irraggiamento globale su piano orizzontale, il modello di Skartveit e Olseth è quello che, a livello generale, dà risultati più simili a quelli ottenuti tramite l'utilizzo del modello ASHRAE 2009.

In condizioni di cielo medio si osserva una generale sovrastima dell'irradianza diffusa. Il modello che dà risultati più simili a quelli ottenuti con il metodo di Liu e Jordan (che si basa sul valore di irraggiamento diffuso dato da norma) è quello di Ruiz-Arias et al..

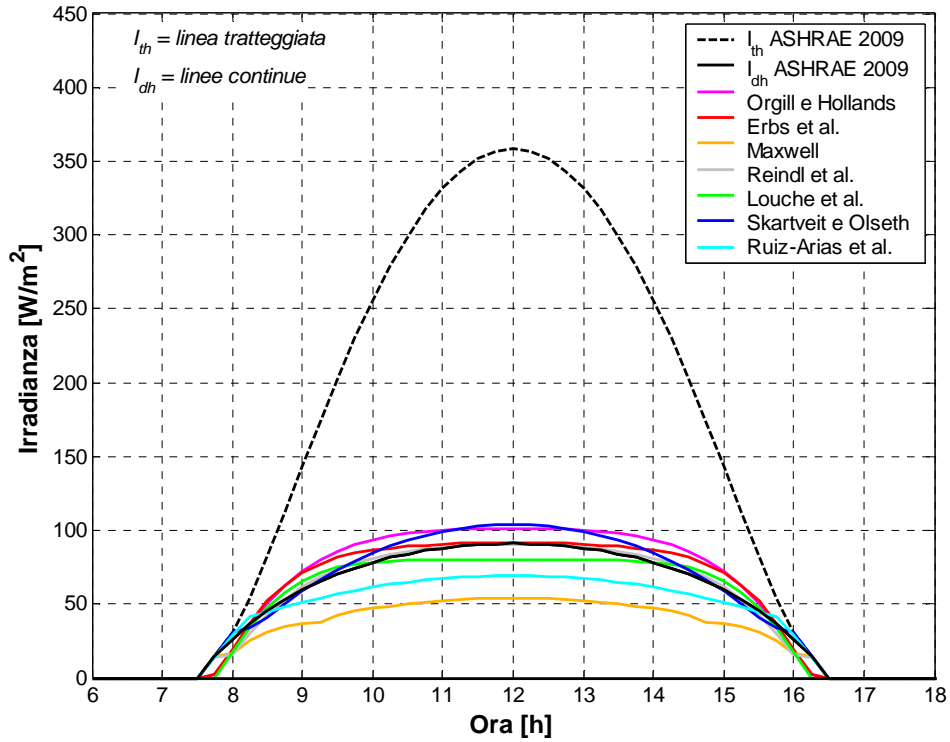
### 2.7.1. Cielo sereno



Torino - cielo sereno - 21 settembre

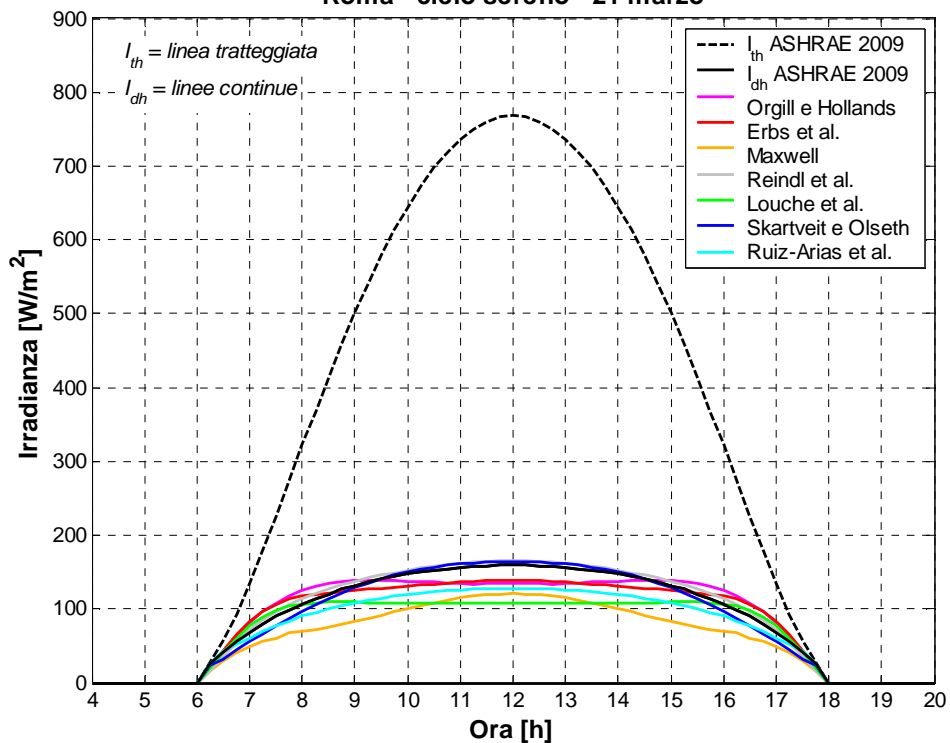


Torino - cielo sereno - 21 dicembre

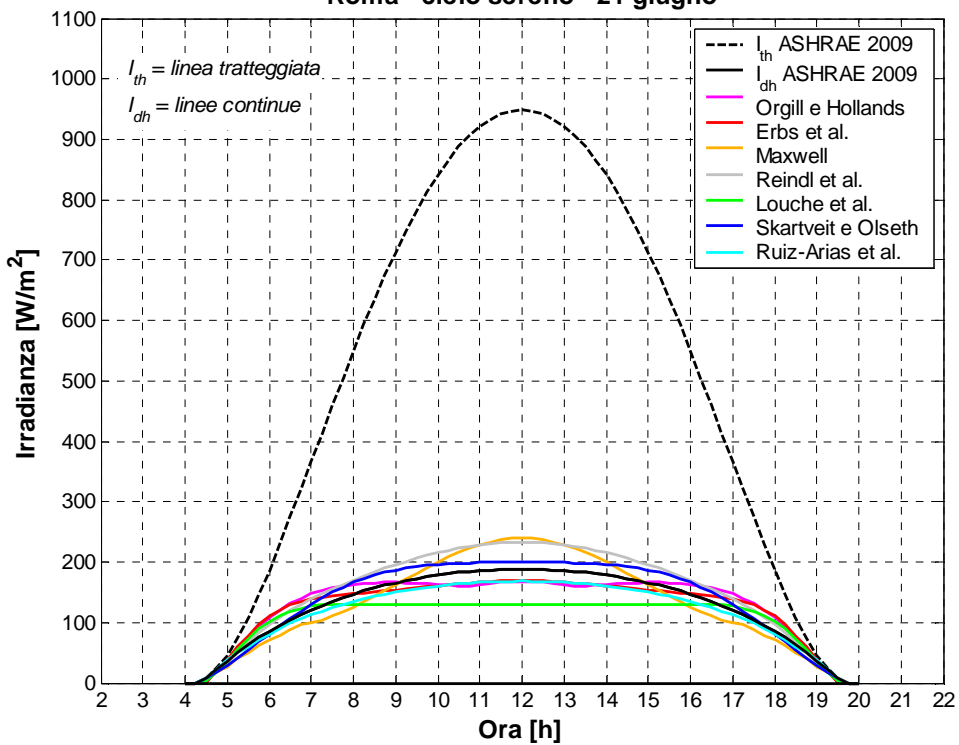




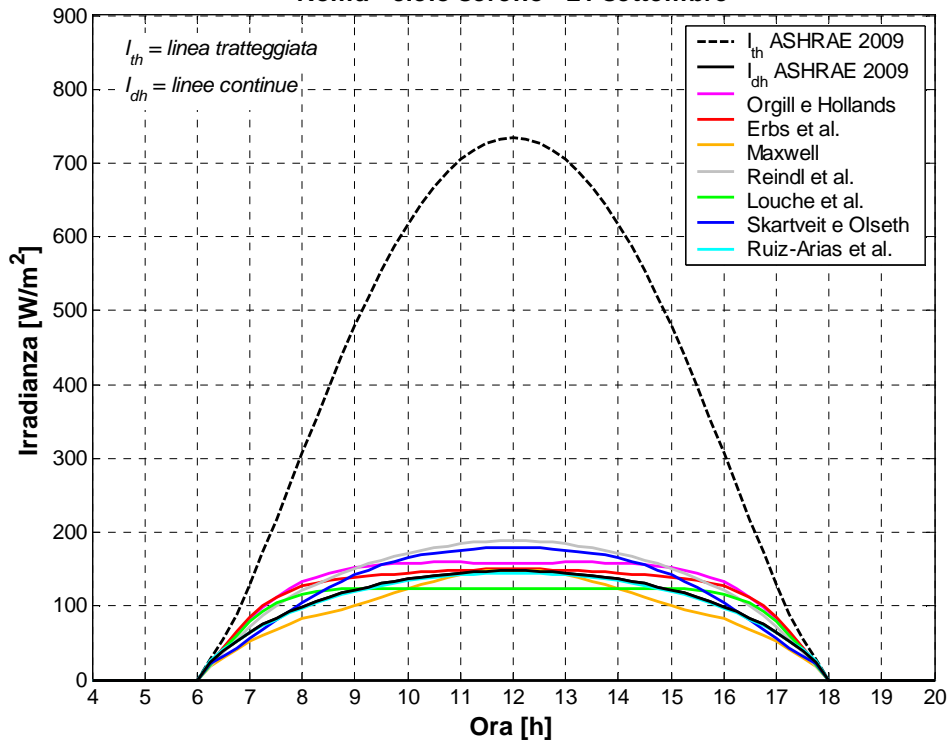
Roma - cielo sereno - 21 marzo



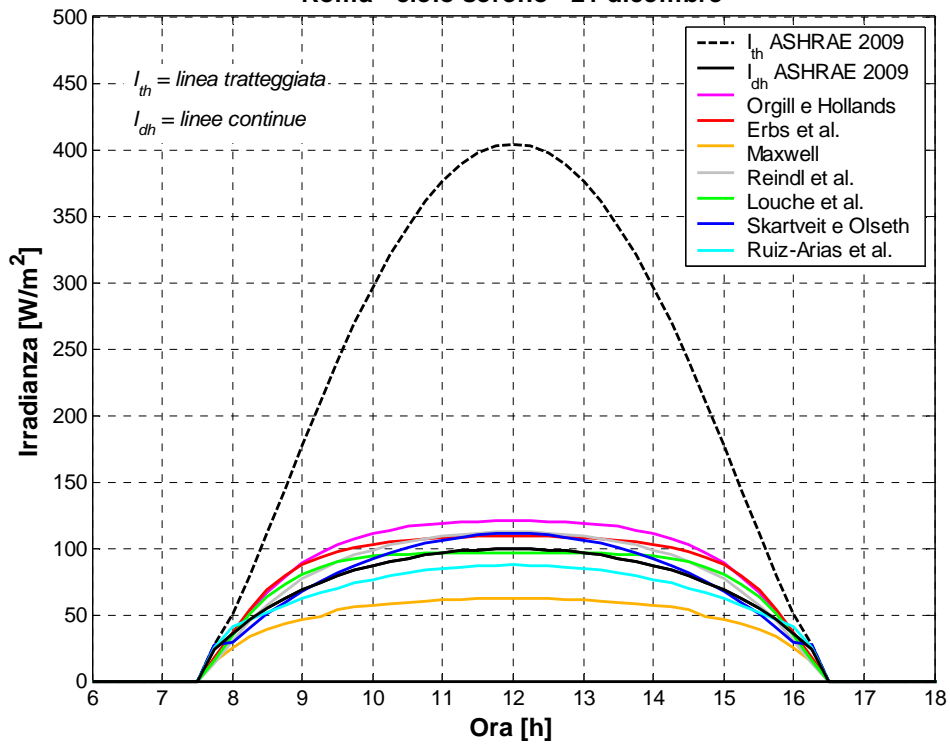
Roma - cielo sereno - 21 giugno

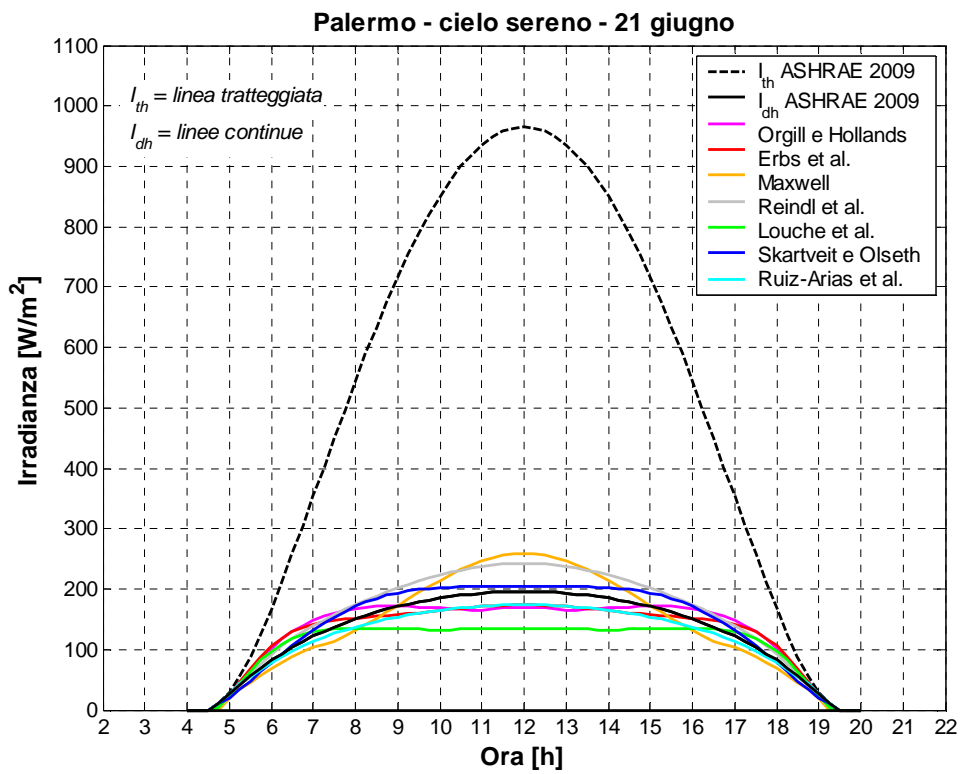
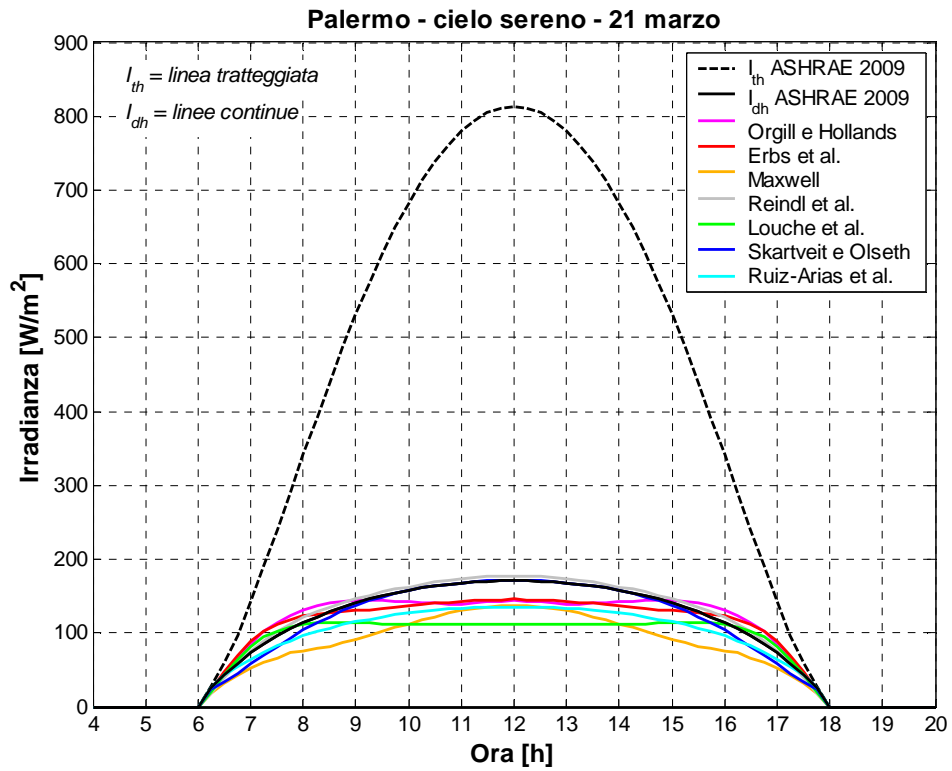


Roma - cielo sereno - 21 settembre

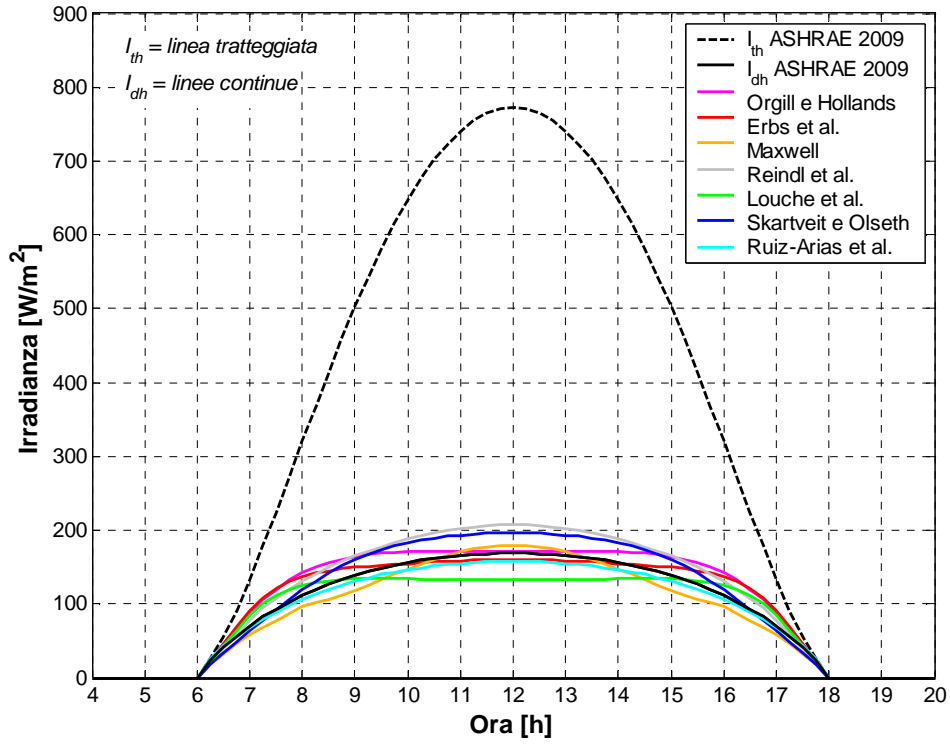


Roma - cielo sereno - 21 dicembre

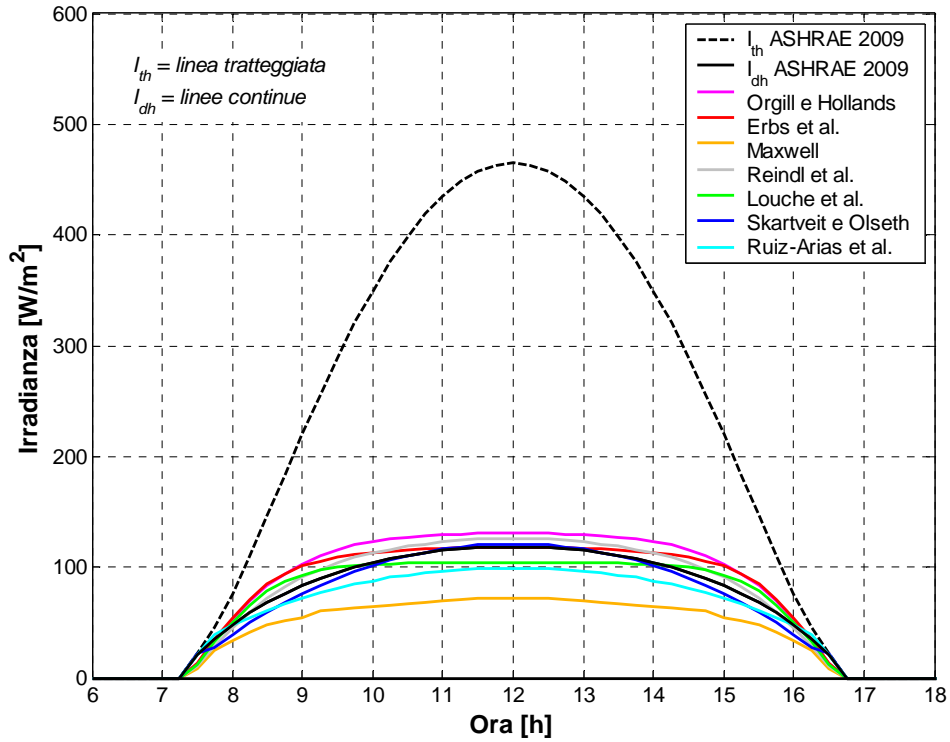




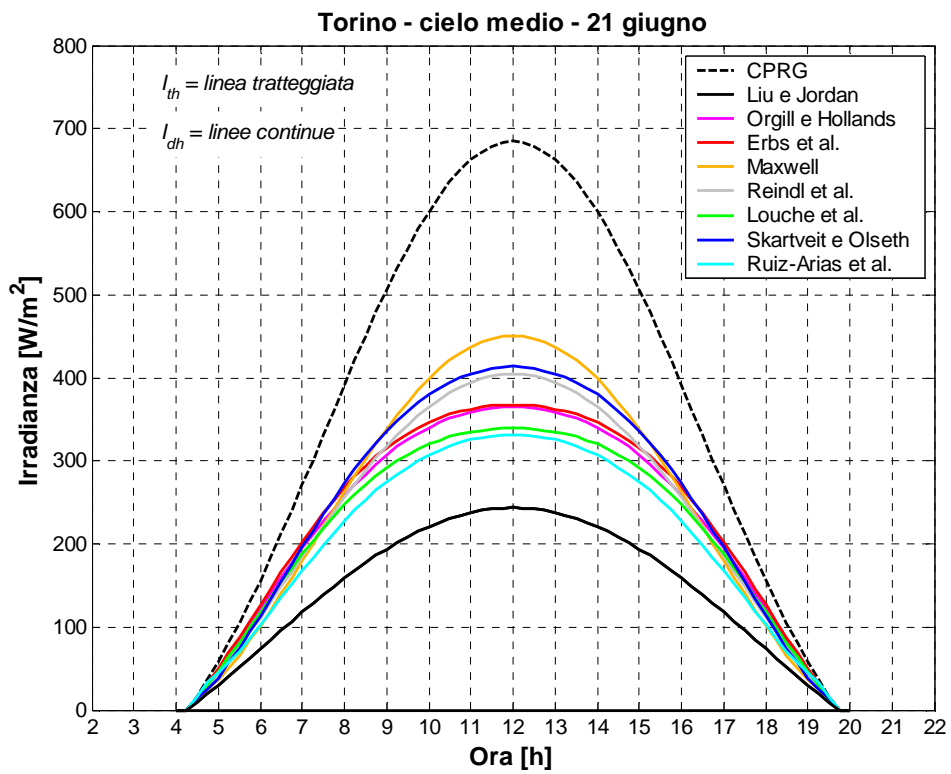
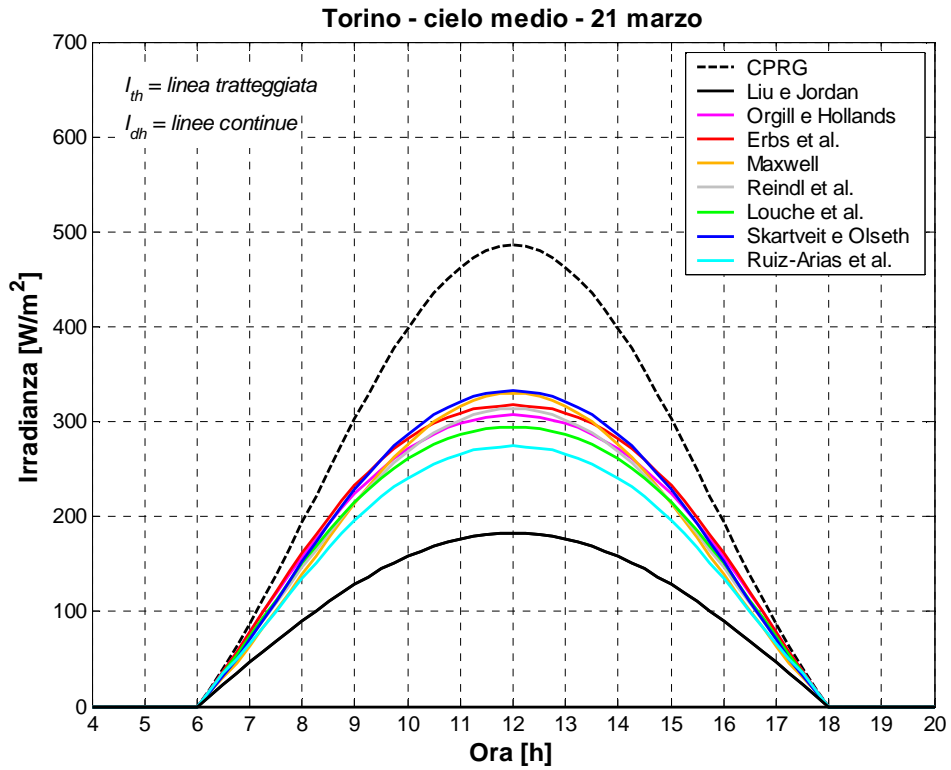
Palermo - cielo sereno - 21 settembre



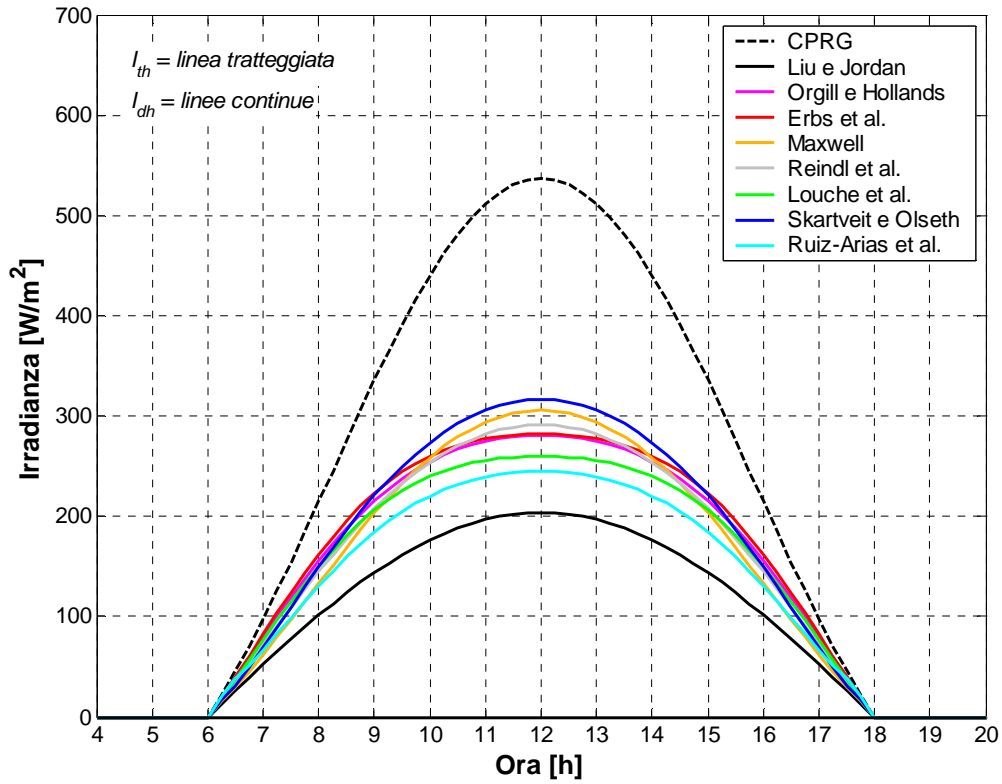
Palermo - cielo sereno - 21 dicembre



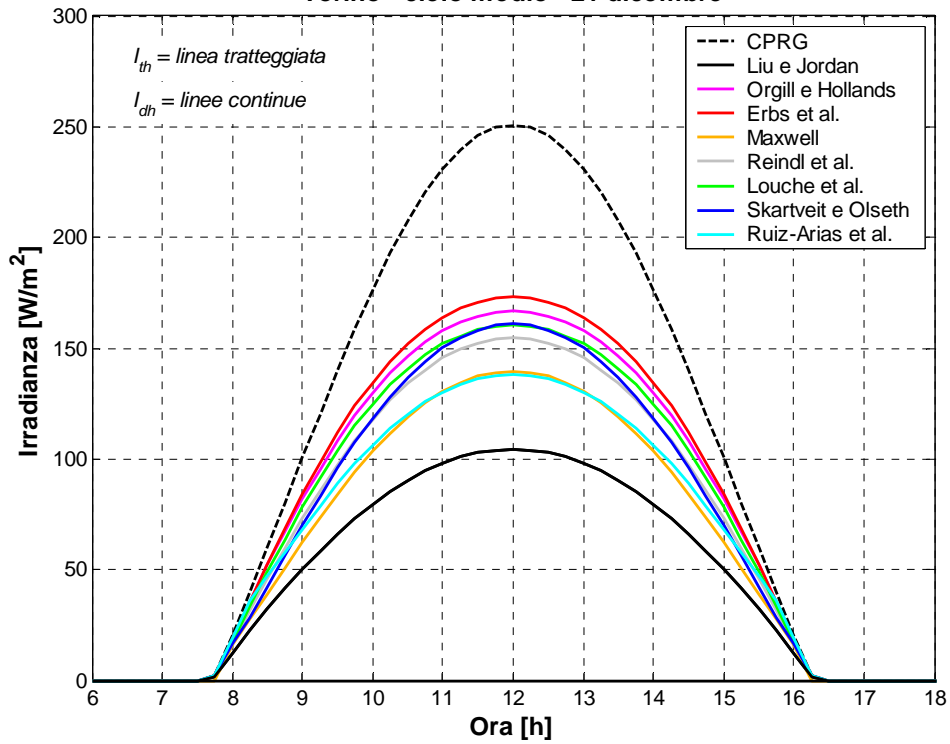
### 2.7.2. Cielo medio

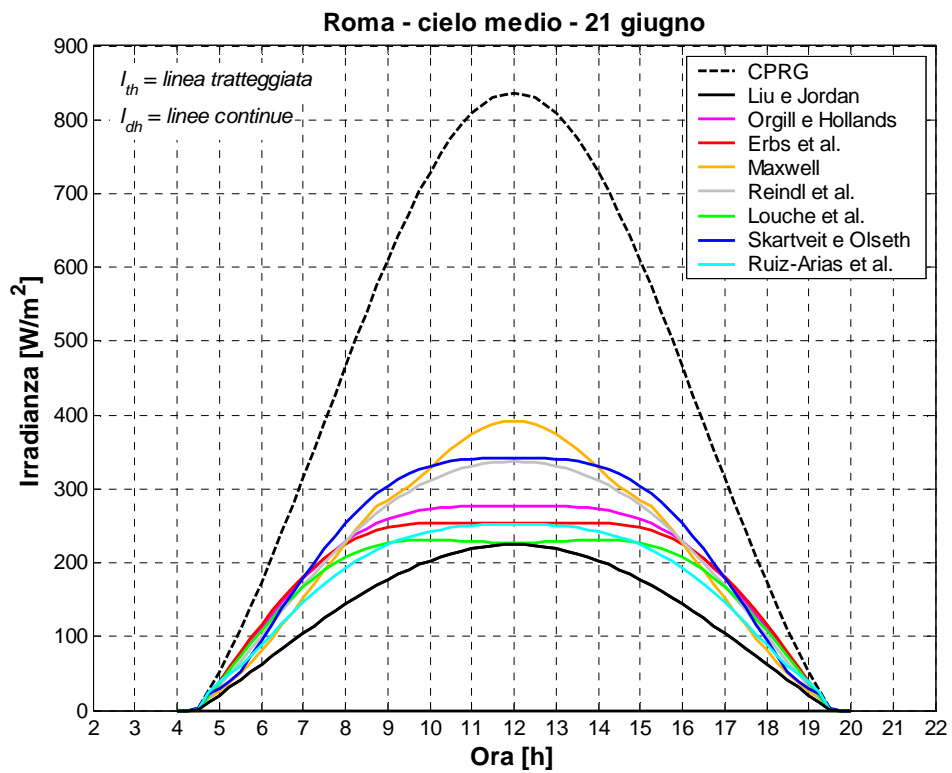
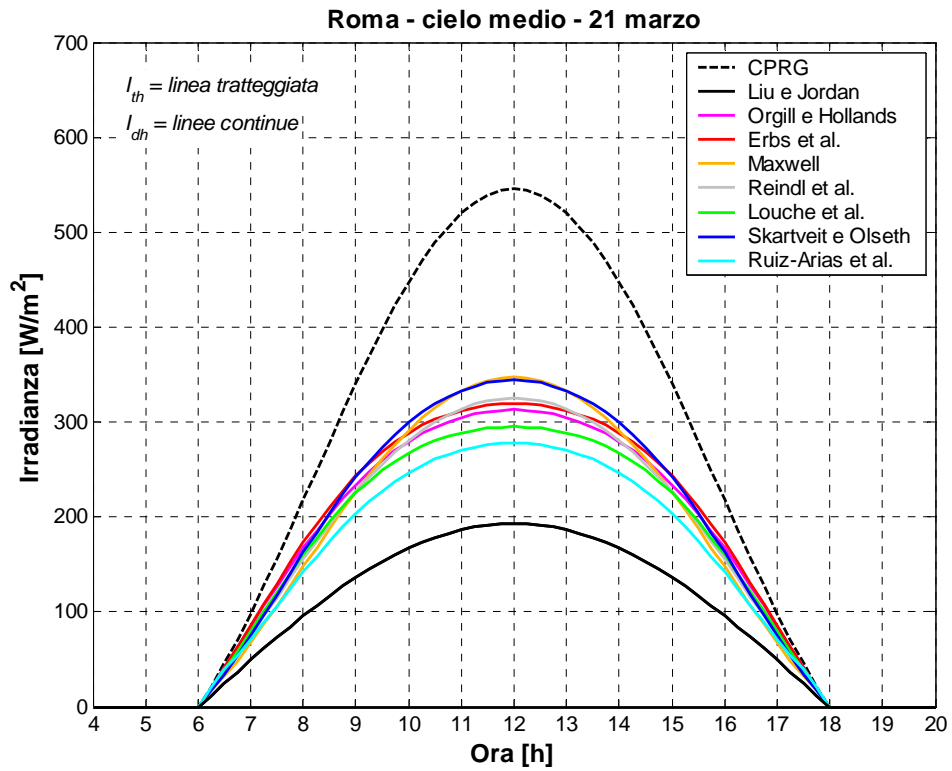


Torino - cielo medio - 21 settembre

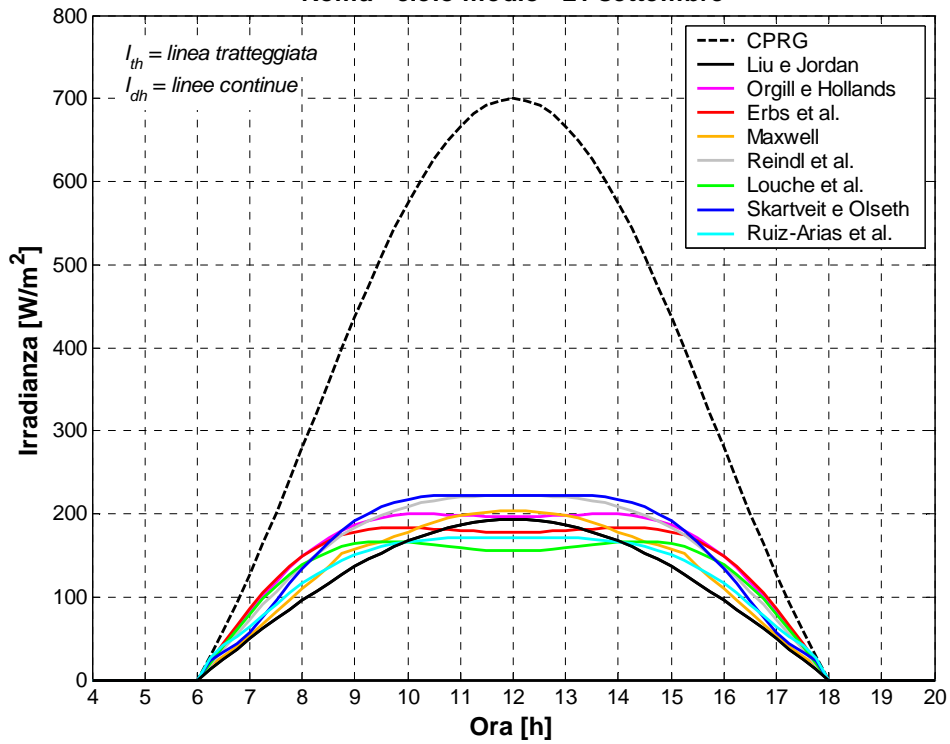


Torino - cielo medio - 21 dicembre

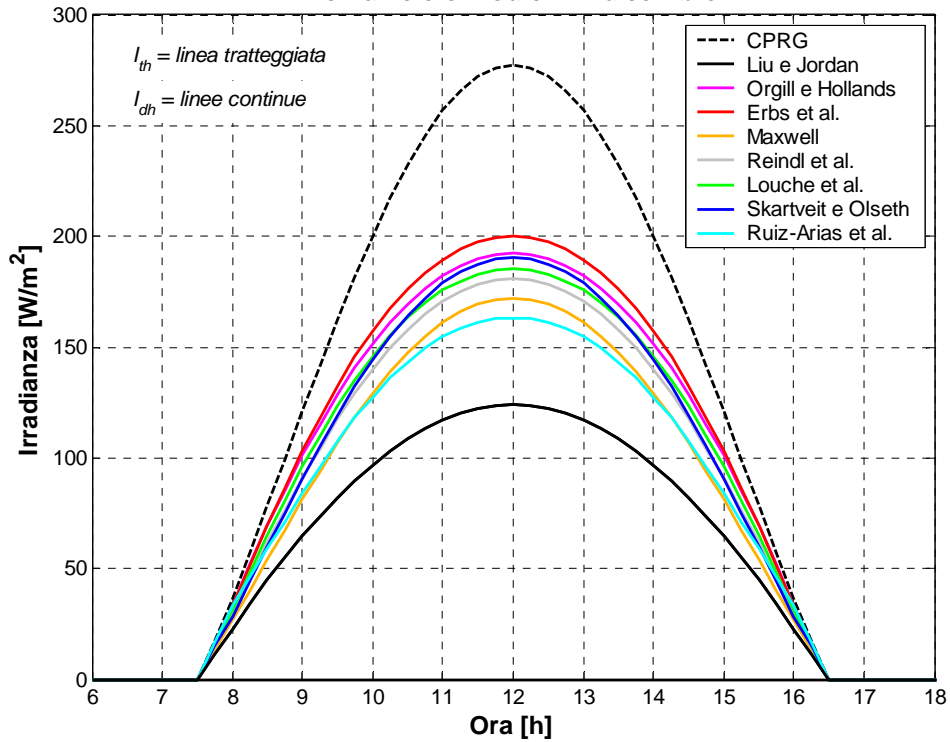




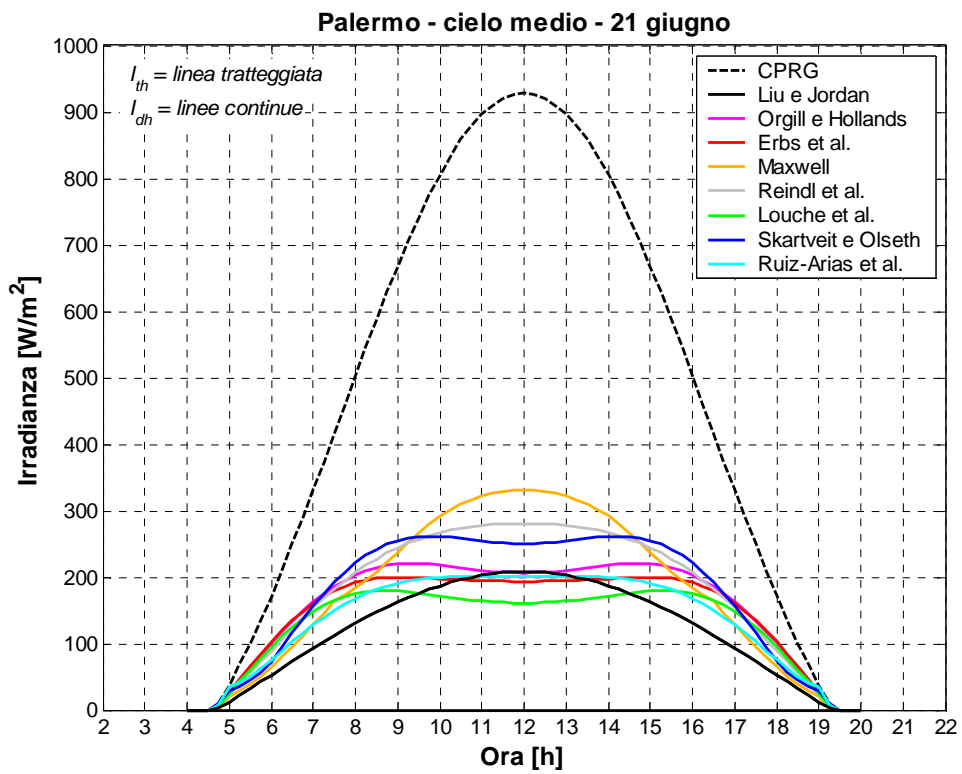
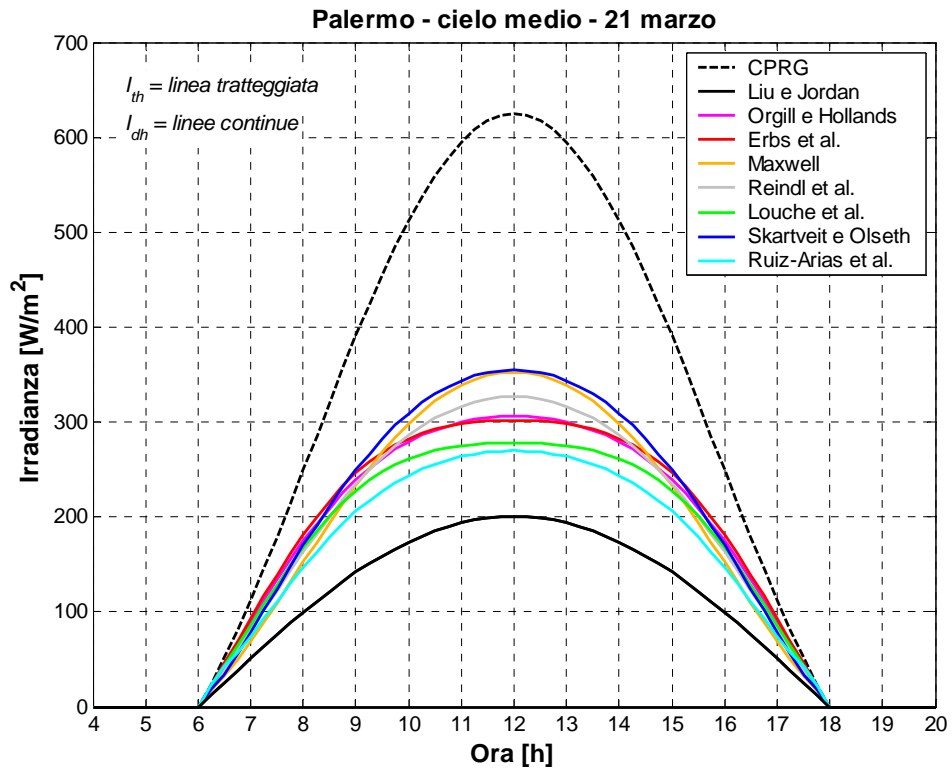
Roma - cielo medio - 21 settembre



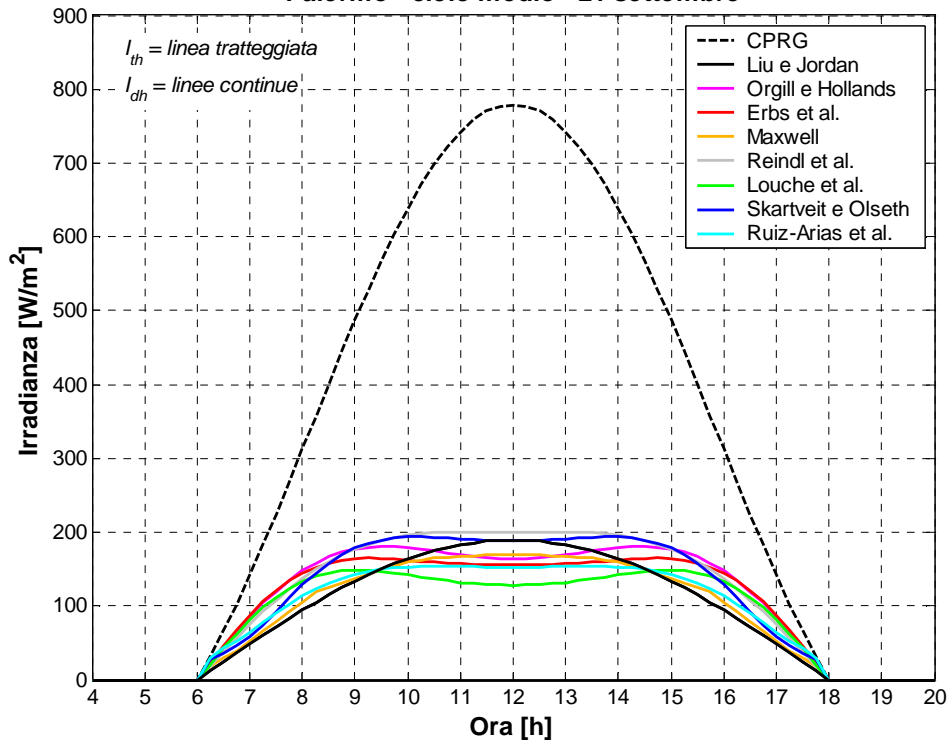
Roma - cielo medio - 21 dicembre



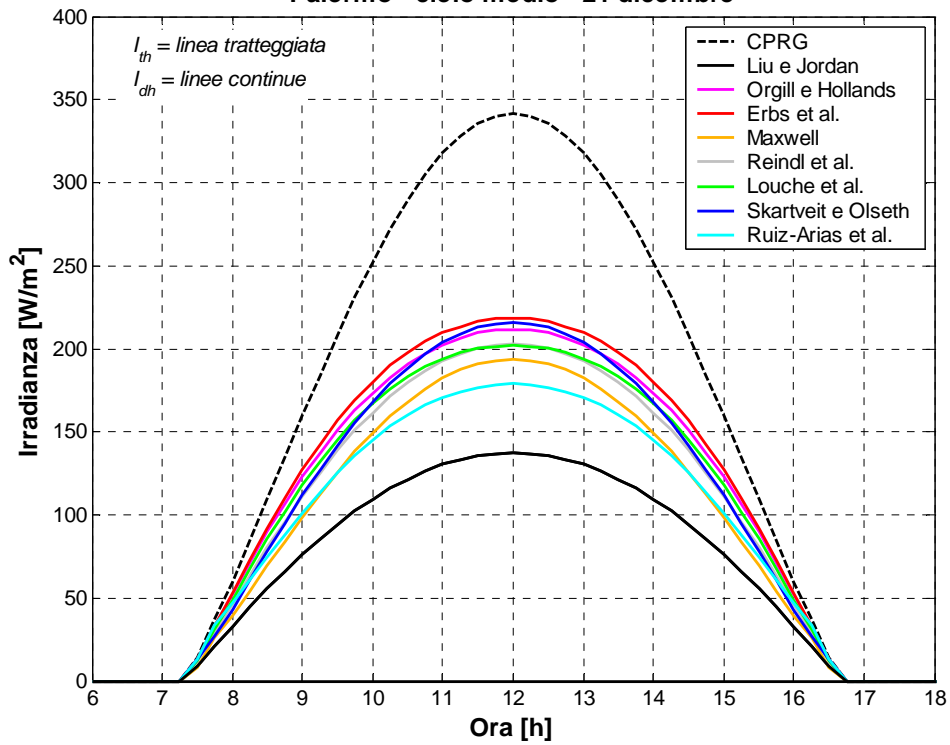




Palermo - cielo medio - 21 settembre



Palermo - cielo medio - 21 dicembre



## 2.8. Distribuzione della radianza sulla volta celeste

Il calcolo dell'irradianza diffusa su una superficie richiede la conoscenza della distribuzione della radianza sulla volta celeste.

Normalmente, per cieli sereni, la distribuzione della radianza mostra un'intensità massima nella zona circumsolare e un aumento di intensità verso l'orizzonte. I cieli coperti invece mostrano un'intensità massima in direzione dello zenit e una diminuzione monotona di intensità verso l'orizzonte. Per cieli coperti non opachi, infine, le caratteristiche mostrate dipendono dal grado di opacità delle nuvole.

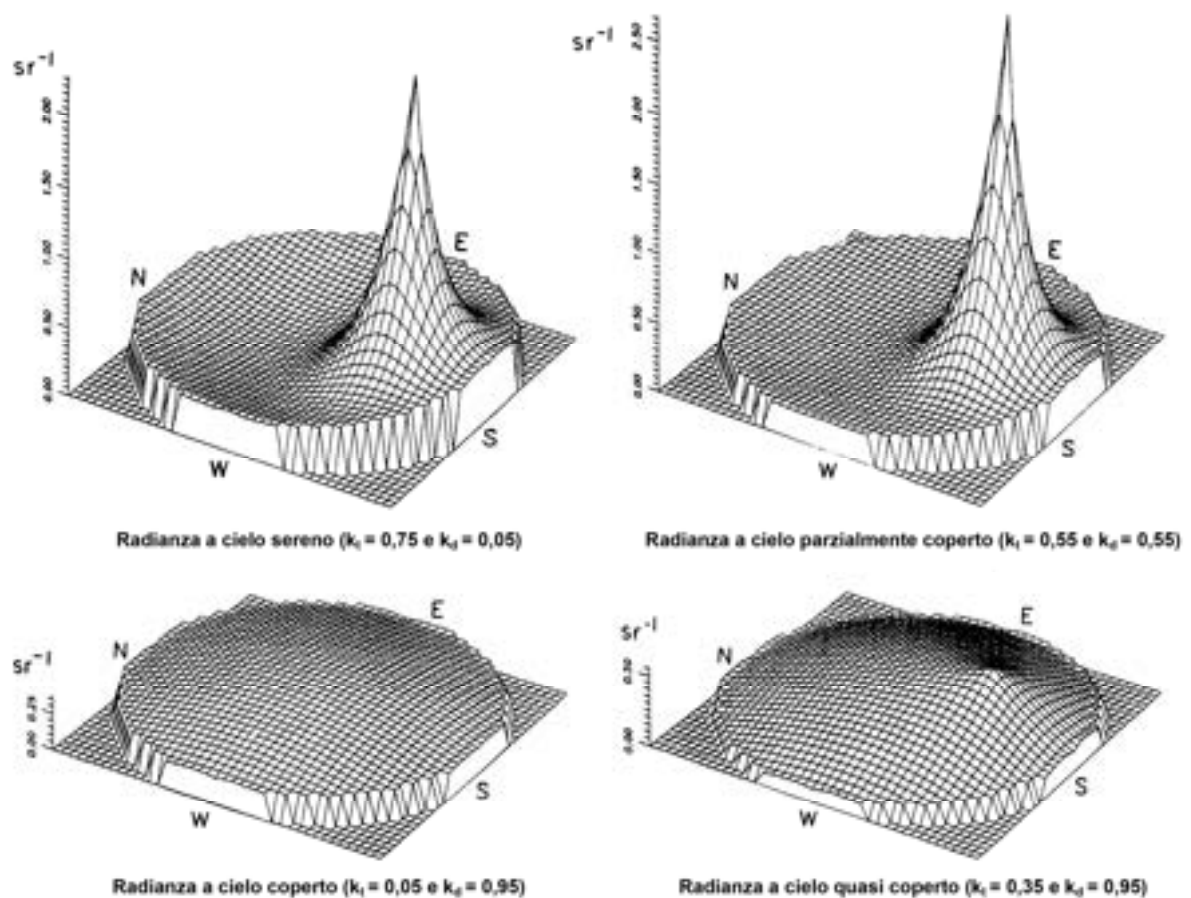


Figura 2.12 – Esempi di distribuzioni di radianza normalizzata (modello di Brunger e Hooper).

In letteratura esistono numerosi modelli che trattano solo determinate condizioni di cielo, analizzando principalmente la distribuzione della radianza a cielo sereno oppure a cielo totalmente coperto. Saranno di seguito considerati soltanto modelli validi per ogni condizione di cielo.

L'irradianza diffusa su un piano inclinato può essere calcolata integrando la distribuzione della radianza della porzione di volta celeste vista dal piano. L'irradianza risultante da una piccola porzione di cielo è data da:

$$\partial I_d = R_{\psi\beta} \cos \theta \cdot \partial\Omega \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.203$$

dove:

$R_{\psi\beta}$  è la radianza di un elementino di cielo di azimut  $\psi$  e altezza  $\beta$ , in  $\text{W}/(\text{m}^2 \text{ sr})$ ;

$\theta$  è l'angolo tra l'elementino di cielo e la normale alla superficie, ricavabile dall'equazione 1.19;

$\Omega$  è l'angolo solido sotteso all'elementino di cielo.

Matematicamente,  $\Omega$  può essere espresso come:

$$\partial\Omega = \cos \beta \cdot \partial\beta\partial\psi \quad [\text{sr}] \quad 2.204$$

Conseguentemente, tramite integrale doppio, si può determinare  $I_d$ :

$$I_d = \iint R_{\psi\beta} \cos \beta \cdot \cos \theta \cdot d\psi d\beta \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.205$$

Discretizzando la volta celeste in  $n * m$  zone angolari, la 2.205 può essere integrata numericamente:

$$I_d = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{ij} \cos \theta_{ij} \cdot \Omega_{ij} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.206$$

dove  $\Omega_{ij}$ , angolo solido sotteso a un elementino di cielo delimitato dagli angoli  $\psi_1$  e  $\psi_2$  e dagli angoli  $\beta_1$  e  $\beta_2$ , è dato da:

$$\Omega_{ij} = \frac{\int_{\beta_1}^{\beta_2} \int_{\psi_1}^{\psi_2} R^2 \cos \beta \cdot d\beta d\psi}{R^2} \quad [\text{sr}] \quad 2.207$$

che, risolto, dà:

$$\Omega_{ij} = (\sin \beta_2 - \sin \beta_1) \cdot (\psi_2 - \psi_1) \quad [\text{sr}] \quad 2.208$$

### 2.8.1. Modello TCCD

L'equazione generale che definisce il modello TCCD, (Three-Component Continuous Distribution), sviluppato nel 1980 da Hooper e Brunger, con gli angoli espressi in gradi, è:

$$R(\Psi_i, z_i) = I_{\text{ch}} \left[ A'_0 + A'_1 \left( \frac{z_i}{90} \right)^f + A'_2 \exp(g \cdot \Theta) \right] \quad [\text{W/m}^2 \text{ sr}] \quad 2.209$$

dove:

$A'_i$  sono i coefficienti di anisotropia normalizzati, in  $\text{sr}^{-1}$ ;

$f$  e  $g$  sono dati dalle 2.210 e 2.211;

$\Theta$  è la distanza angolare tra la direzione del disco solare ( $\Psi, z$ ) e l'elementino di cielo ( $\Psi_i, z_i$ ), data dalla 2.212;

$$f = 2,0 \quad [-] \quad 2.210$$

$$g = -0,0145 \exp(0,0232 \cdot z) \quad [-] \quad 2.211$$

$$\Theta = \arccos[\sin z_i \sin z \cos(\Psi_i - \Psi) + \cos z_i \cos z] \quad [\text{rad}] \quad 2.212$$

Il primo termine della 2.209 rappresenta il contributo isotropo, il secondo termine rappresenta il contributo dell'orizzonte, e il terzo termine rappresenta il contributo circumsolare.

I coefficienti  $A'_0, A'_1$  e  $A'_2$  sono calcolati per quattro tipologie di nuvole e cinque livelli di nuvolosità.

Tabella 2.11 – Coefficienti di anisotropia normalizzati  $A'_i$ .

Condizioni di cielo			Coefficienti di anisotropia normalizzati			Condizioni di cielo			Coefficienti di anisotropia normalizzati			
Tipo nuvole	Q.tà nuvole	interv. di z (°)	$A'_0$	$A'_1$	$A'_2$	Tipo nuvole	Q.tà nuvole	interv. di z (°)	$A'_0$	$A'_1$	$A'_2$	
Sereno	0/10	20-40	-0,04	0,38	1,16	Nuvole a media altezza	1-3/10	40-60	0,14	0,01	1,26	
		40-60	-0,13	0,55	2,26			60-80	0,07	0,49	4,10	
		60-80	-0,11	0,88	3,51			80-90	0,41	-0,42	0,81	
		80-90	-0,57	2,52	16,24			4-6/10	20-40	0,06	0,15	0,89
Fosco	0/10	40-60	0,05	0,1	1,92		40-60		0,11	0,06	1,44	
		60-80	0,12	0,16	3,70		60-80		-0,17	1,00	5,64	
		80-90	0,29	-0,03	4,64		10/10		20-40	0,22	-0,16	0,56
		Nuvole alte	1-3/10	20-40	-0,02			0,25	1,14	40-60	0,20	-0,08
40-60	0,03			0,33	1,45			60-80	0,38	-0,28	0,37	
60-80	-0,43			1,57	8,01			N. basse	10/10	20-40	0,40	-0,28
80-90	-5,00			14,78	112,64		40-60			0,39	-0,24	0,00
4-6/10	20-40		0,08	0,05	0,87		60-80			0,41	-0,31	0,00
	40-60		0,09	0,01	1,54	80-90	0,39			-0,25	0,00	
	7-9/10		20-40	0,19	-0,03	0,59	Vert. Dev.	1-3/10	20-40	0,04	0,23	0,96
			40-60	0,12	0,13	1,34			4-6/10	40-60	0,25	-0,09
60-80		0,17	-0,12	3,13	60-80	0,16				0,33	2,40	
80-90		0,06	0,77	3,01	7-9/10	80-90				0,06	0,77	3,01
40-60	0,20	-0,39	0,82									

### 2.8.2. Modello TDRC

Il modello TDRC (Three Discrete Radiance Components), sviluppato da Rosen (1983), permette di predire la distribuzione della radianza istantanea e mediata sul tempo per l'intera gamma di nuvolosità, da cielo sereno a coperto, e includendo strati multipli di nuvole.

La radianza viene divisa in tre componenti, ognuna delle quali indipendente dalla quantità di nuvole:

- Componente serena: include la radiazione che proviene dalle regioni del cielo libere da nuvole, e che non sembrano aver interagito con alcuna nuvola presente nel cielo;
- Componente diffusa: include la radiazione proveniente dalla porzione visibile di nuvole non direttamente illuminata dal sole;
- Componente riflessa: include la radiazione proveniente dalla porzione visibile di nuvole direttamente illuminata dal sole.

La distribuzione di radianza media nel tempo per un cielo generico è espressa come:

$$\bar{R}(\psi_i, z_i) = \sum_{j=1}^3 R_j \cdot x_j \quad [\text{W/m}^2 \text{ sr}] \quad 2.213$$

dove:

$x_i$  è un fattore geometrico che rappresenta la frazione di tempo in cui la componente di radianza  $R_i$  si trova nella posizione  $(\psi_i, z_i)$  nel cielo;

$j$  vale 1 per componente serena, 2 per quella diffusa e 3 per quella riflessa.

Il fattore geometrico  $x_j$  è calcolato mediante il modello CSG (Rosen, 1983 e 1988). Le nuvole sono ivi rappresentate come cilindri verticali, ed è considerato un singolo strato di nuvole.

$$x_1 = \begin{cases} M' - T' \tan z_i & \text{per } 0 \leq z_i \leq z_i' \\ 0 & \text{per } z_i' < z_i \leq \pi/2 \end{cases} \quad [-] \quad 2.214$$

$$x_2 = \begin{cases} L' + (T' \tan z_i) \left( 1 - \frac{|\psi_i - \Psi|}{\pi} \right) - c & \text{per } 0 \leq z_i \leq z_i', z \leq z' \\ 1 - M' \frac{|\psi_i - \Psi|}{\pi} - c & \text{per } z_i' < z_i \leq \pi/2, z \leq z' \\ L' + T' \tan z_i - (M' \cot z \tan z_i) \frac{|\psi_i - \Psi|}{\pi} - c & \text{per } 0 \leq z_i \leq z_i', z > z' \\ 1 - (M' - S' \tan z_i) \frac{|\psi_i - \Psi|}{\pi} - c & \text{per } z_i' < z_i \leq z_i'', z > z' \\ 1 - c & \text{per } z_i'' < z_i \leq \pi/2, z > z' \end{cases} \quad [-] \quad 2.215$$

$$x_3 = \begin{cases} (T' \tan z_i) \left( 1 - \frac{|\Psi_i - \Psi|}{\pi} \right) + c & \text{per } 0 \leq z_i \leq z_i', z \leq z' \\ M' \frac{|\Psi_i - \Psi|}{\pi} + c & \text{per } z_i' < z_i \leq \pi/2, z \leq z' \\ T' \tan z_i - (M' \cot z \tan z_i) \frac{|\Psi_i - \Psi|}{\pi} + c & \text{per } 0 \leq z_i \leq z_i', z > z' \\ (M' - S' \tan z_i) \frac{|\Psi_i - \Psi|}{\pi} + c & \text{per } z_i' < z_i \leq z_i'', z > z' \\ c & \text{per } z_i'' < z_i \leq \pi/2, z > z' \end{cases} \quad [-] \quad 2.216$$

con:

$$z' = z_i' = \arctan \frac{M}{T} \quad [-] \quad 2.217$$

$$z_i'' = \arctan \frac{M}{S} \quad [-] \quad 2.218$$

$$L' = \frac{L}{L + M} \quad [-] \quad 2.219$$

$$T' = \frac{T}{L + M} \quad [-] \quad 2.220$$

$$M' = \frac{M}{L + M} \quad [-] \quad 2.221$$

$$S' = \frac{S}{L + M} \quad [-] \quad 2.222$$

dove:

- M è la distanza orizzontale media tra le nuvole;
- L è l'estensione orizzontale media delle nuvole;
- T è l'estensione media verticale delle nuvole;
- S è l'altezza dell'ombra, espressa come:

$$S = T - M \cot z \quad [-] \quad 2.223$$

La frazione temporale in cui la volta celeste è serena è data da  $x_1$ , mentre la frazione di tempo in cui un punto sulla volta celeste è nuvoloso è data da:

$$1 - x_1 = x_2 + x_3 = \begin{cases} L' + T' \tan z_i & \text{per } 0 \leq z_i \leq z_i' \\ 1 & \text{per } z_i' < z_i \leq \pi/2 \end{cases} \quad [-] \quad 2.224$$

La quantità di nuvole F può essere ottenuta da:

$$F = L'+T' \sinh \frac{M}{T} \quad [-] \quad 2.225$$

Le espressioni di  $x_2$  e di  $x_3$  includono un fattore di correzione  $c$ , determinato empiricamente, che tiene in conto della luminosità maggiore del contorno delle nuvole. È possibile porlo pari a 0,12.

Tabella 2.12 – Valori della frazione  $x_1$  per vari intervalli di angolo zenitale e per vari intervalli di nuvolosità in presenza di cumuli.

Categoria nuvolosità	Q.tà media di nuvole	Numero di campioni	Intervallo dell'angolo zenitale (gradi)				
			0-10	10-30	30-50	50-70	70-90
I	0,10	4	1,00	0,93	0,94	0,93	0,82
II	0,29	4	0,50	0,73	0,77	0,77	0,50
III	0,36	4	0,70	0,61	0,72	0,72	0,55
IV	0,44	6	0,90	0,78	0,54	0,56	0,46
V	0,61	2	0,80	0,24	0,34	0,52	0,31
VI	0,79	4	0,14	0,04	0,16	0,14	0,33
Generale	0,42	24	0,68	0,60	0,59	0,61	0,51

Per un particolare tipo di cielo e angolo zenitale del sole, una serie di misure ( $R_1^*, R_2^*, \dots, R_n^*$ ) della radianza nella posizione  $\psi_i$  e  $z_i$  sono correlate alle tre componenti di radianza incognite come segue:

$$\frac{\sum_{h=1}^k R_h^*(\psi_i, z_i)}{n} = \bar{R}(\psi_i, z_i) = \sum_{j=1}^3 R_j^*(\psi_i, z_i) \cdot x_j(\psi_i, z_i) \quad [-] \quad 2.226$$

I valori di radianza per ogni posizione  $\psi_i$  e  $z_i$  sono più facilmente ottenibili se si calcolano dapprima  $R_1$  ed  $R_2$ , poiché entrambi possono coprire uniformemente il cielo, ed  $R_3$  è ottenuto in seguito, poiché esiste sempre quando si hanno sia  $R_1$  che  $R_2$ .

Il valore di  $R_1$  è calcolato direttamente, utilizzando valori di radianza medi per cieli sereni, per i quali  $x_1=1$  e  $x_2 = x_3 = 0$ . Per una serie di  $k$  valori di radianza a cielo sereno, si ha:

$$R_1(\psi_i, z_i) = \frac{\sum_{h=1}^k R_h^*(\psi_i, z_i)}{k} \quad [-] \quad 2.227$$



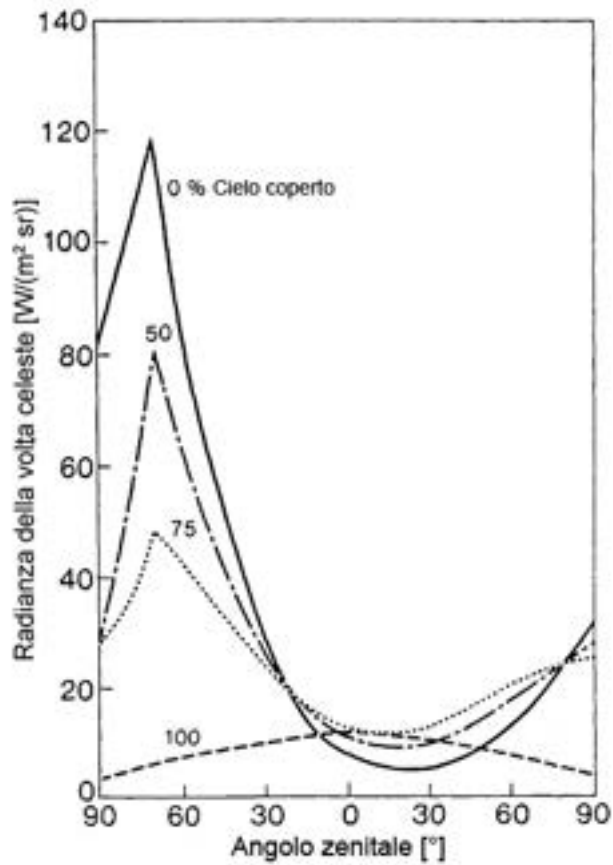


Figura 2.13 – Distribuzione della radianza per  $z = 70^\circ$  e diverse nuvolosità.

I valori di  $R_2$  sono calcolati anch'essi mediante l'equazione 2.226, utilizzando misure effettuate a cielo coperto, per i quali  $x_2=1$  e  $x_1 = x_3 = 0$ , e inoltre, una volta noto  $R_1$ , utilizzando misure effettuate a cielo parzialmente coperto, per le quali  $x_3 = 0$ .

I valori di  $R_3$  sono sempre calcolati mediante l'equazione 2.226, una volta che  $R_1$  ed  $R_2$  sono noti.

### 2.8.3. Modello di Perez et al.

Il modello di Perez et al. (1990) non è un vero e proprio modello di distribuzione della radianza sulla volta celeste, tuttavia permette il calcolo dell'irradianza diffusa su un piano inclinato tenendo conto dell'anisotropia del cielo.

#### 2.8.3.1. Irradianza diffusa

Il modello si basa su un'analisi geometrica dettagliata delle tre componenti diffuse e su una parte statistica che descrive il tipo di cielo. La prima formulazione proposta prevedeva due componenti aggiuntive a quella isotropa, per tenere conto della maggior luminosità dell'orizzonte, con una banda di ampiezza  $\xi$  di  $6.5^\circ$ , e della diffusione circumsolare, con un semi-angolo  $\alpha$  di  $15^\circ$  attorno al sole. Studi successivi hanno mostrato che il valore ottimale di semi-angolo  $\alpha$  è  $25^\circ$ , sebbene potrebbe essere utile considerare  $\alpha$  variabile in funzione degli aerosol.

Un modello semplificato, ma che porta a risultati più accurati del modello iniziale, prevede di considerare nulli gli angoli  $\xi$  e  $\alpha$ . Tuttavia, per superfici non rivolte a sud, la semplificazione che  $\alpha$  sia nullo introduce degli errori apprezzabili.

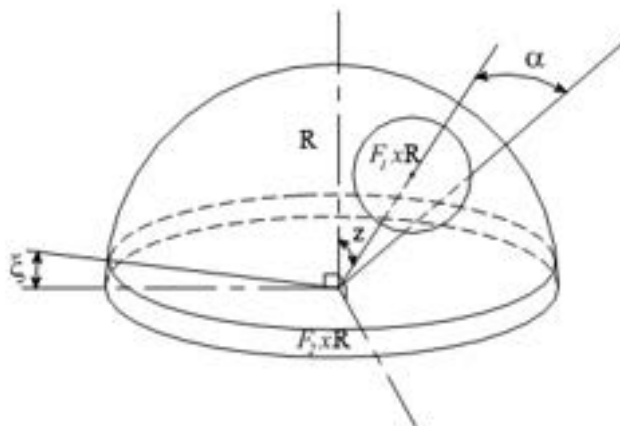


Figura 2.14 – Componenti della radiazione diffusa.

### Modello semplificato

Secondo il modello di Perez semplificato che considera  $\xi$  e  $\alpha$  uguali a zero, l'irradianza diffusa su una superficie inclinata è data da:

$$I_d = I_{dh} \left[ (1 - F_1) \cdot F_{sc} + F_1 \frac{a}{c} + F_2 \sin \Sigma \right] \quad [W/m^2] \quad 2.228$$

dove:

$F_1, F_2$  sono i coefficienti circumsolare e di luminosità dell'orizzonte;

$a, c$  tengono conto degli angoli di incidenza del cono della radiazione circumsolare;

$F_{sc}$  è il fattore di vista della volta celeste per una superficie inclinata di  $\Sigma$  rispetto all'orizzontale, dato dalla 2.229:

$$F_{sc} = \frac{1 + \cos \Sigma}{2} \quad [-] \quad 2.229$$

I termini  $a$  e  $c$  sono dati da:

$$\begin{aligned} a &= \max(0; \cos \theta) \\ c &= \max(\cos 85^\circ; \cos z) \end{aligned} \quad [-] \quad 2.230$$

I coefficienti  $F_1$  ed  $F_2$  sono funzione di tre parametri che descrivono le condizioni di cielo: l'angolo zenitale  $z$ , una chiarezza  $\varepsilon_c$  e una luminosità  $\Delta$ , dove  $\varepsilon_c$  è funzione dell'irradianza diffusa per quell'ora e dell'irradianza diretta normale  $I_{bn}$ . Il parametro di chiarezza è dato da:

$$\varepsilon_c = \frac{\frac{I_{dh} + I_{bn}}{I_{dh}} + 5,535 \cdot 10^{-6} z^3}{1 + 5,535 \cdot 10^{-6} z^3} \quad [-] \quad 2.231$$

con  $z$  espresso in gradi.

Il parametro di luminosità  $\Delta$  è:

$$\Delta = m \frac{I_{dh}}{I_{on}} \quad [-] \quad 2.232$$

I coefficienti di luminosità sono funzioni di coefficienti ricavati statisticamente per diversi intervalli di  $\varepsilon_c$ . Le relazioni per calcolare  $F_1$  ed  $F_2$  sono:

$$F_1 = \max\left(0; \left(f_{11} + f_{12}\Delta + \frac{\pi}{180} z \cdot f_{13}\right)\right) \quad [-] \quad 2.233$$

$$F_2 = \left(f_{21} + f_{22}\Delta + \frac{\pi}{180} z \cdot f_{23}\right) \quad [-] \quad 2.234$$

Valori raccomandati per i coefficienti  $f_{ij}$  sono riportati in tabella 2.13:

Tabella 2.13 – Coefficienti  $f_{ij}$ .

$\epsilon_c$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{21}$	$f_{22}$	$f_{23}$
1,000-1,065	-0,0083117	0,5877285	-0,0620636	-0,0596012	0,0721249	-0,0220216
1,065-1,230	0,1299457	0,6825954	-0,1513752	-0,0189325	0,00659650	-0,0260542
1,230-1,500	0,3296958	0,4868735	-0,2210958	0,0554140	-0,0639588	-0,0260542
1,500-1,950	0,5682053	0,1874525	-0,2951290	0,1088631	-0,1519229	-0,0139754
1,950-2,800	0,8730280	-0,3920403	-0,3616149	-0,2255647	-0,4620442	0,0012448
2,800-4,500	1,1326077	-1,2367284	-0,4118494	0,2877813	-0,8230357	0,0558651
4,500-6,200	1,0601591	-1,5999137	-0,3589221	0,2642124	-1,1272340	0,1310694
> 6,200	0,6777470	-0,3272588	-0,2504286	0,1561313	-1,3765031	0,2506212

### Modello con $\xi$ e $\alpha$ non nulli

Se si considerano gli angoli  $\xi$  e  $\alpha$  di ampiezza non nulla, l'irradianza diffusa è data da:

$$I_d = I_{dh} \left[ (1 - F_1 - F_2) \cdot F_{sc} + \frac{a}{c} F_1 + \frac{b}{d} F_2 \right] \quad [W/m^2] \quad 2.235$$

dove a, b, c, e d sono dati da:

$$a = 2 \cdot (1 - \cos \alpha) Z_\Sigma \quad [-] \quad 2.236$$

$$b = \frac{2\xi \cdot \sin \xi'}{\pi} \quad [-] \quad 2.237$$

$$c = 2 \cdot (1 - \cos \alpha) Z_h \quad [-] \quad 2.238$$

$$d = \frac{1 - \cos 2\xi}{2} \quad [-] \quad 2.239$$

con:

$$\xi' = \Sigma + \xi \left( 0,5 - \frac{\Sigma}{\pi} \right) \quad [\text{rad}] \quad 2.240$$

La regione circumsolare è visibile dal piano dell'orizzonte per  $z < \pi/2 - \alpha$ , è da esso intercettata per  $\pi/2 - \alpha < z < \pi/2 + \alpha$ , ed è infine da esso oscurata per  $\pi/2 + \alpha < z$ . I rispettivi valori di  $Z_h$  sono:

$$\begin{aligned} Z_h &= \cos z && \text{per } z < \pi/2 - \alpha && [-] && 2.241 \\ Z_h &= \phi_h \sin(\phi_h \alpha) && \text{per } \pi/2 - \alpha < z < \pi/2 + \alpha && [-] && 2.242 \\ Z_h &= 0 && \text{per } \pi/2 + \alpha < z && [-] && 2.243 \end{aligned}$$

La regione circumsolare è visibile dal piano inclinato per  $0 < \Sigma < \pi/2 - \alpha$ , è da esso intercettata per  $\pi/2 - \alpha < \Sigma < \pi/2 + \alpha$ , ed è infine da esso oscurata per  $\pi/2 + \alpha < \Sigma$ . I rispettivi valori di  $Z_\Sigma$  sono:

$$\begin{aligned} Z_\Sigma &= \phi_h \cos \theta && \text{per } 0 < \Sigma < \pi/2 - \alpha && [-] && 2.244 \\ Z_\Sigma &= \phi_h \phi_\Sigma \sin(\phi_\Sigma \alpha) && \text{per } \pi/2 - \alpha < \Sigma < \pi/2 + \alpha && [-] && 2.245 \\ Z_\Sigma &= 0 && \text{per } \pi/2 + \alpha < \Sigma && [-] && 2.246 \end{aligned}$$

I fattori  $\phi_h$  e  $\phi_\Sigma$  sono dati da:

$$\phi_h = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - z + \alpha \right) \right] \quad [-] \quad 2.247$$

$$\phi_\Sigma = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} - \theta + \alpha \right) \right] \quad [-] \quad 2.248$$

Luminosità dell'orizzonte secondo il modello di Torres et al.

Su piano inclinato, l'approssimazione originale di Perez che la fascia dell'orizzonte si estenda fino a 180° comporta una sottostima dell'irradianza per angoli di inclinazione minori di 90°, maggiormente apprezzabile al diminuire dell'inclinazione. In realtà, come mostrato in figura 2.15, la fascia di luminosità dell'orizzonte si estende oltre 180°.

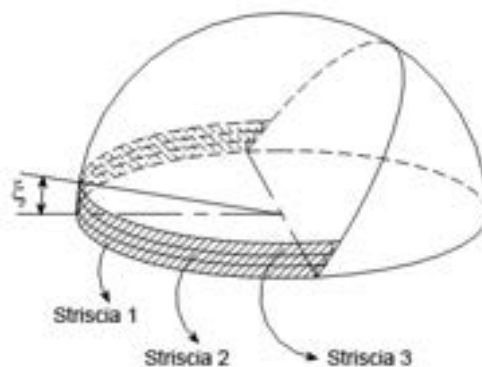


Figura 2.15 – Fascia dell'orizzonte divisa in tre strisce.

L'angolo sotteso all'arco più alto della fascia è dato da:

$$\Psi_{\max} = 2 \arccos(-\tan \beta_i \cdot \cot \Sigma) \quad [\text{rad}] \quad 2.249$$

dove  $\beta_i$  è l'altezza angolare della fascia in esame.

In questo modo, l'irradianza incidente sul piano inclinato dovuta alla luminosità dell'orizzonte è data da:

$$I_{d,hz} = R'' \cdot \int_0^{\xi} \int_{-\Psi_{\max}}^{\Psi_{\max}} (\sin \Sigma \cdot \cos^2 \beta \cdot \cos \psi + 0,5 \cdot \cos \Sigma \cdot \sin 2\beta) \cdot d\psi \cdot d\beta \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.250$$

dove:

$R''$  è la radianza della fascia di luminosità dell'orizzonte ( $R'' = F_2 R$ , dove  $R$  è la radianza isotropa diffusa);

$\beta$  è il generico angolo di elevazione di un elemento di superficie sulla volta celeste;

$\psi$  è il generico angolo di azimut di un elemento di superficie sulla volta celeste.

Approssimando la 2.250 a un numero di strisce  $n$ , la si può riscrivere come:

$$I_{d,hz} = R'' \cdot \left\{ \sin \Sigma \cdot \left( \frac{\xi}{n} + 0,5 \cdot \sin 2 \frac{\xi}{n} + A \right) - 0,5 \cdot \cos \Sigma \cdot \left[ \frac{\pi}{2} \cdot \left( \cos 2 \frac{\xi}{n} - 1 \right) + B \right] \right\} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.251$$

con:

$$A = \sum_{i=2}^n \left\{ \frac{\xi}{n} + 0,5 \cdot \sin \left( 2 \frac{\xi}{n} \cdot i \right) - \sin \left[ 2 \frac{\xi}{n} (i-1) \right] \right\} \cdot \sin \left\{ \arccos \left\{ -\cot \Sigma \cdot \tan \left[ \frac{\xi}{n} (i-1) \right] \right\} \right\} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.252$$

$$B = \sum_{i=2}^n \left\{ \cos \left( 2 \frac{\xi}{n} \cdot i \right) - \cos \left[ 2 \frac{\xi}{n} (i-1) \right] \right\} \cdot \arccos \left\{ -\cot \Sigma \cdot \tan \left[ \frac{\xi}{n} (i-1) \right] \right\} \quad [\text{W/m}^2] \quad 2.253$$

Tabella 2.14 – Dimensioni angolari delle strisce nel caso di suddivisione in 3 o in 5 fasce.

Divisione in strisce	Caso a 3 strisce		Caso a 5 strisce	
	Altezza angolare della striscia	Estensione angolare della striscia	Altezza angolare della striscia	Estensione angolare della striscia
Prima	$0 - \xi/3$	$180^\circ$	$0 - \xi/5$	$180^\circ$
Seconda	$\xi/3 - 2 \cdot \xi/3$	$2 \cdot \arccos (-\cot \Sigma \cdot \tan \xi/3)$	$\xi/5 - 2 \cdot \xi/5$	$2 \cdot \arccos (-\cot \Sigma \cdot \tan \xi/5)$
Terza	$2 \cdot \xi/3 - \xi$	$2 \cdot \arccos (-\cot \Sigma \cdot \tan 2\xi/3)$	$2 \cdot \xi/5 - 3 \cdot \xi/5$	$2 \cdot \arccos (-\cot \Sigma \cdot \tan 2\xi/5)$
Quarta	-	-	$3 \cdot \xi/5 - 5 \cdot \xi/5$	$2 \cdot \arccos (-\cot \Sigma \cdot \tan 3\xi/5)$
Quinta	-	-	$4 \cdot \xi/5 - \xi$	$2 \cdot \arccos (-\cot \Sigma \cdot \tan 4\xi/5)$

### 2.8.3.2. Irradianza globale

L'irradianza totale su una superficie inclinata include cinque termini:

$$I_t = I_b + I_{d,iso} + I_{d,cs} + I_{d,hz} + I_r \quad [W/m^2] \quad 2.254$$

dove:

$I_b$  è l'irradianza diretta;

$I_{d,iso}$  è la componente isotropa dell'irradianza diffusa dalla volta celeste;

$I_{d,cs}$  è la componente circumsolare dell'irradianza diffusa;

$I_{d,hz}$  è la componente dell'irradianza diffusa alla luminosità dell'orizzonte;

$I_r$  è l'irradianza riflessa.

Più nel dettaglio, nel caso di modello semplificato, riscriviamo la 2.254 come:

$$I_t = I_{bh}R_b + I_{dh}(1-F_1) \cdot F_{sc} \left( 1 + f \sin^3 \frac{\Sigma}{2} \right) + I_{dh}F_1 \frac{a}{C} + I_{dh}F_2 \sin \Sigma + I_{th}\rho(1-F_{sc}) \quad [W/m^2] \quad 2.255$$

dove:

$R_b$  è il rapporto tra l'irradianza diretta su superficie inclinata e quella su superficie orizzontale, dato dalla 1.34;

$1-F_{sc}$  è il fattore di vista della superficie rispetto al terreno, dato dalla 2.256;

$f$  è dato dalla 2.257.

$$1-F_{sc} = \frac{1-\cos \Sigma}{2} \quad [-] \quad 2.256$$

$$f = \sqrt{\frac{I_{bh}}{I_{th}}} \quad [-] \quad 2.257$$

Per radiazione diffusa,  $F_{sc}$  è anche  $R_d$ , rapporto tra l'irradianza diffusa su superficie inclinata e su superficie orizzontale:

$$R_d = \frac{I_d}{I_{dh}} \quad [-] \quad 2.258$$

#### 2.8.4. Modello di Brunger e Hooper

Brunger e Hooper (1993) caratterizzano la radianza in funzione di  $k_t$ ,  $k_d$  e della posizione del sole.

Il modello, che copre l'intera gamma di condizioni del cielo, rappresentate dalle combinazioni di  $k_t$  e  $k_d$ , è basato sulla descrizione geometrica delle tre caratteristiche più apparenti della distribuzione della radianza. La componente circumsolare è modellata come una diminuzione esponenziale della radianza man mano che ci si allontana dal sole, la luminosità dell'orizzonte è modellata come una funzione coseno, e un termine di sfondo uniforme è incluso per rispondere alla luminosità generale del cielo.

$$R(\psi_i, z_i) = I_{\text{dh}} \left[ \frac{a_0 + a_1 \cos z_i + a_2 \exp(-a_3 \Theta)}{\pi \cdot (a_0 + 2a_1/3) + 2 \cdot a_2 \cdot F} \right] \quad [\text{W/m}^2 \text{ sr}] \quad 2.259$$

dove:

$a_i$  sono parametri definiti in funzione di  $k_t$  e  $k_d$ , dati in tabella 2.15;

$\Theta$  è la distanza angolare tra la direzione del disco solare e l'elementino di cielo, data dalla 2.212;

$F$  è una funzione di  $z$  e  $a_3$ , data dalla 2.260:

$$F = \frac{1 + \exp(-a_3 \pi/3)}{a_3^2 + 4} \cdot \left\{ \pi - \left[ 1 - \frac{2 \cdot (1 - e^{-a_3 \pi})}{\pi a_3 \cdot (1 - e^{-a_3 \pi/2})} \right] \cdot (2z \sin z - 0,02\pi \sin 2z) \right\} \quad [-] \quad 2.260$$



Tabella 2.15 – Coefficienti  $a_j$  per diversi valori di  $k_t$  (colonne) e  $k_d$  (righe).

	0,05	0,15	0,25	0,35	0,45	0,55	0,65	0,75	0,85
<b>0,95</b>	0,1864	0,2002	0,138	0,1508	0,1718	0,2060			
	0,1979	0,1772	0,093	0,5472	0,0566	-0,0294			
	0,0000	0,0000	0,289	0,6659	0,8734	2,9511			
	1,0000	1,0000	0,9667	1,6755	2,4129	3,7221			
<b>0,85</b>	0,1431		0,3477	0,2664	0,2139	0,1520	0,1151		
	0,142		-0,2153	-0,1559	0,0307	0,1497	0,1805		
	2,636		5,3170	1,7758	1,6099	1,8315	2,2284		
	5,525		4,4211	2,8590	3,726	4,6125	4,1553		
<b>0,75</b>			0,3687	0,2684	0,2019	0,1870	0,1842	0,1566	
			-0,2927	-0,1615	-0,1275	-0,0632	0,0253	0,3003	
			2,6268	4,5224	1,4096	1,2819	1,3080	1,8486	
			2,8413	4,0842	2,2453	2,5932	3,1127	14,744	
<b>0,65</b>			0,3851	0,2843	0,2713	0,1597	0,2088	0,1273	
			-0,2726	-0,1645	-0,1837	-0,1715	-0,0520	-0,0500	
			4,1962	5,2960	2,822	1,2964	1,3225	1,5961	
			5,259	4,3678	3,486	1,9183	2,8364	2,0993	
<b>0,55</b>			0,6079	0,2892	0,2816	0,2465	0,2070	0,2477	
			-0,4838	-0,1953	-0,1945	-0,1245	-0,0927	-0,0711	
			11,078	2,1346	3,8606	2,9163	1,1098	1,5836	
			4,588	3,7268	3,7447	4,0760	2,5586	3,450	
<b>0,45</b>				0,2337	0,2822	0,2916	0,2583	0,2457	0,2315
				-0,1025	-0,1842	-0,2065	-0,1654	-0,1398	-0,2028
				11,792	6,0300	2,7327	1,9525	1,512	1,5803
				5,3698	4,5241	3,7624	3,3769	2,964	2,3229
<b>0,35</b>		$a_0$			0,3162	0,3006	0,2871	0,2491	0,2510
		$a_1$			-0,2039	-0,2172	-0,2184	-0,2224	-0,0907
		$a_2$			6,2226	4,5443	2,6467	1,5992	0,9733
		$a_3$			5,8975	4,2660	3,594	2,6404	2,6775
<b>0,25</b>						0,3417	0,3153	0,3071	0,2971
						-0,2574	-0,2338	-0,2576	-0,3126
						4,1918	3,8860	2,3127	1,3594
						4,3268	4,3920	3,5189	2,397
<b>0,15</b>							0,3360	0,3243	0,3061
							-0,2600	-0,3003	-0,4531
							4,2481	1,9157	1,612
							4,3727	3,2680	2,319

### 2.8.5. Modello di Igawa et al. (All Sky Model-R)

Per classificare le condizioni del cielo può essere appropriato usare l'irradianza globale insieme alla percentuale di nuvolosità, le caratteristiche delle quali dipendono dall'altezza solare.

Quando l'irradianza globale è divisa per il massimo valore di irradianza globale per quell'altezza solare, si ottiene un nuovo indice privato della dipendenza dall'altezza solare.

Il fattore di torbidezza Linke per la luminosità del cielo sereno standard (CIE) è assunto pari a 2,45. È preferibile assumere il fattore di torbidezza del cielo sereno al massimo pari a quello del CIE. Sebbene i fattori di torbidezza per la luminosità e per la radiazione solare non siano gli stessi, si può analizzare l'irradianza globale relativa a un fattore di torbidezza Linke di 2,5.

Secondo l'equazione di Kasten, L'irradianza globale a cielo sereno è data da:

$$I_{th} = 0,84 \cdot \frac{I_{on}}{m} \cdot \exp(-0,027 \cdot T_L \cdot m) \quad [W/m^2] \quad 2.261$$

Si assume che l'irradianza globale massima si abbia per un fattore di torbidezza Linke pari a 2,5. si definisce così un'irradianza globale standard:

$$I_{th,st} = 0,84 \cdot \frac{I_{on}}{m} \cdot \exp(-0,0675 \cdot m) \quad [W/m^2] \quad 2.262$$

Si definisce un indice di cielo sereno  $K_c$ , rapporto tra l'irradianza globale e quella standard:

$$k_c = \frac{I_{th}}{I_{t,st}} \quad [-] \quad 2.263$$

La frazione diffusa per un fattore di torbidezza Linke pari a 2,5 è chiamata percentuale di nuvolosità standard, ed è data da:

$$k_{d,st} = 0,01299 + 0,07698 \cdot m - 0,003857 \cdot m^2 + 0,0001054 \cdot m^3 - 0,000001031 \cdot m^4 \quad [-] \quad 2.264$$

L'indice di assenza di nuvolosità è definito da:

$$k_n = \frac{1 - k_d}{1 - k_{d,st}} \quad [-] \quad 2.265$$

La distribuzione della radianza è data da:

$$R(\psi_i, \beta_i) = I_{\text{dn}} \cdot \sum_{k=0}^4 [A(k) \cdot K_c^k] \cdot \frac{\phi(\beta_i) \cdot f(\Theta)}{\phi(\pi/2) \cdot f(\pi/2 - \beta_s)} \quad [\text{W/m}^2 \text{ sr}] \quad 2.266$$

con:

$$\phi(\beta_i) = 1 + a \cdot \exp\left(\frac{b}{\sin \beta_i}\right) \quad [-] \quad 2.267$$

$$f(\Theta) = 1 + c \cdot [\exp(d \cdot \Theta) - \exp(d \cdot \pi/2)] + e \cdot \cos^2 \Theta \quad [-] \quad 2.268$$

$$a = \frac{4,5}{1 + 0,15 \cdot \exp(3,4 \cdot Si)} - 1,04 \quad [-] \quad 2.269$$

$$b = -\frac{1}{1 + 0,17 \cdot \exp(1,3 \cdot Si)} - 0,05 \quad [-] \quad 2.270$$

$$c = 1,77 \cdot (1,22 \cdot Si)^{3,56} \cdot \exp(1,3 \cdot Si) \cdot (2,1 - Si)^{0,8} \quad [-] \quad 2.271$$

$$d = -\frac{3,05}{1 + 10,6 \cdot \exp(-3,4 \cdot Si)} \quad [-] \quad 2.272$$

$$e = \frac{0,48}{1 + 245 \cdot \exp(-4,13 \cdot Si)} \quad [-] \quad 2.273$$

$$Si = K_c + \sqrt{K_n} \quad [-] \quad 2.274$$

$$A(k) = \sum_{j=0}^6 [B(j, k) \cdot K_n^{0,5 \cdot j}] \quad [-] \quad 2.275$$

$$B(j, k) = \sum_{i=0}^5 [C(i, j, k) \cdot z_s^i] \quad [-] \quad 2.276$$

dove:

m è la massa d'aria ottica, data dalla 1.27;

C è un coefficiente dato in tabella 2.16.

Tabella 2.16 – Coefficienti C(i,j,k).

k	j	i					
		0	1	2	3	4	5
0	0	0,4015	0,0044	0,0090	-0,0200	0,0177	-0,0068
	1	-0,0564	-0,0316	0,4062	-0,4699	0,3300	-0,0817
	2	-0,1460	-0,0829	-3,7111	4,3546	-1,9825	0,2833
	3	1,0626	0,3772	11,6859	-12,3903	1,8522	1,1362
	4	-2,8711	0,0930	-16,8828	15,9467	4,1516	-4,8599
	5	2,7842	-0,8960	11,3017	-8,4637	-8,4370	5,9466
	6	-0,9167	0,5302	-2,8773	1,3678	3,8397	-2,3236
1	0	-0,0509	-0,0767	-0,0842	0,2446	-0,2173	0,0888
	1	0,2509	-0,8417	-0,8060	0,3678	-0,7237	0,1990
	2	1,6549	14,3852	-3,9888	9,7897	-18,4959	7,8043
	3	-15,2722	-48,3263	54,5553	-100,4209	150,9138	-61,5252
	4	31,5218	64,8618	-137,6762	254,2300	-344,9908	140,6794
	5	-26,2167	-38,0729	131,5008	-245,8816	313,3116	-128,3895
	6	7,8350	8,0616	-44,0612	83,3628	-101,3222	41,7667
2	0	0,0863	0,3435	0,3359	-1,0970	0,8603	-0,3572
	1	-1,2699	2,8287	3,9616	-2,6865	3,9671	-1,1026
	2	-11,1184	-41,5866	20,6861	-44,2429	86,0313	-37,2452
	3	61,4569	112,7302	-220,7694	428,3022	-617,6864	258,3140
	4	-109,9849	-112,2037	496,1507	-971,1740	1266,6167	-530,7575
	5	85,2745	38,0638	-442,3932	- 872,1058	1067,6426	450,5763
	6	-24,2309	0,0588	142,5802	-283,3008	329,5323	-140,1650
3	0	-0,3754	-0,5077	-0,3234	1,7185	-1,0320	0,4479
	1	1,0003	-4,1306	-5,5006	6,1345	-7,2571	2,2956
	2	17,6094	47,1414	-47,5262	93,5278	-149,2886	63,7066
	3	-79,6806	-99,9641	-345,6662	681,3328	899,2027	-377,9488
	4	133,1647	57,7891	-701,8434	1398,0054	-1698,4940	719,1565
	5	-98,6168	18,6492	597,8211	-1197,9089	1369,3651	-585,76778
	6	26,7019	-19,1604	-189,0674	382,3517	-414,3978	178,9761
4	0	0,1944	0,2274	-0,0077	-0,5003	0,1200	-0,0673
	1	-0,1519	1,9924	2,0469	-2,7390	2,9337	-0,9299
	2	-8,0731	-17,6413	28,9888	-57,2731	80,2519	-34,0204
	3	32,8606	27,4527	-171,1919	343,9805	-422,7656	178,5947
	4	-52,2028	2,5328	327,9505	-665,1001	758,4764	-323,9300
	5	36,8154	-28,3222	-273,5933	558,7982	-599,2154	259,0233
	6	-9,3016	13,7469	86,4222	-178,8391	181,5249	-79,2551

### 2.8.6. Modello di Kocifaj

Il modello di Kocifaj (2009) presenta un'espressione della radianza che prende in considerazione lo spessore ottico dell'atmosfera, una funzione di scattering multiplo, e l'albedo della superficie terrestre. Da un punto di vista matematico, la radianza è ottenuta approssimando la soluzione esatta dell'equazione di trasferimento radiativo in un'atmosfera torbida.

$$\begin{aligned}
 R(\psi_i, z_i) = & I_0 m(z_i) \frac{\exp[-m(z_i)\tau_0] - \exp[-m(z)\tau_0]}{m(z) - m(z_i)} [B_0 \cdot f(\vartheta) + (B_2 - B_3)] + \\
 & + I_0 m(z_i) \frac{1 - \exp\{-[M_1 + m(z_i)]\tau_0\}}{M_1 + m(z_i)} (\rho B_1 \cos z - B_2) [-m(z)\tau_0] + \\
 & + I_0 m(z_i) B_3 \frac{\exp[-m(z_i)\tau_0] - \exp[-M_1\tau_0]}{M_1 - m(z_i)}
 \end{aligned} \quad [W/m^2 \text{ sr}] \quad 2.277$$

dove:

$B_i, M_1$  sono parametri di scalatura della radianza;

$\tau_0$  è lo spessore ottico totale dell'atmosfera:  $\tau_0 = \tau_{m,0} + \tau_{a,0}$  ;

$f(\vartheta)$  è la funzione di fase bulk normalizzata, data dalla 2.278:

$$f(\vartheta) = \frac{1}{\tau_0} \left[ \frac{p_R(\vartheta)}{4\pi} \tau_{m,0} + \frac{p_a(\vartheta)}{4\pi} \tau_{a,0} \right] \quad [sr^{-1}] \quad 2.278$$

dove:

$p_R(\vartheta)$  è la funzione di scattering di Rayleigh;

$p_a(\vartheta)$  è la funzione di scattering dell'ambiente atmosferico;

$\tau_{m,0}$  è lo spessore ottico molecolare dell'atmosfera;

$\tau_{a,0}$  è lo spessore ottico degli aerosol dell'atmosfera.

$$p_R(\vartheta) = \frac{3}{4} (1 + \cos^2 \vartheta) \quad [-] \quad 2.279$$

$$p_a(\vartheta) = \frac{1 - g^2}{(1 + g^2 - 2g \cos \vartheta)^{3/2}} \quad [-] \quad 2.280$$

dove:

$\vartheta$  è l'angolo di scattering;

$g$  è un parametro di asimmetria delle particelle di aerosol (Hansen, 1969).



### 3. RAPPRESENTAZIONE DI SUPERFICI NELLO SPAZIO

Curve e superfici nello spazio possono essere rappresentate in forma parametrica o non parametrica.

In forma implicita, una superficie è definita da:

$$f(x, y, z) = 0 \quad 3.1$$

mentre, in forma parametrica, è espressa come:

$$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \\ z = z(u, v) \end{cases} \quad 3.2$$

In forma implicita, una curva viene definita dall'intersezione tra due superfici:

$$\begin{cases} f(x, y, z) = 0 \\ g(x, y, z) = 0 \end{cases} \quad 3.3$$

mentre, in forma parametrica, è espressa come:

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad 3.4$$

### 3.1. Approssimazione di curve e superfici nello spazio

#### 3.1.1. Curve di De Casteljau

Le curve di De Casteljau, sviluppate da De Casteljau nel 1959, permettono di rappresentare parametricamente nello spazio, in modo ricorsivo, curve di tipo polinomiale.

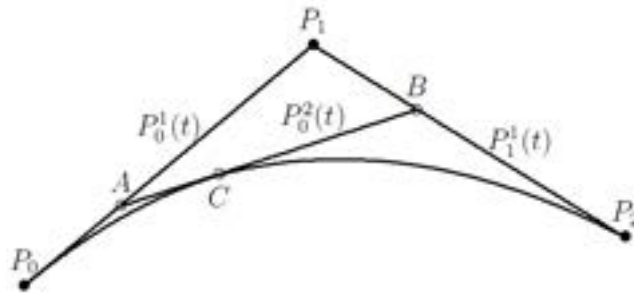


Figura 3.1 – Algoritmo di De Casteljau per la costruzione di una parabola.

Dati i punti  $P_0$ ,  $P_1$  e  $P_2$ , chiamati punti o vertici di controllo, e dato  $t$ , parametro reale compreso tra 0 e 1, si definiscono le approssimanti lineari  $P_0^1(t)$  e  $P_1^1(t)$ , congiungenti rispettivamente dei punti  $P_0$  e  $P_1$  e dei punti  $P_1$  e  $P_2$ :

$$P_0^1(t) = (1-t) \cdot P_0(t) + t \cdot P_1(t) \quad 3.5$$

$$P_1^1(t) = (1-t) \cdot P_1(t) + t \cdot P_2(t) \quad 3.6$$

Se si effettua un'altra combinazione lineare si ha:

$$P_0^2(t) = (1-t) \cdot P_0^1(t) + t \cdot P_1^1(t) = (1-t)^2 \cdot P_0 + 2t \cdot (1-t) \cdot P_1 + t^2 \cdot P_2 \quad 3.7$$

che è l'equazione di una parabola nella variabile  $t$ . Tale parabola passa per i punti  $P_0$  e  $P_2$ . Si può osservare che il cambio del punto  $P_1$  (o di un altro punto di controllo), comporta un cambio globale della curva.

Avendo a disposizione un numero sufficiente di punti, l'algoritmo si può generalizzare ad approssimanti polinomiali di qualsiasi grado. Assegnando  $n+1$  punti  $P_0, P_1, \dots, P_n$ , la curva di grado  $n$  è:

$$P_i^k(t) = (1-t) \cdot P_i^{k-1}(t) + t \cdot P_{i+1}^{k-1}(t) \quad 3.8$$

Con  $k$  che va da 1 a  $n$ ,  $i$  che va da 0 a  $n-k$ , e avendo posto  $P_i^0(u) = P_i$



### 3.1.2. Curve di Bézier

Le curve di Bézier, sviluppate da Bézier nel 1962, descrivono la curva voluta con un'equazione esplicita. Alla base della rappresentazione c'è l'utilizzo dei polinomi di Bernstein, definiti come:

$$B_{n,k}(t) = C(n,k) \cdot t^k (1-t)^{n-k} \quad 3.9$$

dove  $C(n,k)$  è il coefficiente binomiale:

$$C(n,k) = \frac{n!}{(n-k)!k!} \quad 3.10$$

In cui  $n$  è il grado del polinomio e  $k$  è un numero intero compreso tra 0 ed  $n$ .

Dati  $n+1$  punti di controllo  $P_0, P_1, \dots, P_n$ , la curva di Bézier assume l'espressione:

$$C(t) = \sum_{k=0}^n P_k \cdot B_{n,k}(t) \quad 0 \leq t \leq 1 \quad 3.11$$

I polinomi di Bernstein (chiamati anche "blending functions") possono essere calcolati anche utilizzando la seguente relazione di ricorrenza:

$$B_{n,k}(t) = (1-t)B_{n-1,k}(t) + t \cdot B_{n-1,k-1}(t) \quad 1 \leq k \leq n-1 \quad 3.12$$

con  $B_{k,k}(t) = t^k$  e  $B_{n,0} = (1-t)^n$ .

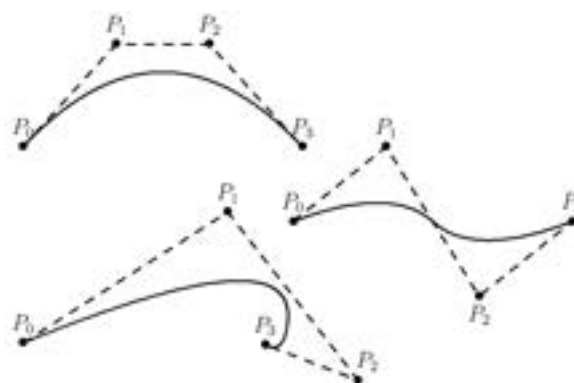


Figura 3.2 – Esempi di curve di Bézier di terzo grado (quattro punti di controllo).

Posto  $C(t) = (x(t), y(t), z(t))$ , si hanno le seguenti relazioni per le ascisse, le ordinate e le quote dei punti appartenenti alla curva approssimante:

$$\begin{cases} x(t) = \sum_{k=0}^n x_k B_{n,k}(t) \\ y(t) = \sum_{k=0}^n y_k B_{n,k}(t) \\ z(t) = \sum_{k=0}^n z_k B_{n,k}(t) \end{cases} \quad 3.13$$

dove  $x_k$ ,  $y_k$  e  $z_k$  sono le coordinate del punto di controllo  $P_k$ .

Alcune delle principali caratteristiche delle curve di Bézier sono:

- La rappresentazione parametrica della curva avviene sempre nell'intervallo di variabilità  $[0, 1]$  del parametro  $t$ ;
- Il grado della curva di Bézier è sempre di uno inferiore rispetto al numero dei punti di controllo a disposizione;
- La curva di Bézier passa sempre per il primo e l'ultimo punto di controllo;
- La curva di Bézier è sempre interna alla poligonale avente come vertici i punti di controllo  $P_k$ ;
- La tangente agli estremi coincide con la retta congiungente rispettivamente i primi due e gli ultimi due punti di controllo;
- La condizione di continuità della derivata prima è che il punto di contatto più il penultimo punto della prima della curva e il secondo punto di controllo della seconda siano allineati;
- Una curva di Bézier può essere fatta passare in una determinata posizione assegnando a tale vertice un punto di controllo multiplo;
- Una curva di Bézier chiusa è generata specificando il primo e l'ultimo punto di controllo nella stessa posizione;
- Il concetto delle curve di Bézier può essere utilizzato per tracciare anche delle superfici approssimanti, definite da funzione in due variabili. L'espressione matematica di una superficie di Bézier è:

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^p \sum_{j=0}^q P_{i,j} \cdot B_{i,p}(u) \cdot B_{j,q}(v) \quad 0 \leq u, v \leq 1 \quad 3.14$$

con  $P_{i,j}$  punti di controllo in  $\mathfrak{R}^3$ .

L'uso delle curve di Bézier presenta principalmente due svantaggi: il primo è che il numero di punti fissa il grado del polinomio, il secondo è che i polinomi di Bernstein sono definiti globalmente, per cui la modifica di un punto di controllo provoca la variazione di tutta la curva.

### 3.1.3. B-spline

Le B-spline sono la generalizzazione delle curve di Bézier. Furono sviluppate a livello teorico da De Boor, e successivamente congiunte alla teoria delle curve di Bézier da Gordon e Riesenfeld.

L'uso delle B-spline consente di evitare gli svantaggi delle curve di Bézier, ma richiedono una maggiore complessità computazionale.

Ogni punto di controllo delle B-spline è associato ad una singola funzione della base, e così ognuno di tali punti influisce sull'andamento della curva solo in un determinato intervallo di variabilità del parametro  $t$ . Inoltre, l'ordine della curva risultante può essere variato senza modificare il numero dei punti di controllo.

La curva approssimante con funzione B-spline è:

$$C(t) = \sum_{i=0}^n P_i \cdot N_{i,p}(t) \quad 3.15$$

dove i  $P_i$  sono i punti di controllo della curva e le funzioni  $N_{i,p}(t)$  sono definite dalle formule di ricorrenza di Cox-De Boor:

$$N_{i,0}(t) = \begin{cases} 1, & t_i \leq t < t_{i+1} \\ 0, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad 3.16$$

$$N_{i,p}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+p} - t_i} \cdot N_{i,p-1}(t) + \frac{t_{i+p+1} - t}{t_{i+p+1} - t_{i+1}} \cdot N_{i+1,p-1}(t) \quad 3.17$$

I valori di  $t_i$ , detti nodi geometrici, sono solitamente numeri interi tali per cui, per ogni  $i$ ,  $t_i \leq t_{i+1}$ . Essi fanno parte di un vettore  $\mathbf{T}$  detto vettore dei nodi, che serve a stabilire l'intervallo di variabilità di  $t$ .

Per rappresentare la curva  $C(t)$ , oltre al vettore dei nodi, è necessario definire il valore di  $p$ , che rappresenta l'ordine della curva.

Se  $p$  coincide col numero dei punti di controllo e non ci sono nodi geometrici multipli, la curva definita dalla B-spline coincide con la curva di Bézier. Se  $p = 2$  la curva coincide con la spezzata che unisce i punti di controllo.

Alcune delle principali caratteristiche delle curve di B-spline sono:

- La curva ha grado  $p-1$  ed è di classe  $C^{p-2}$  sull'intervallo di variabilità di  $t$ ;
- Per  $n+1$  punti di controllo la curva è descritta da  $n+1$  funzioni base;
- Ogni funzione base è definita su  $p$  sottointervalli dell'intervallo  $[t_{\min}, t_{\max}]$ , partendo dal nodo  $t_i$ ;
- L'intervallo di variabilità di  $t$  è diviso in  $k = n+p+1$  sottointervalli, specificati dai  $k+1$  valori contenuti nel vettore dei nodi;

- Con i valori dei nodi indicati con  $\{t_0, t_1, \dots, t_{n+p}\}$  la curva B-spline risultante è definita nell'intervallo dal nodo  $t_{p-1}$  fino a  $t_{n+1}$ ;
- Ogni parte della B-spline (tra due nodi successivi) è influenzata solo da  $p$  punti di controllo;
- Ogni punto di controllo può influenzare la forma della curva solo in  $p$  sottointervalli della curva;
- La curva è compresa all'interno della poligonale avente come vertici al più  $p+1$  punti di controllo;
- Per ogni valore di  $t$  compreso tra  $t_{p-1}$  e  $t_{n+1}$ , la somma delle funzioni di base vale 1:

$$\sum_{i=0}^n N_{i,p}(t) = 1 \quad 3.18$$

Una volta assegnati i punti di controllo e il valore del parametro  $p$ , si devono specificare i valori del vettore dei nodi e definire le funzioni base utilizzando le formule di Cox-de Boor.

In base al vettore dei nodi utilizzato, si possono avere B-spline uniformi, non uniformi e aperte.

Quando l'incremento dei nodi è costante si hanno le B-spline uniformi. Esse hanno la proprietà di definire funzioni base periodiche, ovvero funzioni che hanno la stessa forma per dei dati valori di  $n$  e di  $p$ .

Si hanno B-spline aperte quando i nodi iniziali e finali sono ripetuti  $p$  volte. Esse sono molto simili alle curve di Bézier, e passano per i punti di controllo estremi.

Quando l'incremento dei nodi non è costante si hanno le B-spline non uniformi. Tramite l'aumento del numero di punti di controllo in determinate zone si può controllare meglio l'andamento della curva in questi intervalli. Aumentando la molteplicità dei nodi si possono introdurre variazioni molto piccole in prossimità di tali posizioni e anche discontinuità (ogni valore ripetuto riduce di 1 la continuità della curva nel nodo).

Come per le curve di Bézier, anche le B-spline possono essere utilizzate per approssimare superfici nello spazio:

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} \cdot N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \quad 3.19$$

I valori dei parametri  $p$  e  $q$ , ovvero i gradi di approssimazione della curva, possono essere diversi.

L'uso delle B-spline presentano lo svantaggio di essere funzioni polinomiali a tratti, per cui forniscono una buona approssimazione solo per curve di questo tipo.

### 3.1.4. Spline razionali

Per aumentare il numero delle curve approssimabili con le B-spline, Coons propose di definire la curva  $C(t)$  come una funzione razionale:

$$C(t) = \frac{\sum_{i=0}^n P_i \omega_i N_{i,p}(t)}{\sum_{i=0}^n \omega_i N_{i,p}(t)} \quad 3.20$$

dove i  $P_i$  sono i punti di controllo e gli  $\omega_i$  sono dei numeri reali detti pesi. Più grande è il valore di un peso e più la curva passerà vicina al punto di controllo  $P_i$  associato a tale peso. Quando tutti i pesi sono pari a 1, la curva coincide con la B-spline.

Rispetto alle altre spline, le spline razionali consentono una rappresentazione esatta delle funzioni coniche e quadriche.

Per tracciare segmenti di coniche si possono utilizzare B-spline di secondo grado con i seguenti pesi:

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \omega_2 = 1 \\ \omega_1 &= \frac{r}{1-r} \quad \text{con } 0 \leq r < 1 \end{aligned} \quad 3.21$$

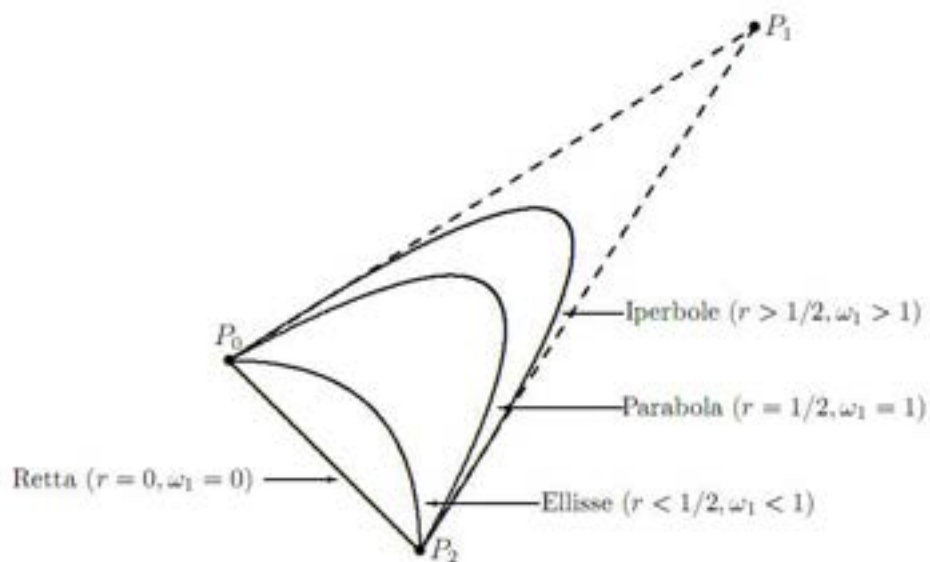


Figura 3.3 – Sezioni coniche generate con spline razionali.

Le spline razionali con nodi non uniformi sono dette NURBS (Non Uniform Rational B-Spline).

Come per le B-spline, anche le spline razionali possono essere utilizzate per approssimare superfici nello spazio:

$$S(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j} \cdot \omega_{i,j} \cdot N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v)}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m \omega_{i,j} \cdot N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v)} \quad 3.22$$

Alcune delle principali caratteristiche delle superfici NURBS sono:

- Generalità: quando tutti i pesi sono uguali, la superficie equivale a una superficie definita tramite B-spline. Quando i pesi non sono uguali e non ci sono nodi interni, la superficie NURBS diventa una superficie di Bézier razionale;
- Per un valore fissato di  $v = a$  e  $u$  variabile in  $[0,1]$ ,  $R(u,a)$  è una curva NURBS di grado  $p$  con pesi:

$$\omega_i = \sum_{j=0}^n \omega_{ij} \cdot N_j^q(a) \quad 3.23$$

e punti di controllo:

$$P_i = \sum_{j=0}^n \frac{\omega_{ij} \cdot N_j^q(a)}{\omega_i} \cdot P_{ij} = \sum_{j=0}^n P_{ij} \cdot R_j^q(a) \quad 3.24$$

- La superficie NURBS interpola i quattro punti di controllo agli angoli,  $P_{00}$ ,  $P_{0n}$ ,  $P_{k0}$ ,  $P_{kn}$ ;
- Le derivate agli angoli sono le stesse delle curve al contorno  $R(0,v)$ ,  $R(1,v)$ ,  $R(u,0)$ ,  $R(u,1)$  nei loro punti finali;
- Differenziabilità: le proprietà di differenziabilità sono le stesse delle funzioni base;
- Le funzioni base “accendono” e “spengono” i punti di controllo;
- Forti proprietà di inviluppo convesso: se  $(u,v) \in [u_i, u_{i+1}] \times [u_j, u_{j+1}]$ , allora  $R(u,v)$  si trova all’interno dell’inviluppo convesso dei punti di controllo  $P_{rs}$ , con  $r = i-p, \dots, i$ , ed  $s = j-q, \dots, j$ .
- Località: un movimento del punto di controllo  $P_{ij}$  modifica la superficie solo nell’intervallo  $[u_i, u_{i+p+1}] \times [v_j, v_{j+q+1}]$
- Invarianza affine e proiettiva: applicato a una superficie NURBS una trasformazione affine o proiettiva equivale a trasformare i punti di controllo;
- L’aumento del peso  $\omega_{ij}$  sposta la superficie verso il punto di controllo  $P_{ij}$ .

Può essere conveniente esprimere l’equazione delle curve e delle superfici NURBS in termini di coordinate omogenee. La 3.20 e la 3.22 diventano allora:

$$C^h(t) = \sum_{i=0}^n P_i^h \cdot N_{i,p}(t) \quad 3.25$$

$$S^h(u, v) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m P_{i,j}^h \cdot N_{i,p}(u) \cdot N_{j,q}(v) \quad 3.26$$

dove:

$$P_i^h = (\omega_i P_i, \omega_i) \quad 3.27$$

$$P_{i,j}^h = (\omega_{i,j} P_{i,j}, \omega_{i,j}) \quad 3.28$$

Viene chiamata con  $N_{l,p}(t)$  la funzione B-spline normalizzata di ordine  $p$ , definita sulla sequenza di nodi  $\mathbf{T}=\{t_i\}$ , calcolata nell'intervallo arbitrario non vuoto  $[t_r, t_{r+1})$  con  $t_r < t_{r+1}$ . Dopo la normalizzazione del parametro, data da:

$$u = \frac{t - t_r}{t_{r+1} - t_r} \quad 3.29$$

si può riscrivere la 3.17 all'interno dell'intervallo unitario  $[0,1)$ :

$$N_{l,p}(u) = \sum_{i=0}^{p-1} a_{i,l}(r, \mathbf{T}) \cdot u_i \quad \text{con } u \in [0,1) \quad l = r - p + 1, r - p + 2, \dots, r \quad 3.30$$

dove  $a_{i,l}(r, \mathbf{T})$  sono coefficienti da determinare in funzione dell'indice  $r$  e del vettore dei nodi  $\mathbf{T}$ .

La curva NURBS, nell'intervallo  $[t_n, t_{n+1})$ , assume la seguente forma matriciale:

$$C^h(u) = \sum_{i=r-p+1}^r P_i^h \cdot N_{i,p}(t) = \bar{\mathbf{P}}^h \mathbf{A}_{r,p,\mathbf{T}} \mathbf{U} \quad 3.31$$

dove:

$\bar{\mathbf{P}}^h$  è il vettore dei punti di controllo in coordinate omogenee, dato dalla 3.32;

$\mathbf{U}$  è una base esponenziale, data dalla 3.33;

$\mathbf{A}_{r,p,\mathbf{T}}$  è una matrice di ordine  $p \times p$ , data dalla 3.34.

$$\bar{\mathbf{P}}^h = (\mathbf{P}_{r-p+1}^h \quad \mathbf{P}_{r-p+2}^h \quad \dots \quad \mathbf{P}_r^h) \quad 3.32$$

$$\mathbf{U} = (1 \quad u \quad \dots \quad u^{p-1}) \quad 3.33$$

$$\mathbf{A}_{r,p,T} \equiv \begin{pmatrix} a_{0,r-p+1} & a_{1,r-p+1} & \cdots & a_{p-1,r-p+1} \\ a_{0,r-p+2} & a_{1,r-p+2} & \cdots & a_{p-1,r-p+2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{0,r} & a_{1,r} & \cdots & a_{p-1,r} \end{pmatrix} \quad 3.34$$

La matrice dei coefficienti  $\mathbf{A}_{r,p,T}$  può essere espressa esplicitamente come:

$$a_{i,j} = \lambda_{i,j} \quad \text{con } i = 0, 1, \dots, p-1 \quad j = r-p+1, r-p+2, \dots, r \quad 3.35$$

con  $\lambda_{i,j}$  calcolati tramite il metodo delle differenze finite:

$$\lambda_{s,l} = (t_{l+p} - t_l)(t_r - t_{r+1})^s \sum_{i=1}^{d(T_i)} \sum_{\substack{j=0 \\ \tau_j > t_r}}^{p-1-\max(s,p-l)} \alpha_{i,j}(T_i) \frac{(p-1)!}{s!(p-1-j-s)!} (\tau_i - t_r)^{p-1-j-s} \quad \text{con } s = 0, 1, \dots, p-1 \quad 3.36$$

oppure tramite l'identità di Mardsen (1970):

$$\bar{\lambda}_{s,l} = \frac{(t_{r+1} - t_r)^s}{\det \Delta_{r,p,T}} \sum_{i=s}^{p-1} \binom{i}{s} t_r^{i-s} \sigma_{i,l}^* \quad \text{con } s = 0, 1, \dots, p-1 \quad 3.37$$

con:

$$\Delta_{r,p,T} = \begin{pmatrix} \sigma_{0,r-p+1} & \sigma_{0,r-p+2} & \cdots & \sigma_{0,r} \\ \sigma_{1,r-p+1} & \sigma_{1,r-p+2} & \cdots & \sigma_{1,r} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \sigma_{p-1,r-p+1} & \sigma_{p-1,r-p+2} & \cdots & \sigma_{p-1,r} \end{pmatrix} \quad 3.38$$

$$\sigma_{i,j} = \frac{(-1)^i i!}{(p-1)!} \omega_{i,p}^{p-1-i} \quad \text{con } i = 0, 1, \dots, p-1 \quad j = r-p+1, r-p+2, \dots, r \quad 3.39$$



### 3.2. Discretizzazione di superfici in elementi piani

Uno dei metodi più appropriati per eseguire un'approssimazione planare di una superficie parametrica è la tassellazione triangolare, che può essere effettuata con campionamento uniforme o campionamento adattativo.

Nei metodi di campionamento uniforme, il dominio del parametro della superficie è "uniformemente" suddiviso con una dimensione della griglia calcolata in base alla derivata seconda della superficie, così che la discretizzazione risultante devii dall'originale con una data tolleranza. I metodi di campionamento uniforme sono rapidi, ma producono molti più triangoli del necessario in quanto la stima della derivata seconda è funzione della zona con curvatura maggiore.

Nei metodi di campionamento adattativo, l'approssimazione è effettuata applicando ripetutamente un controllo di errore e una suddivisione. Se la deviazione massima di ogni segmento planare eccede la tolleranza predefinita, il segmento di superficie parametrica è suddiviso a metà o in un quarto. A seconda del metodo di calcolo dell'errore di approssimazione, si possono classificare diverse categorie di campionamento adattativo: metodi vincolati dalla derivata seconda, metodi di derivazione dei punti di controllo, metodi di derivazione dei punti sulla superficie e metodi di poligonizzazione basati sulla riduzione di grado della superficie.

L'errore nell'approssimazione calcolato con metodi vincolati dalla derivata seconda è sovrastimato, portando a un eccesso di triangoli. I metodi di derivazione dei punti di controllo stimano la deviazione massima calcolando la distanza tra la griglia di controllo della superficie parametrica e il corrispondente segmento planare. Anche questo metodo tende a sovrastimare la deviazione massima portando a un eccesso di triangoli. I metodi di derivazione dei punti sulla superficie campionano i punti della superficie parametrica e calcolano la distanza tra il punto campionato e il segmento planare corrispondente. I metodi di poligonizzazione basati sulla riduzione di grado della superficie, data l'equazione parametrica, la decompongono in una serie di curve di Bézier, le quali, applicando una riduzione consecutiva di grado combinata con una suddivisione adattativa, vengono convertite in una serie di superfici bilineari, che a loro volta sono poi convertite in una rete di triangoli.

### 3.2.1. Tassellazione triangolare non strutturata

Tra i metodi di campionamento adattativo, l'algoritmo sviluppato da Cho et al. (1998) prevede la costruzione di un dominio piano di triangolazione ausiliario per preservare la forma della superficie durante la tassellazione. La superficie data viene sviluppata minimizzando una funzione di errore  $E$  di mappatura isometrica locale tra la superficie data e la superficie discretizzata.

La rete di una superficie  $S$  può essere approssimativamente sviluppata in un piano  $D$  trovando la mappatura isometrica locale, ottenuta minimizzando una funzione di errore globale.

La funzione di mappatura dell'errore è:

$$E = \sum_{k=1}^l \left[ d_k^{3D} - d_k^{2D}(v_{1x}, v_{1y}, v_{2x}, v_{2y}, \dots, v_{ix}, v_{iy}, \dots, v_{pqx}, v_{pqy}) \right]^2 \quad 3.40$$

dove:

$p, q$  sono il numero di punti sulla superficie del reticolo  $S$  nelle direzioni parametriche  $u$  e  $v$ ;

$v_{ix}, v_{iy}$  sono le coordinate  $x$  e  $y$  incognite sulla superficie  $D$ , corrispondenti a  $p \times q$  punti su  $S$ ;

$d_k^{3D}$  è la lunghezza di un segmento che unisce ogni punto confinante su  $S$ ;

$d_k^{2D}$  è la lunghezza di un segmento che unisce ogni punto di  $D$  corrispondente a ogni punto di confine su  $S$ ;

$$l = 4pq - 3(p+q) + 2.$$

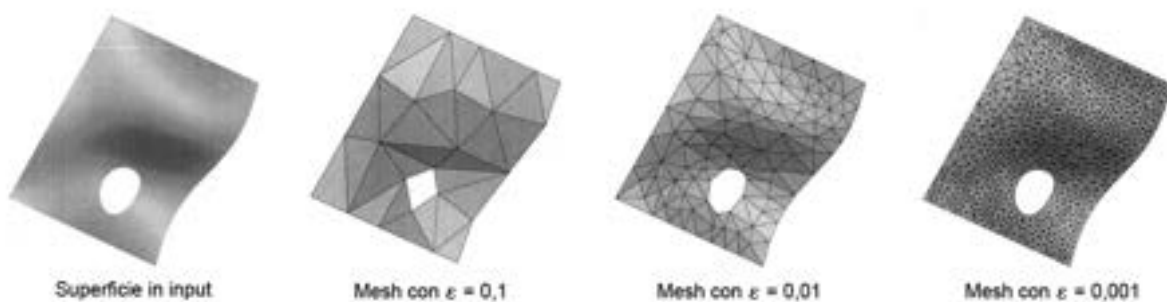


Figura 3.4 – Confronto di mesh ottenute per diversi valori di tolleranza.

Minimizzando la funzione di  $E$  in 3.40 si possono determinare i valori ignoti di  $(v_{ix}, v_{iy})$ , e la corrispondente superficie approssimata  $D$ . L'algoritmo di minimizzazione si basa sul metodo della convergenza quadratica di Powell, che richiede i punti iniziali  $(v_{ix}^0, v_{iy}^0)$  dai quali cominciare il calcolo. Essi sono determinati tramite le informazioni note del reticolo della superficie  $S$ , quali la lunghezza dei bordi del reticolo e l'angolo tra i bordi confinanti.

La procedura passo-passo è la seguente:

- Si pone  $(v'_{1x}, v'_{1y}) = (0, 0)$
- Si pone  $(v'_{ix}, v'_{iy}) = (v'_{i-qx} + |r_i - r_{i-q}|, 0)$  per  $i = q\alpha + 1$ , dove  $s = 1, 2, \dots, p-1$  ed  $r_i$  è un punto su  $S$  corrispondente a  $(v'_{ix}, v'_{iy})$
- Si pone  $(v'_{ix}, v'_{iy}) = (d \cos \gamma + v'_{i-1x}, d \sin \gamma + v'_{i-1y})$  per  $i = \beta + 1$ , dove  $\beta = 1, 2, \dots, q-1$ ,  $d = |r_i - r_{i-1}|$ , e  $\gamma$  è l'angolo tra  $(r_{i+q-1} - r_{i-1})$  e  $(r_i - r_{i-q})$ , con  $0 \leq \gamma \leq \pi$ .
- Si pone  $(v'_{ix}, v'_{iy}) = (|r_i - r_{i-q}| + v'_{i-qx}, v'_{\beta+1y})$
  
- Si pone  $(v''_{1x}, v''_{1y}) = (0, 0)$
- Si pone  $(v''_{ix}, v''_{iy}) = (0, v''_{i-1y} + |r_i - r_{i-1}|)$  per  $i = \beta + 1$
- Si pone  $(v''_{ix}, v''_{iy}) = (d \sin \gamma + v''_{i-qx}, d \cos \gamma + v''_{i-qy})$  con  $d = |r_i - r_{i-q}|$ , e  $\gamma$  è l'angolo tra  $(r_{i+q-1} - r_{i-1})$  e  $(r_i - r_{i-q})$ , con  $0 \leq \gamma \leq \pi$ .
- Si pone  $(v''_{ix}, v''_{iy}) = (v''_{q\alpha+1x}, |r_i - r_{i-1}| + v''_{i+1y})$  per  $i = q\alpha + \beta + 1$ ,  $\alpha = 1, 2, \dots, p-1$

I punti iniziali  $(v^0_{ix}, v^0_{iy})$  si trovano mediando  $(v'_{ix}, v'_{iy})$  e  $(v''_{1x}, v''_{1y})$ :

$$(v^0_{ix}, v^0_{iy}) = \left( \frac{v'_{ix} + v''_{1x}}{2}, \frac{v'_{iy} + v''_{1y}}{2} \right) \text{ con } i = q\alpha + \beta + 1 \quad 3.41$$

Nel caso in cui la funzione di mappatura dell'errore sia insoddisfacente o che la superficie sviluppata sia autointersecante, la superficie di input viene sezionata e si ripete la procedura entro un certo limite  $\tau_{iso}$ . Per semplicità, le bisezioni sono effettuate a turno lungo le linee isoparametriche  $u = \frac{1}{2}$  e  $v = \frac{1}{2}$ . Il valore di  $\tau_{iso}$  può essere scelto arbitrariamente, oppure può essere associato a una tolleranza di approssimazione  $\varepsilon$ . Si assume che  $|d_k^{3D} - d_k^{2D}|$  debba essere minore di  $\varepsilon$ , allora si ha:

$$\tau_{iso} = \varepsilon^2 \quad 3.42$$

Poiché la mappatura tra lo spazio parametrico  $(u,v)$  e lo spazio tridimensionale è data dall'equazione della superficie  $S(u,v)$ , restano solo da determinare la mappatura  $\mathbf{f}$  dallo spazio parametrico al reticolo della superficie sviluppata e la sua inversa  $\mathbf{f}^{-1}$ . Le mappature  $\mathbf{f}$  ed  $\mathbf{f}^{-1}$  sono le mappature di ciascun sub-quadrilatero  $U_{ij}$  dello spazio parametrico definito da  $u_i \leq u_{i+1}$  e  $v_i \leq v_{i+1}$  e il corrispondente subquadrilatero  $V_{ij}$  sul reticolo della superficie sviluppata.

$$\mathbf{f}(u,v) = \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 \mathbf{v}_{i+p,j+q} \cdot B_{p,1}(u^*) \cdot B_{q,1}(v^*) \text{ con } (u,v) \in U_{ij} \quad 3.43$$

con:

$$u^* = m(u - u_i) \quad 3.44$$

$$v^* = n(v - v_j) \quad 3.45$$

dove:

$m, n$  sono il numero dei segmenti del reticolo rispettivamente nelle direzioni  $u$  e  $v$ ;

$V_{i+p,j+q}$  sono i vertici di  $V_{ij}$  corrispondenti ai vertici  $(u_{i+p}, v_{j+q})$  di  $U_{ij}$ .

Si può ottenere la mappatura  $f^{-1}$  risolvendo il seguente sistema lineare per  $u^* \geq 0$  e  $v^* \leq 1$ :

$$\begin{cases} \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 [V_{i+p,j+q}^x - V_x] \cdot B_{p,1}(u^*) \cdot B_{q,1}(v^*) = 0 \\ \sum_{p=0}^1 \sum_{q=0}^1 [V_{i+p,j+q}^y - V_y] \cdot B_{p,1}(u^*) \cdot B_{q,1}(v^*) = 0 \end{cases} \quad 3.46$$

dove  $V_{i+p,j+q}^x$  e  $V_{i+p,j+q}^y$  sono le componenti  $x$  e  $y$  dei vertici  $V_{i+p,j+q}$  di  $V_{ij}$ .

Una volta ottenuti  $u^*$  e  $v^*$ , i valori di  $u$  e  $v$  sono dati da:

$$u = u_i + \frac{u^*}{m} \quad 3.47$$

$$v = v_j + \frac{v^*}{n} \quad 3.48$$

### 3.2.2. Poligonizzazione di una superficie basata sulla riduzione di grado

Secondo il metodo sviluppato da Bae et al. (2002), data una curva parametrica di grado  $p$ , la si scompone in una serie di curve di Bézier. Queste sono convertite in una serie di segmenti lineari applicando passaggi successivi di riduzione di grado di  $p-1$ . Una tolleranza predefinita  $\epsilon$  è assegnata ad ogni passaggio di riduzione e, ad ogni passo, il grado dei segmenti parametrici di curva sono ridotti all'interno della tolleranza corrispondente  $\epsilon_i$ , combinata con la suddivisione adattativa. Di conseguenza, l'errore della risultante approssimazione lineare non supera la tolleranza predefinita.

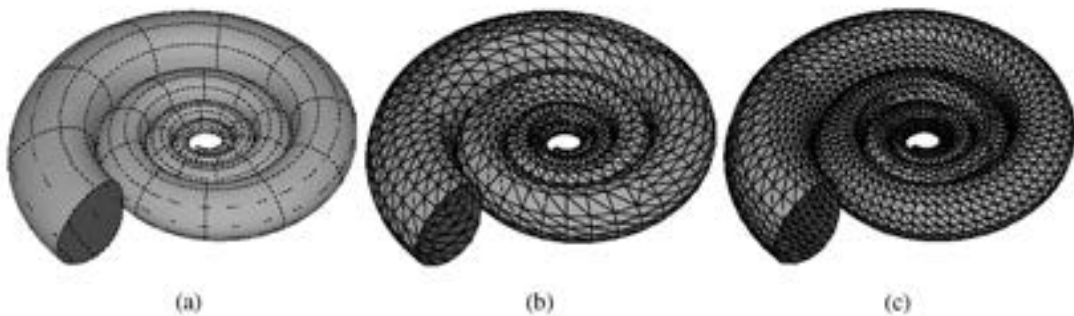


Figura 3.5 – Tassellazione di superficie parametrica per differenti tolleranze di approssimazione.

La riduzione di grado è effettuata unidirezionalmente, quindi in alternanza per il parametro  $u$  e per il parametro  $v$ . Considerando la simmetria notazionale dei parametri, si riporteranno solo le formule relative al parametro  $u$ .

La riduzione di grado del parametro  $u$  di una superficie di Bézier di grado  $(p, q)$  si ottiene trovando i punti di controllo della superficie di grado  $(p-1, q)$ :

$$\bar{S}(u, v) = \sum_{i=0}^{p-1} \sum_{k=0}^q \bar{P}_{i,j} \cdot B_{i,p-1}(u) \cdot B_{j,q}(v) \quad 3.49$$

Applicando il metodo di amalgamento del punto medio ad ogni riga della rete di controllo della superficie di Bézier, i nuovi punti di controllo sono dati da:

$$\bar{P}_{i,j} = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \bar{P}_{i,j}^I \text{ per } i = 0, \dots, r \\ \bar{P}_{i,j}^{II} \text{ per } i = r+1, \dots, m-1 \end{array} \right\} & \text{se } p \text{ è pari} \\ \left\{ \begin{array}{l} \bar{P}_{i,j}^I \text{ per } i = 0, \dots, r-1 \\ \frac{1}{2}(\bar{P}_{i,j}^I + \bar{P}_{i,j}^{II}) \text{ per } i = r \\ \bar{P}_{i,j}^{II} \text{ per } i = r+1, \dots, p-1 \end{array} \right\} & \text{se } p \text{ è dispari} \end{cases} \quad 3.50$$

dove:

$$r = \frac{p-1}{2} \quad 3.51$$

$$\bar{P}_{0,j}^I = P_{0,j}$$

$$\bar{P}_{i,j}^I = \frac{P_{i,j} - \alpha_i \bar{P}_{i-1,j}^I}{1 - \alpha_i} \quad 3.52$$

$$i = 1, \dots, p-1$$

$$\bar{P}_{p-1,j}^{II} = P_{p,j}$$

$$\bar{P}_{i,j}^{II} = \frac{P_{i+1,j} - (1 - \alpha_{i+1}) \cdot \bar{P}_{i+1,j}^{II}}{\alpha_{i+1}} \quad 3.53$$

$$i = p-2, \dots, 0$$

$$\alpha_i = i/p \quad 3.54$$

La funzione di errore, se  $p$  è pari, è data da:

$$e(u, v) = B_{r+1,p}(u) \cdot \left| \sum_{j=0}^q B_{j,q}(v) \cdot \tilde{P}_j \right| \quad 3.55$$

con:

$$\tilde{P}_j = P_{r+1,j} - \frac{\bar{P}_{r,j}^I + \bar{P}_{r+1,j}^{II}}{2} \quad 3.56$$

Se  $p$  è dispari, la funzione di errore è invece data da:

$$e(u, v) = \frac{1}{2} (1 - \alpha_r) \cdot |B_{r,p}(u) - B_{r+1,p}(u)| \cdot \left| \sum_{j=0}^q B_{j,q}(v) \cdot \tilde{P}_j \right| \quad 3.57$$

Il valore massimo dell'errore di approssimazione, in caso di  $p$  pari, si ha per  $u = 0,5$ . In caso di  $p$  dispari si ha per  $u^2 - u + (p-1)/4p = 0$ .

Ad ogni passaggio di riduzione, quando il grado della superficie non può essere ridotto lungo la direzione del parametro all'interno dell'intervallo di tolleranza corrispondente, le superfici di Bézier è divisa a metà lungo la stessa direzione, e il procedimento di riduzione è nuovamente applicato alle superfici divise.

Per distribuire la tolleranza predefinita ai vari gradi successivi di riduzione si utilizza un metodo esponenziale. All'aumentare del grado di riduzione, il salto di tolleranza cresce secondo un dato rapporto. Le relazioni tra i salti di tolleranza sono date da:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_i^v &= \phi \varepsilon_i^u \\
 \varepsilon_{i+1}^u &= \psi \varepsilon_i^v \\
 \varepsilon_{i+1}^u &= \phi \psi \varepsilon_i^u \\
 \varepsilon_{i+1}^v &= \phi \psi \varepsilon_i^v
 \end{aligned}
 \quad \text{con } \phi, \psi \geq 1
 \quad 3.58$$

le cui formule esplicite sono:

$$\varepsilon_i^u = \frac{(\varepsilon_{\text{rest},i}^u - \varepsilon_t)(\phi\psi - 1)}{(1 + \phi)[(\phi\psi)^{p-i} - 1]}
 \quad 3.59$$

$$\varepsilon_i^v = \frac{(\varepsilon_{\text{rest},i}^v - \varepsilon_t)(\phi\psi - 1)}{\psi(1 + \phi)[(\phi\psi)^{q-i-1} - 1] + \phi\psi - 1}
 \quad 3.60$$

dove  $\varepsilon_{\text{rest},i}^u$  ed  $\varepsilon_{\text{rest},i}^v$  sono le tolleranze disponibili per i gradi di riduzione successivi, calcolate in base all'errore di approssimazione cumulativo di ogni superficie di Bézier intermedia come:

$$\varepsilon_{\text{rest},i}^u = \varepsilon - \sum_{j=1}^{i-1} (e_j^u + e_j^v) = \varepsilon_i^u \cdot (1 + \phi) \frac{(\phi\psi)^{p-1} - 1}{\phi\psi - 1} + \varepsilon^t
 \quad 3.61$$

$$\varepsilon_{\text{rest},j}^v = \varepsilon - \left[ \sum_{j=1}^{i-1} (e_j^u + e_j^v) + \varepsilon_i^u \right] = \varepsilon_i^v + \varepsilon_i^v \psi (1 + \phi) \frac{(\phi\psi)^{q-i-1} - 1}{\phi\psi - 1} + \varepsilon^t
 \quad 3.62$$

Quando si convertono superfici bilineari in una rete di triangoli, bisogna porre particolare attenzione onde evitare fessure interne alla superficie.

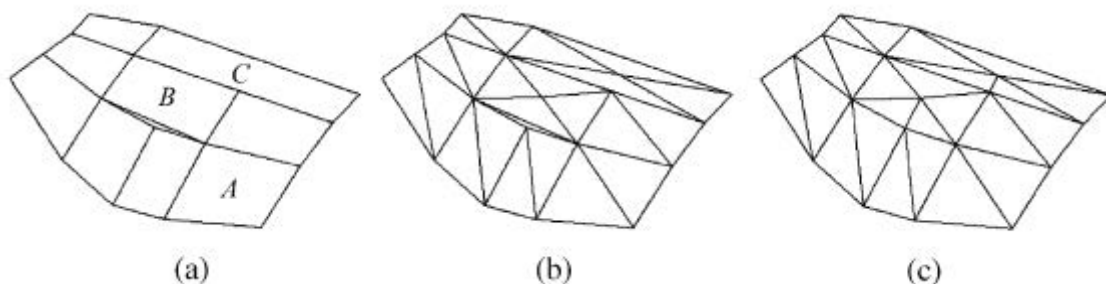


Figura 3.6 – Costruzione per la prevenzione di fessure.

Quando la superficie bilineare  $B(u,v)$  è convertita in due o quattro triangoli, i massimi errori di approssimazione sono dati da:

$$e_{M,2} = \frac{1}{4} \max \{ \text{dist}[P_{1,1}, \Pi(P_{0,0}, P_{1,0}, P_{0,1})], \text{dist}[P_{0,0}, \Pi(P_{1,1}, P_{0,1}, P_{1,0})] \} \quad 3.63$$

$$e_{M,4} = \frac{1}{8} \max \left\{ \begin{array}{l} \text{dist}[P_{1,0}, \Pi(P_{0,0}, P_c, P_{0,1})], \text{dist}[P_{1,1}, \Pi(P_{0,0}, P_c, P_{0,1})], \\ \text{dist}[P_{1,1}, \Pi(P_{1,0}, P_c, P_{0,0})], \text{dist}[P_{0,1}, \Pi(P_{1,0}, P_c, P_{0,0})], \\ \text{dist}[P_{0,1}, \Pi(P_{1,1}, P_c, P_{1,0})], \text{dist}[P_{0,0}, \Pi(P_{1,1}, P_c, P_{1,0})], \\ \text{dist}[P_{0,0}, \Pi(P_{0,1}, P_c, P_{1,1})], \text{dist}[P_{1,0}, \Pi(P_{1,1}, P_c, P_{1,1})] \end{array} \right\} \quad 3.64$$

dove  $\Pi$  è il piano su cui giacciono i punti riportati tra parentesi, e  $P_c$  è il punto centrale della superficie bilineare campionata a  $(0,5, 0,5)$ .

Calcolando l'errore per i vari triangoli ottenuti, si scelgono per l'inserimento nel reticolo quelli che presentano errore minore.



#### 4. FATTORE DI OMBREGGIAMENTO ISTANTANEO

Per descrivere la presenza di elementi esterni ombreggianti quali, per esempio, aggetti orizzontali o verticali, si può definire il fattore di ombreggiamento  $F_s$ , ovvero la frazione di la radiazione solare globale (diretta, diffusa e riflessa) ricevuta dalla superficie in presenza di sistemi ombreggianti. Il valore del fattore di ombreggiamento istantaneo può essere espresso come:

$$F_s = \frac{I_{t,s}}{I_t} \quad [-] \quad 4.1$$

dove:

$I_{t,s}$  è l'irradianza sulla superficie in presenza di elementi ombreggianti;

$I_t$  è l'irradianza che si avrebbe sulla superficie in assenza di ostruzioni.

L'equazione 4.1 può essere riscritta considerando separatamente l'influenza che gli elementi esterni hanno sull'irradianza diretta e diffusa:

$$F_s = \frac{F_{s,b} \cdot I_b + F_{s,d} \cdot I_d + I_r}{I_b + I_d + I_r} \quad [-] \quad 4.2$$

dove:

$F_{s,b}$  è frazione soleggiata della superficie per radiazione solare diretta;

$I_b$  è l'irradianza solare diretta;

$F_{s,d}$  è frazione soleggiata della superficie per radiazione solare diffusa;

$I_d$  è l'irradianza solare diffusa;

$I_r$  è l'irradianza solare riflessa, data dalla 4.3.

Per quanto riguarda il calcolo dell'irradianza solare riflessa che incide sul piano inclinato, una corretta trattazione richiederebbe la conoscenza dei coefficienti di riflessione di ogni singola superficie vista dalla finestra e quelli mutui tra le varie superfici, al fine di computare le riflessioni multiple che raggiungono la finestra. Poiché la conoscenza di tali dati è pressoché impossibile, si assume che la quota di radiazione riflessa che incide sulla finestra sia funzione dell'irradianza diretta e diffusa su piano orizzontale e della porzione di volta celeste ostruita dall'orizzonte e dagli oggetti esterni:

$$I_r = (1 - F_{s,d}) \cdot I_{th} = (1 - F_{s,d}) \cdot \rho \cdot I_{th} = (1 - F_{s,d}) \cdot \rho \cdot (I_{bh} + I_{dh}) \quad [-] \quad 4.3$$

#### 4.1. Frazione soleggiata per radiazione solare diretta

La frazione soleggiata della superficie per radiazione solare diretta è il rapporto tra l'area soleggiata della finestra e la sua area complessiva:

$$F_{s,b} = \frac{A_{w,s}}{A_w} \quad [-] \quad 4.4$$

Per poter determinare la frazione soleggiata della finestra è necessario calcolare la forma dell'ombra proiettata dalle ostruzioni esterne, variabile in base alla geometria del sistema finestra-ostruzioni e alla posizione del sole.

##### 4.1.1. Scelta del sistema di riferimento

Il sistema di riferimento globale che si sceglie di adottare prevede l'asse delle ascisse posizionato lungo la direzione sud e quello delle ordinate lungo la direzione est. Gli angoli si assumono positivi in senso antiorario.

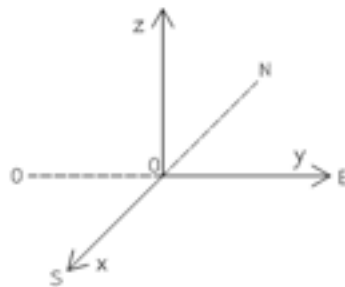


Figura 4.1 – Scelta del sistema di riferimento.

##### 4.1.2. Definizione del piano ombreggiato

Applicando un vettore ad un punto, si può scrivere l'equazione del piano passante per quel punto e normale al vettore dato.

Possiamo calcolare il vettore  $\mathbf{n}$  normale alla superficie ombreggiata note le informazioni circa l'orientamento e l'inclinazione della superficie.

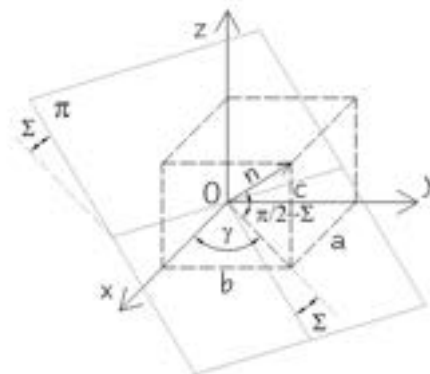


Figura 4.2 – Rappresentazione sul piano cartesiano del piano ombreggiato  $\pi$ .

Come si evince dalla figura 4.2, si avrà:

$$\mathbf{n} = \begin{cases} a = \cos \gamma \cos \left( \frac{\pi}{2} - \Sigma \right) \\ b = \sin \gamma \cos \left( \frac{\pi}{2} - \Sigma \right) \\ c = \sin \left( \frac{\pi}{2} - \Sigma \right) \end{cases} \quad 4.5$$

che può essere riscritta come:

$$\mathbf{n} = \begin{cases} a = \cos \gamma \sin \Sigma \\ b = \sin \gamma \sin \Sigma \\ c = \cos \Sigma \end{cases} \quad 4.6$$

dove:

$\gamma$  è l'azimut della superficie (angolo compreso tra il sud e la normale alla superficie);  
 $\Sigma$  è l'angolo di inclinazione della superficie.

Una volta calcolato  $\mathbf{n}$ , l'equazione del piano  $\pi$ , normale ad  $\mathbf{n}$  e passante per l'origine del sistema di riferimento, è data da:

$$ax + by + cz = 0 \quad 4.7$$

### 4.1.3. Definizione della retta proiettiva

#### 4.1.3.1. Definizione del vettore di inclinazione dei raggi solari

Dati l'azimut solare e l'angolo di altezza solare, possiamo determinare il vettore che rappresenta l'inclinazione dei raggi solari.

Chiamato  $\mathbf{s}$  questo vettore, le sue componenti si possono dedurre dalla figura 4.3:

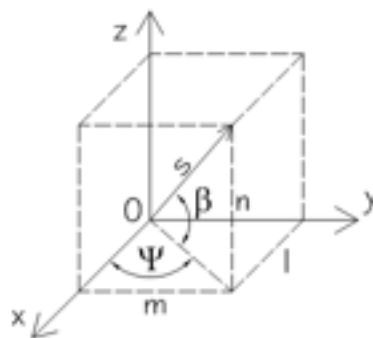


Figura 4.3 – Rappresentazione sul piano cartesiano del vettore  $\mathbf{s}$ .

Si avrà:

$$\mathbf{s} = \begin{cases} l = \cos \Psi \cos \beta_s \\ m = \sin \Psi \cos \beta_s \\ n = \sin \beta_s \end{cases} \quad 4.8$$

dove:

$\Psi$  è l'azimut solare;

$\beta_s$  è l'angolo di altezza solare.

Il momento in cui la superficie riceve il primo e l'ultimo raggio solare è quello in cui questi sono paralleli alla superficie. Questo si verifica quando  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{s} = 0$ .

#### 4.1.3.2. Equazione della retta proiettiva

Una volta definito il vettore di inclinazione dei raggi solari, se applicato ad un punto, si può determinare l'equazione della retta che proietta quel punto su una qualsiasi superficie.

Dato un punto P di coordinate  $(x_0, y_0, z_0)$ , l'equazione parametrica della retta proiettiva  $r$  è data da:

$$r = \begin{cases} x = x_0 + l \cdot t \\ y = y_0 + m \cdot t \\ z = z_0 + n \cdot t \end{cases} \quad 4.9$$

#### 4.1.4. Proiezione di un punto sul piano ombreggiato

Le coordinate del punto  $P'$ , proiezione del punto P sul piano  $\pi$  lungo la retta  $r$ , si possono calcolare intersecando  $r$  con  $\pi$ . Questo equivale a risolvere la seguente equazione rispetto al parametro  $t$ :

$$(ax_0 + by_0 + cz_0) + (al + bm + cn) \cdot t = 0 \quad 4.10$$

$$t = -\frac{ax_0 + by_0 + cz_0}{al + bm + cn} \quad 4.11$$

Si avrà:

$$P' = (x_0', y_0', z_0') \begin{cases} x_0' = x_0 + l \cdot t \\ y_0' = y_0 + m \cdot t \\ z_0' = z_0 + n \cdot t \end{cases} \quad 4.12$$

#### 4.1.5. Cambio del sistema di riferimento

Il punto P', appena calcolato, ha coordinate appartenenti al sistema di riferimento tridimensionale.

Al fine di semplificare la trattazione relativa al calcolo dell'area ombreggiata, diventa utile trasformare le coordinate di P' portandole nel sistema di riferimento del piano ombreggiato (bidimensionale) X-Y.

La trasformazione del sistema di riferimento comporta una prima rotazione di attorno all'asse z e una seconda rotazione attorno all'asse x.

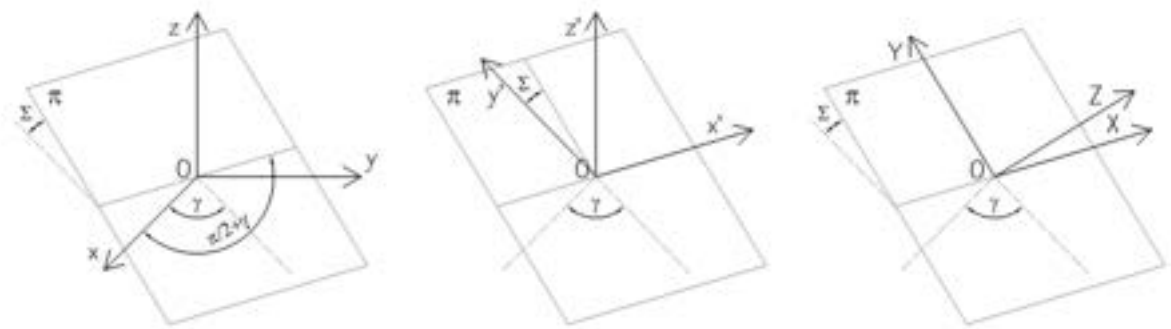


Figura 4.4 – Rotazione del sistema di riferimento.

La matrice che descrive la rotazione attorno all'asse z di un angolo  $\pi/2 + \gamma$  è:

$$R_z\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) & -\sin\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) & 0 \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) & \cos\left(\frac{\pi}{2} + \gamma\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \gamma & -\cos \gamma & 0 \\ \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 4.13$$

La matrice che descrive la rotazione attorno all'asse x di un angolo  $\Sigma$  è:

$$R_x(\Sigma) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Sigma & -\sin \Sigma \\ 0 & \sin \Sigma & \cos \Sigma \end{bmatrix} \quad 4.14$$

La composizione delle due matrici di rotazione è data da:

$$R_{zx} = R_z \cdot R_x \quad 4.15$$

E le coordinate del punto P' nel nuovo sistema di riferimento X,Y,Z sono date da:

$$P'(X_0, Y_0, Z_0) = {}^t R_{zx} \cdot P'(x_0', y_0', z_0') \quad 4.16$$

Le coordinate così ottenute presenteranno  $Z_0 = 0$ .

#### 4.2. Calcolo della porzione di finestra ombreggiata

Una volta note le coordinate dei vertici della finestra e di quelli dell'ombra nel sistema di riferimento XY, è possibile calcolare l'area data dalla sovrapposizione dei due poligoni.

C'è una notevole semplificazione se si considerano solo poligoni convessi (angoli interni  $< 180^\circ$ ). La sovrapposizione tra due poligoni convessi è un altro poligono convesso. Proiezioni e trasformazioni di poligoni convessi continuano a generare poligoni convessi. Un poligono concavo può essere costruito come somma di poligoni convessi.

I vertici che determinano la sovrapposizione tra due poligoni convessi A e B sono:

- i vertici di A racchiusi in B;
- i vertici di B racchiusi in A;
- le intersezioni tra i lati di A e quelli di B.

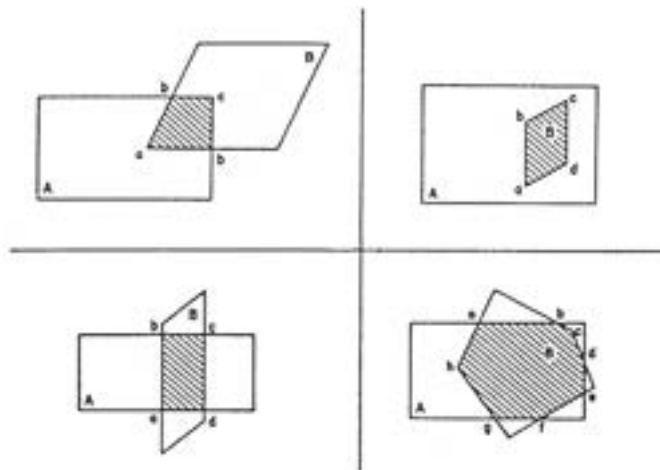


Figura 4.5 – Configurazioni di sovrapposizioni tra poligoni convessi.

L'area del poligono può essere calcolata a partire dalle coordinate dei suoi vertici. Dato un poligono di n vertici le cui coordinate, in sequenza, sono  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ , la sua area sarà:

$$A = \frac{1}{2} \left( \sum_{i=1}^n x_i y_{i+1} - \sum_{i=1}^n x_{i+1} y_i \right) \text{ dove } x_{n+1} = x_1 \text{ e } y_{n+1} = y_1 \quad 4.17$$

L'area è positiva se i vertici sono in senso antiorario ed è negativa se sono invece in senso orario.

#### 4.2.1.1. Coordinate omogenee

Il calcolo dell'area della superficie ombreggiata è effettuato ricorrendo all'uso delle coordinate omogenee. Un punto di coordinate cartesiane  $(X,Y)$ , trasformato in coordinate omogenee, è rappresentato da un vettore  $(x,y,w)$ , dove:

$$\begin{cases} x = X \cdot w \\ y = Y \cdot w \\ w \neq 0 \end{cases} \quad 4.18$$

In una trattazione di questo tipo sia i punti che le linee sono riconducibili a vettori.

Una linea che unisce il punto  $(x_1, y_1, w_1)$  e il punto  $(x_2, y_2, w_2)$  è rappresentata da un vettore  $(p, q, r)$  dato dal prodotto vettoriale tra i due punti:

$$(p, q, r) = (x_1, y_1, w_1) \wedge (x_2, y_2, w_2) \quad 4.19$$

La condizione che il punto  $(x, y, z)$  giaccia sulla linea  $(p, q, r)$  è data da:

$$(p, q, r) \cdot (x, y, w) = 0 \quad 4.20$$

Normalizzando le coordinate del punto ( $w=1$ ), se

$$(p, q, r) \cdot (x/w, y/w, 1) > 0 \quad 4.21$$

il punto si trova sulla sinistra della linea, altrimenti è posizionato alla sua destra.

#### 4.2.1.2. Determinazione dei vertici di una sovrapposizione

Un punto è racchiuso da un poligono convesso, avente i vertici ordinati in senso orario, quando giace alla destra di tutti i suoi lati.

Si può stabilire se i segmenti A e B si intersecano osservando che gli estremi di A devono giacere da entrambi i lati di B, e gli estremi di B devono giacere da entrambi i lati di A (figura 4.6).

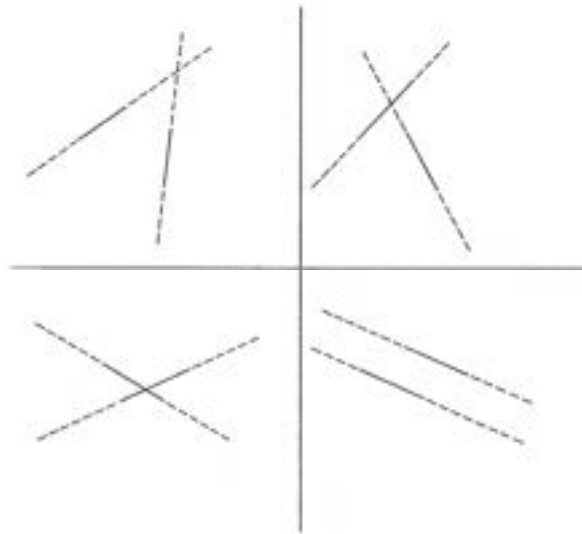


Figura 4.6 – Possibili configurazioni di intersezione tra segmenti.

#### 4.2.1.3. Sovrapposizioni multiple

Se due ombre si sovrappongono alla superficie finestrata, potrebbero sovrapporsi anche tra di loro. I vertici di questa sovrapposizione devono essere calcolati, al fine di non conteggiare due volte la stessa area. L'area soleggiata totale può essere espressa come la somma delle aree di tutti i poligoni presenti sulla superficie, assegnando loro il segno opportuno. Si adotta la seguente convenzione:

Superficie ricevente	area positiva (A)
Sovrapposizione tra ombra e superficie ricevente	area negativa (B e C)
Sovrapposizione tra due ombre	area positiva (D)

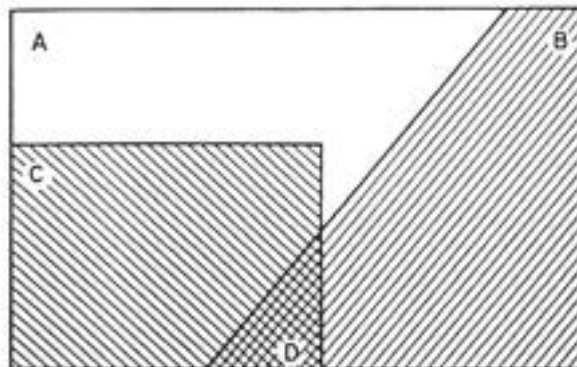


Figura 4.7 – Sovrapposizione multiple.

Si può osservare che il segno da assegnare all'area di una sovrapposizione è dato dal prodotto dei segni delle aree che si sovrappongono.



#### 4.2.1.4. Trasparenza

Si possono modellare superfici ombreggianti parzialmente opache assegnando loro un fattore di opacità  $\zeta$ . Il corrispondente fattore di trasparenza  $\tau$  sarà pari a  $1 - \zeta$ .

Con riferimento alla figura 4.7, se si considerano le ombre B e C proiettate da due superfici caratterizzate da un fattore di trasparenza  $\tau_B$  e  $\tau_C$ , le aree equivalenti che sarebbero proiettate da due superfici completamente opache sono  $(1 - \tau_B)A_B$  e  $(1 - \tau_C)A_C$ .

Il fattore di trasparenza della sovrapposizione  $\tau_D$  è dato da  $\tau_B \tau_C$ . L'area completamente opaca equivalente alla sovrapposizione è  $(1 - \tau_B \tau_C)A_D$ .

L'area soleggiata totale risultante sarà quindi:

$$A_s = A_A - (1 - \tau_B)(A_B - A_D) - (1 - \tau_C)(A_C - A_D) - (1 - \tau_B \tau_C)A_D \quad 4.22$$

Per utilizzare la convezione illustrata nel paragrafo 4.1.6.3, la 4.22 può essere riscritta come:

$$A_s = A_A - (1 - \tau_B)A_B - (1 - \tau_C)A_C + (1 - \tau_B - \tau_C + \tau_B \tau_C)A_D \quad 4.23$$

La 4.23 assume una formulazione più semplice se riscritta in termini di opacità:

$$A_s = A_A - \zeta_B A_B - \zeta_C A_C + \zeta_B \zeta_C A_D \quad 4.24$$

#### 4.2.1.5. Calcolo dell'area della sovrapposizione di due poligoni

Prendendo due poligoni A e B, le cui coordinate omogenee, in senso orario, sono:

$$\begin{array}{ll} A_1 = (x_{A1}, y_{A1}, 1) & B_1 = (x_{B1}, y_{B1}, 1) \\ A_2 = (x_{A2}, y_{A2}, 1) & B_2 = (x_{B2}, y_{B2}, 1) \\ \dots & \dots \\ A_n = (x_{An}, y_{An}, 1) & B_m = (x_{Bm}, y_{Bm}, 1) \end{array} \quad \text{e} \quad 4.25$$

i segmenti che costituiscono i lati dei poligoni si ottengono come da 4.19:

$$\begin{array}{ll} A_I = A_1 \wedge A_2 & B_I = B_1 \wedge B_2 \\ A_{II} = A_2 \wedge A_3 & B_{II} = B_2 \wedge B_3 \\ \dots & \dots \\ A_n = A_n \wedge A_1 & B_m = B_m \wedge B_1 \end{array} \quad \text{e} \quad 4.26$$

dove i numeri arabi si riferiscono ai vertici e i numeri romani si riferiscono ai lati.

### Ricerca dei vertici di B racchiusi in A

Con riferimento alla 4.21, si controlla se ogni vertice di B giace alla destra di tutti i lati di A. Si avrà:

$$BA = \begin{vmatrix} A_1 \cdot B_1 & A_1 \cdot B_2 & \dots & A_1 \cdot B_m \\ A_{II} \cdot B_1 & A_{II} \cdot B_2 & \dots & A_{II} \cdot B_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_n \cdot B_1 & A_n \cdot B_2 & \dots & A_n \cdot B_m \end{vmatrix} \quad 4.27$$

La condizione per la quale il punto  $B_i$  è racchiuso in A è che la colonna i-esima della matrice BA abbia tutti gli elementi negativi.

### Ricerca dei vertici di A racchiusi in B

Sempre con riferimento alla 4.21, si controlla se ogni vertice di A giace alla destra di tutti i lati di B:

$$AB = \begin{vmatrix} B_1 \cdot A_1 & B_1 \cdot A_2 & \dots & B_1 \cdot A_n \\ B_{II} \cdot A_1 & B_{II} \cdot A_2 & \dots & B_{II} \cdot A_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_m \cdot A_1 & B_m \cdot A_2 & \dots & B_m \cdot A_n \end{vmatrix} \quad 4.28$$

La condizione per la quale il punto  $A_i$  è racchiuso in B è che la colonna i-esima della matrice BA abbia tutti gli elementi negativi.

### Ricerca delle intersezioni

Si ha intersezione tra i lati  $A_i$  e  $B_j$  quando i vertici di  $A_i$  si trovano da entrambi i lati della retta contenente  $B_j$  e i vertici del lato  $B_j$  si trovano da entrambi i lati della retta contenente  $A_i$ .

Per trovare le intersezioni bisogna quindi cercare, per ogni coppia di punti, quelli il cui prodotto scalare col lato in esame ha valori di segno opposto.

Si può costruire una matrice che, confrontando ogni lato di A coi vertici di B, restituisca come valore 1 se i prodotti scalari "segmento-vertice" e "segmento-vertice successivo" hanno segno opposto, e che invece restituisca 0 se questa condizione non è verificata.

$$BAB = \begin{vmatrix} A_1 \cdot B_1 \text{ e } A_1 \cdot B_2 & A_1 \cdot B_2 \text{ e } A_1 \cdot B_3 & \dots & A_1 \cdot B_m \text{ e } A_1 \cdot B_1 \\ A_{II} \cdot B_1 \text{ e } A_{II} \cdot B_2 & A_{II} \cdot B_2 \text{ e } A_{II} \cdot B_3 & \dots & A_{II} \cdot B_m \text{ e } A_{II} \cdot B_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_n \cdot B_1 \text{ e } A_n \cdot B_2 & A_n \cdot B_2 \text{ e } A_n \cdot B_3 & \dots & A_n \cdot B_m \text{ e } A_n \cdot B_1 \end{vmatrix} \quad 4.29$$

Allo stesso modo si può costruire un'altra matrice che confronti ogni lato di B coi vertici di A:

$$ABA = \begin{vmatrix} B_1 \cdot A_1 e B_1 \cdot A_2 & B_1 \cdot A_2 e B_1 \cdot A_3 & \dots & B_1 \cdot A_n e B_1 \cdot A_1 \\ B_{II} \cdot A_1 e B_{II} \cdot A_2 & B_{II} \cdot A_2 e B_{II} \cdot A_3 & \dots & B_{II} \cdot A_n e B_{II} \cdot A_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_m \cdot A_1 e B_m \cdot A_2 & B_m \cdot A_2 e B_m \cdot A_3 & \dots & B_m \cdot A_n e B_m \cdot A_1 \end{vmatrix} \quad 4.30$$

La condizione  $BAB_{ij} \cdot ABA_{ji} = 1$  ci indica l'intersezione tra il lato  $A_i$  e il lato  $B_j$ .

Le coordinate del punto di intersezione, espresse in coordinate omogenee, tra il lato  $A_i$  e il lato  $B_j$ , sono date da  $A_i \wedge B_j$ . Al fine di trasformarle in coordinate cartesiane devono essere normalizzate:

$$\begin{cases} X = x/w \\ Y = y/w \end{cases} \quad 4.31$$

### Calcolo dell'area

Per poter determinare l'area del poligono ottenuto dalla sovrapposizione di A e di B bisogna ordinare le coordinate dei suoi vertici in senso orario. Fatto questo si procede al calcolo secondo l'equazione 4.17.

#### 4.2.2. Oggetti standardizzati

Le coordinate degli oggetti standardizzati (come oggetti orizzontali e bande laterali) sono ottenute a partire dalle loro dimensioni geometriche. Esse sono calcolate nel sistema di riferimento del piano della finestra (X,Y,Z) e successivamente ruotate per portarle nel sistema di riferimento globale (x,y,z), così da poter procedere alla proiezione dell'ombra:

$$P(x_0, y_0, z_0) = R_{zx} \cdot P(X_0, Y_0, Z_0) \quad 4.32$$

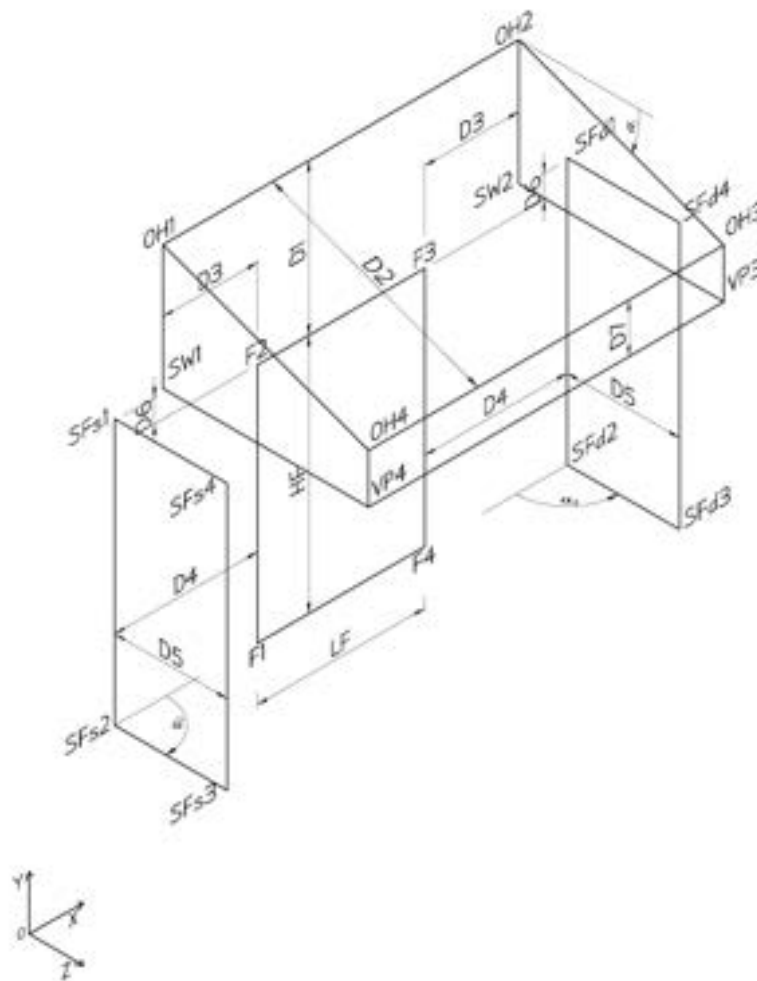


Figura 4.8 – Rappresentazione geometrica delle dimensioni degli oggetti.

##### 4.2.2.1. Oggetti orizzontali

Un oggetto orizzontale è trattato come una superficie simmetrica rispetto all'asse della finestra. È caratterizzato da una distanza dal bordo superiore della finestra  $D_1$ , da una profondità  $D_2$ , da una estensione oltre i bordi della finestra  $D_3$ , e da una inclinazione  $\alpha_1$ . Le coordinate, nel sistema di riferimento del piano della finestra, sono:

$$\begin{bmatrix} \text{OH1} \\ \text{OH2} \\ \text{OH3} \\ \text{OH4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 & 0 \\ X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 & 0 \\ X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 & D2 \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \quad 4.33$$

#### 4.2.2.2. Bande laterali

Le bande laterali sono trattate come superfici simmetriche rispetto all'asse della finestra. Sono caratterizzati da una profondità D5, da una distanza dal bordo superiore della finestra D6, e da una inclinazione  $\alpha_2$ . Le loro coordinate, nel sistema di riferimento del piano della finestra, sono:

$$\begin{bmatrix} \text{SFd1} \\ \text{SFd2} \\ \text{SFd3} \\ \text{SFd4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{F4} + D4 & Y_{F3} + D6 & 0 \\ X_{F4} + D4 - D5 \cos \alpha_2 & Y_{F3} + D6 & D5 \sin \alpha_2 \\ X_{F4} + D4 - D5 \cos \alpha_2 & Y_{F4} & D5 \sin \alpha_2 \\ X_{F4} + D4 & Y_{F4} & 0 \end{bmatrix} \quad 4.34$$

$$\begin{bmatrix} \text{SFs1} \\ \text{SFs2} \\ \text{SFs3} \\ \text{SFs4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{F2} - D4 & Y_{F3} + D6 & 0 \\ X_{F2} - D4 + D5 \cos \alpha_2 & Y_{F3} + D6 & D5 \sin \alpha_2 \\ X_{F2} - D4 + D5 \cos \alpha_2 & Y_{F4} & D5 \sin \alpha_2 \\ X_{F2} - D4 & Y_{F4} & 0 \end{bmatrix} \quad 4.35$$

#### 4.2.2.3. Proiezione verticale dell'oggetto orizzontale

La superficie che descrive l'eventuale proiezione verticale dell'oggetto orizzontale è caratterizzata da un'altezza D7. Le coordinate, nel sistema di riferimento del piano della finestra, sono:

$$\begin{bmatrix} \text{OH4} \\ \text{OH3} \\ \text{VP3} \\ \text{VP4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 - D7 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 - D7 & D2 \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \quad 4.36$$

La sua percentuale di opacità è assunta indipendente da quella degli altri elementi costituenti l'oggetto orizzontale.

#### 4.2.2.4. Elementi laterali dell'aggetto orizzontale

Le coordinate delle eventuali pareti laterali caratterizzanti l'aggetto orizzontale, nel sistema di riferimento del piano della finestra, sono:

$$\begin{cases} \text{OH2} \\ \text{OH3} \\ \text{VP3} \\ \text{SW2} \end{cases} = \begin{bmatrix} X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 & 0 \\ X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 - D7 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F3} + D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 - D7 & 0 \end{bmatrix} \quad 4.37$$

$$\begin{cases} \text{OH1} \\ \text{OH4} \\ \text{VP4} \\ \text{SW1} \end{cases} = \begin{bmatrix} X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 & 0 \\ X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 - D7 & D2 \cos \alpha_1 \\ X_{F2} - D3 & Y_{F2} + D1 - D2 \sin \alpha_1 - D7 & 0 \end{bmatrix} \quad 4.38$$

#### 4.2.3. Vegetazione

La vegetazione è trattata approssimando alberi e arbusti a figure geometriche parzialmente opache.

Il fogliame viene descritto da forme cilindriche, coniche, troncoconiche, sferiche o ellissoidali.

##### 4.2.3.1. Tronco

Il tronco di un albero, la cui posizione nel sistema di riferimento globale è  $(x_T, y_T, z_T)$ , è definito da un cilindro di raggio  $r_T$ , e altezza  $h_T$ .

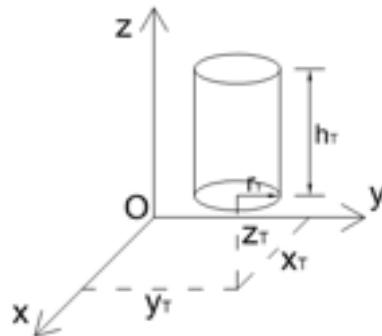


Figura 4.9 – Geometria del tronco.

Chiamando T1 la circonferenza inferiore del cilindro e T2 quella superiore, le equazioni dei punti che descrivono il tronco, in forma parametrica, sono:

$$\begin{cases} x_{T1} = x_T + r_T \cos \psi \\ y_{T1} = y_T + r_T \sin \psi \\ z_{T1} = z_T \end{cases} \quad 4.39$$

$$\begin{cases} x_{T2} = x_T + r_T \cos \psi \\ y_{T2} = y_T + r_T \sin \psi \\ z_{T2} = z_T + h_T \end{cases} \quad 4.40$$

L'opacità del tronco è fissata al 100%.

#### 4.2.3.2. Fogliame

Il fogliame è descritto tramite due possibili configurazioni, una troncoconica e una ellissoidale.

##### Geometria troncoconica

In caso di geometria troncoconica, i dati necessari a descrivere il fogliame sono l'altezza dell'albero  $h_A$  e i raggi inferiore e superiore del tronco di cono, rispettivamente  $r_{F1}$  ed  $r_{F2}$ .

Chiamando  $F1$  la circonferenza inferiore del tronco di cono ed  $F2$  quella superiore, le equazioni dei punti che descrivono il fogliame, in forma parametrica, sono:

$$\begin{cases} x_{F1} = x_T + r_{F1} \cos \psi \\ y_{F1} = y_T + r_{F1} \sin \psi \\ z_{F1} = z_T + h_T \end{cases} \quad 4.41$$

$$\begin{cases} x_{F2} = x_T + r_{F2} \cos \psi \\ y_{F2} = y_T + r_{F2} \sin \psi \\ z_{F2} = z_T + h_A \end{cases} \quad 4.42$$

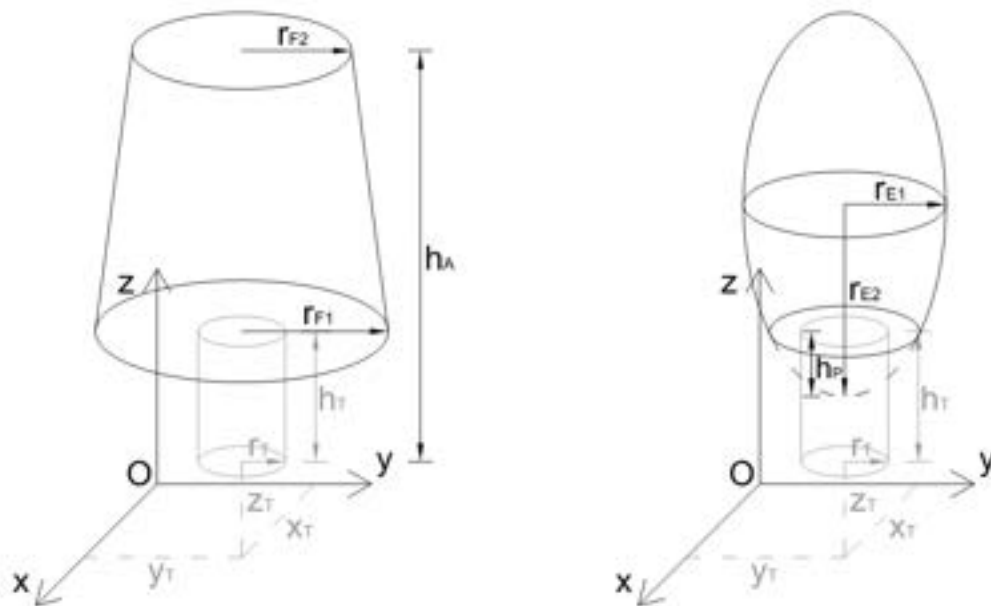


Figura 4.10 – Geometria del fogliame (troncoconica sulla sinistra ed ellissoidale sulla destra).

Se  $r_{F2} = 0$ , il fogliame è descritto da un cono, se invece  $r_{F1} = r_{F2}$  la geometria diventa cilindrica.

### Geometria ellissoidale

In caso di geometria ellissoidale, i dati necessari a descrivere il fogliame sono i parametri dell'ellissoide  $r_{E1}$  ed  $r_{E2}$ , e l'altezza del piano di taglio della calotta  $h_p$ .

L'equazione parametrica di un ellissoide generico con centro nell'origine è:

$$\begin{cases} x = a \cdot \cos \psi \sin \vartheta \\ y = b \cdot \sin \psi \sin \vartheta \\ z = c \cdot \cos \vartheta \end{cases} \quad 4.43$$

Nella presente trattazione si sceglie di considerare un ellissoide simmetrico rispetto all'asse verticale, per cui si avrà  $a = b \neq c$ . Rinominando i parametri  $a$  e  $b$  con  $r_{E1}$ , e il parametro  $c$  con  $r_{E2}$ , l'equazione dei punti che descrivono il fogliame, in forma parametrica, è:

$$\begin{cases} x_E = x_T + r_{E1} \cos \psi \sin \vartheta \\ y_E = y_T + r_{E1} \sin \psi \sin \vartheta \\ z_E = z_T + h_T + r_{E2} \cos \vartheta - h_p \quad \text{con } z_E \geq z_T + h_T \end{cases} \quad 4.44$$

Se  $r_{E1} = r_{E2}$  l'ellissoide diventa una sfera. Con  $h_p = r_{E2}$  si possono avere un semiellissoide o una semisfera.

### Opacità

Per piante caduche, in base della specie, la densità visuale della zona del fogliame varia indicativamente tra il 70% e il 90% in estate e tra il 35% e il 45% in inverno. I valori di opacità utilizzati nella presente trattazione, assegnati mensilmente, sono riportati in tabella 4.1.

Per piante sempreverdi si può assumere che il fogliame abbia un'opacità costante dell'80%.

Tabella 4.1 – Coefficienti di opacità del fogliame per piante caduche.

Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic
40%	40%	50%	60%	70%	80%	80%	80%	70%	60%	50%	40%



### 4.3. Frazione soleggiata per radiazione diffusa

Il fattore di ombreggiamento per la radiazione diffusa è dato da:

$$F_{S,d} = \frac{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\beta=0}^{\pi/2} F_{S,b} \cdot R \cdot \cos \theta \cdot d\Omega}{\int_{\psi=0}^{2\pi} \int_{\beta=0}^{\pi/2} R \cdot \cos \theta \cdot d\Omega} \quad [-] \quad 4.45$$

dove si sceglie di calcolare la radianza R secondo il metodo di Brunger e Hooper. Discretizzando la volta celeste ogni 5° in altezza e 10° in azimut si ottiene:

$$F_{S,d} = \frac{\sum_{i=1}^{36} \sum_{j=1}^{18} F_{S,b,ij} \cdot R_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} \cdot \Delta\Omega_{ij}}{\sum_{i=1}^{36} \sum_{j=1}^{18} R_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} \cdot \Delta\Omega_{ij}} \quad [-] \quad 4.46$$

Qualora la presenza del profilo dell'orizzonte ostruisca la volta celeste, il fattore di ombreggiamento relativo all'elementino di volta celeste è nullo.

#### **4.4. Calcolo dell'irradianza solare**

##### **4.4.1. Condizioni di cielo sereno**

Per il calcolo dell'irradianza solare diretta e diffusa, in condizioni di cielo sereno, si sceglie di utilizzare il metodo REST2.

##### **4.4.2. Condizioni di cielo medio**

In condizioni di cielo medio, dove, da normativa, si hanno a disposizione i valori dell'irraggiamento medio giornaliero diretto e diffuso su piano orizzontale, dapprima si stimano i dati di irraggiamento globale orario secondo relazione di Collares-Pereira e Rabl modificata da Gueymard, e poi, tramite la relazione di Liu e Jordan, si stimano i valori orari dell'irraggiamento diffuso su piano orizzontale.

Questo approccio può essere usato anche per condizioni di cielo generico, qualora siano noti i dati di irraggiamento giornaliero diretto e diffuso separatamente.

##### **4.4.3. Condizioni di cielo generico**

In condizioni di cielo qualsiasi, noto l'irraggiamento globale giornaliero su piano orizzontale, si possono utilizzare i metodi di scomposizione per definire la quota di irraggiamento diretto e diffuso. Nella presente trattazione si sceglie di utilizzare i metodi di Erbs et al., di Skartveit e Olseth e quello di Ruiz-Arias et al..

## 5. FATTORE DI OMBREGGIAMENTO MEDIO

Il fattore di ombreggiamento medio rispetto a un periodo di riferimento è calcolato come:

$$F_{S,m} = \frac{F_{S,b,m} \cdot H_b + F_{S,d,m} \cdot H_d + H_r}{H_b + H_d + H_r} \quad [-] \quad 5.1$$

dove:

$$H_b = \int_0^T I_b d\tau \quad [J/m^2] \quad 5.2$$

$$H_d = \int_0^T I_d d\tau \quad [J/m^2] \quad 5.3$$

$$H_r = \int_0^T I_r d\tau \quad [J/m^2] \quad 5.4$$

ed

$$F_{S,b,m} = \frac{\int_0^T F_{S,b} \cdot I_b d\tau}{\int_0^T I_b d\tau} = \frac{\int_0^T F_{S,b} \cdot I_b d\tau}{H_b} \quad [-] \quad 5.5$$

$$F_{S,d,m} = \frac{\int_0^T F_{S,d} \cdot I_d d\tau}{\int_0^T I_d d\tau} = \frac{\int_0^T F_{S,d} \cdot I_d d\tau}{H_d} \quad [-] \quad 5.6$$

In particolare si possono così calcolare il fattore di ombreggiamento medio giornaliero e medio mensile, dove, per il medio mensile, il calcolo è svolto per il giorno medio del mese.



## **PARTE II**

### **SVILUPPO DEL MODULO IN MATLAB PER IL CALCOLO DELL'OMBREGGIAMENTO**

## **INTRODUZIONE**

Il modulo di seguito presentato permette il calcolo del fattore di ombreggiamento di una superficie di forma generica, di orientamento e inclinazione qualsiasi, in presenza di condizioni al contorno complesse.

Dati la località e il tempo per il quale si desidera effettuare la simulazione, è possibile descrivere un profilo dell'orizzonte ed inserire ostruzioni esterne di varia natura, quali edifici, vegetazione ed aggetti sulla superficie.

Il modulo permette l'interfaccia con file derivanti dall'ambiente AutoCAD e 3ds Max, dai quali è possibile importare le informazioni circa l'orizzonte, le ostruzioni e la vegetazione.

Il calcolo del fattore di ombreggiamento prevede qualsiasi condizione di cielo, sia esso sereno, coperto o medio.

La simulazione può essere lanciata per ottenere un valore del fattore di ombreggiamento istantaneo, medio giornaliero, oppure medio mensile.

Vista la mole di dati da gestire e di iterazioni da fare, il sistema presenta delle prestazioni buone.

## 6. INPUT DEL MODULO

La prima richiesta che viene fatta dal modulo è la definizione dell'istante o del periodo di tempo per il quale si vuole calcolare il fattore di ombreggiamento. Si può scegliere tra calcolo istantaneo, medio giornaliero e medio mensile.

```
CALCOLO FATTORE DI OMBREGGIAMENTO
Digitare:
1) Calcolo istantaneo;
2) Calcolo medio giornaliero;
3) Calcolo medio mensile;
```

Figura 6.1 – Menù tipo di calcolo.

Una volta definito il tipo di calcolo, gli input richiesti dal sistema riguarderanno la definizione temporale della simulazione (*input data*), la posizione geografica della località (*input geografici*), le caratteristiche radiative del contesto (*input riflessione terreno*), la geometria della superficie ombreggiata (*input superficie ombreggiata*), il profilo dell'orizzonte (*input profilo dell'orizzonte*), la geometria delle ostruzioni esterne (*input ostruzioni esterne*), il tipo di vegetazione (*input vegetazione*), gli aggetti (*input aggetti*) e il tipo di cielo (*input condizioni di cielo*).

Di seguito vengono descritti nel dettaglio tutti gli input del modulo, spiegando con esempi semplici i valori da inserire e quindi i valori accettati dal modulo stesso.

### 6.1. Input data

Questo tipo di input determina l'introduzione nel modulo delle informazioni inerenti al momento o al periodo di tempo in cui viene fatta la simulazione.

In caso di calcolo istantaneo del fattore di ombreggiamento, verranno chiesti giorno, mese e ora del calcolo. L'ora da inserire è quella convenzionale dell'orologio. Si richiede inoltre di indicare se è in vigore l'ora legale.

In caso di calcolo medio giornaliero saranno richiesti mese e giorno della simulazione, e il fattore di ombreggiamento verrà calcolato nell'intervallo tra alba e tramonto corrispondente alla data indicata.

Per il calcolo medio mensile, infine, sarà richiesto solamente il mese. Il fattore di ombreggiamento medio mensile è calcolato rispetto al giorno medio del mese.

Scegliendo l'opzione 1 del menù inerente al tipo di calcolo (figura 6.1), le informazioni richieste sono le seguenti:

```
INPUT DATA
Inserire il mese per il quale effettuare il calcolo: 7
Inserire il giorno per il quale effettuare il calcolo: 21
Inserire l'ora convenzionale per la quale effettuare il calcolo [h.m]: 12.30
Inserire l'ora legale (1 se in vigore, 0 altrimenti): 1
```

Figura 6.2 – Informazioni per il calcolo istantaneo.

Il mese e il giorno devono essere inseriti in formato numerico.

L'ora da inserire è quella convenzionale dell'orologio. Ore e minuti devono essere separati da un punto.

Scegliendo l'opzione 2, non viene più chiesto di indicare l'ora del calcolo. Il fattore di ombreggiamento verrà valutato nell'intervallo tra alba e tramonto corrispondente al giorno scelto.

```
INPUT DATA
Inserire il mese per il quale effettuare il calcolo: 7
Inserire il giorno per il quale effettuare il calcolo: 21
```

Figura 6.3 – Informazioni per il calcolo medio giornaliero.

Scegliendo l'opzione 3, l'unica informazione richiesta è la seguente:

```
INPUT DATA
Inserire il mese per il quale effettuare il calcolo: 7
```

Figura 6.4 – Informazioni per il calcolo medio mensile.

## 6.2. Input geografici

Tramite gli *input geografici* l'utente inserisce all'interno del modulo le informazioni inerenti a latitudine, longitudine, altitudine e fuso orario del luogo dove viene fatto lo studio del fattore di ombreggiamento.

Il sistema dà all'utente l'opportunità di scegliere tra due opzioni:

- 1) Inserimento del nome del comune;
- 2) Inserimento dei parametri numerici.



A tale proposito, sullo schermo apparirà la seguente richiesta:

```
INPUT GEOGRAFICI
Digitare:
1) Se il comune è italiano;
2) Se il comune è estero;
```

Figura 6.5 – Menù tipo di comune.

Digitando 1, verrà chiesto di inserire il nome del comune, il quale deve essere inserito con la lettera iniziale maiuscola (es. Torino) come mostrato nella seguente figura:

```
Inserire il nome del comune: Torino
```

Figura 6.6 - Inserimento del nome di un comune italiano.

Tramite un database interno, il programma caricherà automaticamente la latitudine, la longitudine e l'altitudine del comune indicato. Verrà associato anche il fuso orario, che per l'Italia è pari a GMT +1.

Se nel nome del comune sono contenuti accenti, questi devono essere inseriti come apostrofi (es. Cirie').

Digitando 2, le stesse informazioni che vengono caricate in automatico nel primo caso devono essere inserite tramite tastiera. Questo fa sì che l'utente possa considerare anche comuni esteri o frazioni di comune italiani non appartenenti al database citato in precedenza.

Le informazioni richieste sono indicate di seguito:

```
Inserire la latitudine [°]: 45.0661
Inserire la longitudine [°]: 7.6822
Inserire l'altitudine [m]: 239
Inserire il fuso orario [da -12 a +12]: 1
```

Figura 6.7 – Informazioni geografiche inserite da tastiera.

Come si può notare nell'esempio, per ogni richiesta viene indicata l'unità di misura o i limiti dell'intervallo del dato da inserire, in modo da agevolare l'utente nella compilazione e nel completamento degli input.

### 6.3. Input riflessione terreno

Tramite gli *input riflessione terreno* viene chiesto di inserire il valore di albedo del terreno, ovvero il suo coefficiente di riflessione:

```
INPUT RIFLESSIONE TERRENO
Inserire il coefficiente di riflessione del terreno (albedo) [-]: 0.15
```

Figura 6.8 – Inserimento del coefficiente di riflessione del terreno.

Il valore di albedo richiesto è quello medio giornaliero. I valori accettati appartengono all'intervallo [0, 1], dove albedo uguale a 0 indica mancanza di riflessione, mentre albedo uguale a 1 indica che tutta la radiazione viene riflessa.

Viene di seguito proposta una tabella contenente gli indici di riflessione di alcune superfici:

Tabella 6.1 – Valori di albedo.

Superficie	Albedo
Acqua (ampi angoli di incidenza)	0,07
Foresta di conifere (inverno)	0,07
Asfalto invecchiato	0,1
Copertura in bitume e ghiaia	0,13
Suolo (creta, marne)	0,14
Suolo nudo asciutto	0,2
Calcestruzzo esposto a intemperie	0,22
Erba verde	0,26
Prato asciutto	0,2÷0,3
Deserto sabbioso	0,4
Superfici scure di edifici	0,27
Superfici chiare di edifici	0,6
Superfici coperte di neve:	
Centro città tipico	0,2
Sito urbano tipico	0,4
Sito rurale tipico	0,5
Sito rurale isolato	0,7

#### 6.4. Input superficie ombreggiata

La superficie ombreggiata definisce quella porzione di piano, orientato ed inclinato, sulla quale andranno a cadere le ombre proiettate da edifici circostanti, vegetazione e oggetti adiacenti alla superficie stessa.

In primo luogo, come mostrato in figura 6.9, verrà chiesto di inserire l'orientamento e l'inclinazione del piano di appartenenza della superficie.

INPUT SUPERFICIE OMBREGGIATA

Inserire l'orientamento del piano [°]: 0

Inserire l'inclinazione del piano [°]: 90

Figura 6.9 – Inserimento dell'orientamento e dell'inclinazione della superficie ombreggiata.

L'orientamento (azimut) del piano ( $\gamma$ ) e la sua inclinazione ( $\Sigma$ ) rispetto al terreno devono essere espressi in gradi e variano rispettivamente nell'intervallo [0, 180] e [0, 90].

L'azimut è assunto positivo con rotazione verso Est, con lo zero corrispondente alla direzione Sud, come mostrato in figura 6.10.

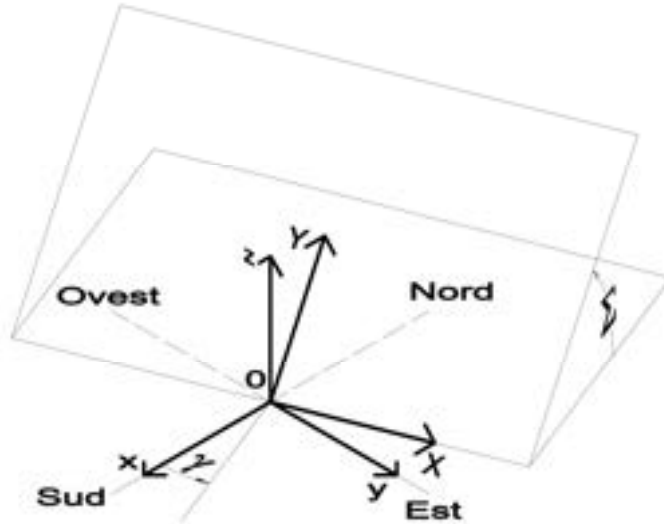


Figura 6.10 – Orientamento ed inclinazione di un qualsiasi piano nei sistemi di riferimento globale  $(x, y, z)$  e locale  $(X, Y)$ .

Il piano sul quale viene posizionata la superficie ombreggiata passa sempre per l'origine del sistema di riferimento globale  $(x, y, z)$ . L'asse  $x$  corrisponde alla direzione sud, quello  $y$  alla direzione est, mentre l'asse  $z$  corrisponde all'elevazione.

Ogni informazione circa la superficie ombreggiata va inserita nel sistema di riferimento locale bidimensionale  $(X, Y)$  del piano, la cui origine corrisponde a quella del sistema di riferimento globale.

La scelta della superficie ombreggiata può essere fatta prendendo in considerazione le seguenti opzioni:

- Superficie rettangolare;
- Superficie curva;
- Superficie particolare.

A tale proposito, sullo schermo apparirà la seguente richiesta:

```
Inserire:  
1) Superficie rettangolare;  
2) Superficie curva;  
3) Superficie particolare;
```

Figura 6.11 – Menù tipo di superficie ombreggiata.

Indipendentemente dalla scelta fatta, la superficie ombreggiata dovrà essere un poligono convesso. Qualora si avesse la necessità di modellare una superficie ombreggiata concava, la geometria di tale superficie deve essere trattata come somma di superfici convesse, le quali andranno analizzate separatamente.

#### 6.4.1. Superficie rettangolare

Digitando 1 nel menù relativo alla superficie ombreggiata (figura 6.11), verranno richieste le seguenti informazioni:

```
Inserire l'altezza della finestra [m]: 1.40
Inserire la larghezza della finestra [m]: 1.60
Inserire la posizione della finestra rispetto all'origine es.[x0 y0] [m]: [1 1]
```

Figura 6.12 – Informazioni su dimensione e posizionamento della superficie rettangolare.

**ATTENZIONE:** le coordinate della posizione della finestra rispetto all'origine devono essere indicate tra parentesi quadre e distanziate da uno spazio.

Viene di seguito riportato uno schema nel quale è possibile individuare le informazioni inerenti la superficie rettangolare, e con il quale viene agevolata la compilazione delle informazioni richieste in figura 6.12.

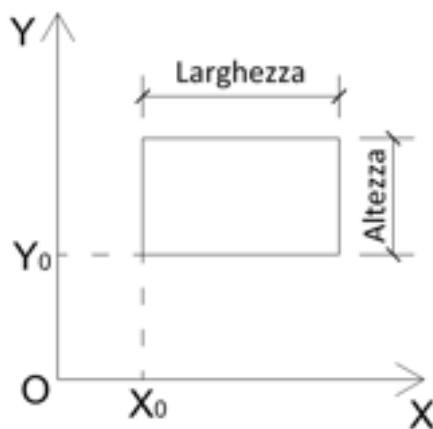


Figura 6.13 – Rappresentazione grafica di una superficie rettangolare.

#### 6.4.2. Superficie curva

Digitando 2 nel menù relativo alla superficie ombreggiata (figura 6.11), le tipologie di superficie che si possono realizzare sono le seguenti:

- Superficie circolare;
- Superficie ellittica con qualsiasi rotazione;
- Superficie ad arco di cerchio;
- Superficie ad arco di ellisse.

A tale proposito, le informazioni che vengono richieste sono di seguito illustrate:

Inserire le coordinate del centro es.  $[X_c Y_c]$  [m]: [2 2]  
 Inserire la posizione della finestra rispetto all'origine es.  $[X_p Y_p]$  [m]: [1 1]  
 Inserire l'eccentricità della curva (0-1): 1  
 Inserire i valori in gradi di inizio e fine dell'arco es. [0 360]: [0 360]

Figura 6.14 – Informazioni su dimensione e posizionamento della superficie curva.

Viene di seguito riportato uno schema nel quale è possibile individuare le informazioni inerenti la superficie curva, e con il quale viene agevolata la compilazione delle informazioni richieste in figura 6.14.

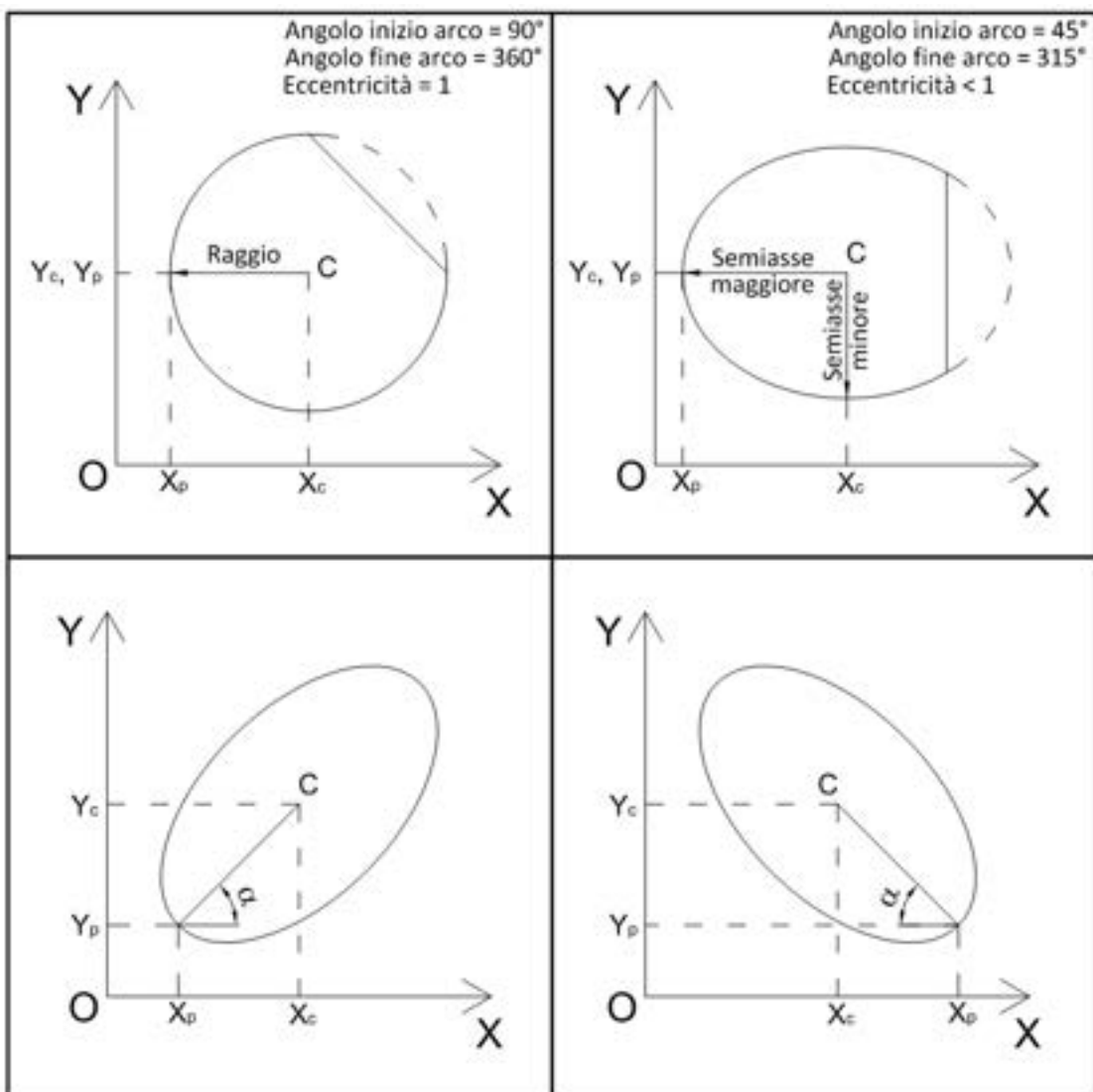


Figura 6.15 – Rappresentazione grafica delle possibili superfici curve realizzabili.

Il centro della superficie e la posizione della finestra devono essere rappresentate tramite due coordinate, rispettivamente  $[X_C Y_C]$  e  $[X_P Y_P]$ , e indicate tra parentesi quadre come mostrato in figura 6.14.

Tramite l'inserimento delle coordinate del centro della curva e di quelle della posizione della finestra, si determina il raggio del cerchio o il semiasse maggiore dell'ellisse.

A seconda della posizione del punto rispetto al centro si determina la rotazione dell'ellisse.

L'eccentricità, definita nell'intervallo (0, 1], determina il tipo di curva:

- 0 → linea;
- 1 → cerchio;
- Valori intermedi → ellisse.

Gli angoli di inizio e fine dell'arco, indicati in gradi, determinano se la curva è intera oppure aperta. Con un intervallo [0 180] si può per esempio modellare un semicerchio o una semielisse (metà superiore).

### 6.4.3. Superficie particolare

Digitando 3 nel menù relativo alla superficie ombreggiata (figura 6.11), viene data la possibilità di realizzare una superficie particolare. A tale scopo viene richiesto l'inserimento da tastiera delle coordinate cartesiane che delimitano la superficie. Anche in questo caso, il poligono rappresentante la superficie deve essere convesso.

Le informazioni che vengono richieste sono di seguito riportate:

```
Inserire le coordinate della finestra [m]: [2 1; 1 3; 3 5; 5 3; 4 1]
```

Figura 6.16 – Inserimento delle coordinate della superficie particolare.

Le coordinate devono essere indicate tra parentesi quadre e ogni coppia deve essere separata da uno spazio e seguita da un punto e virgola, come indicato in figura 6.16.

In questo esempio è stata realizzata una superficie pentagonale, come mostrato in figura 6.17.

**ATTENZIONE:** qualora le coordinate della superficie non dovessero descrivere un poligono convesso, il programma correggerà automaticamente i dati inseriti.

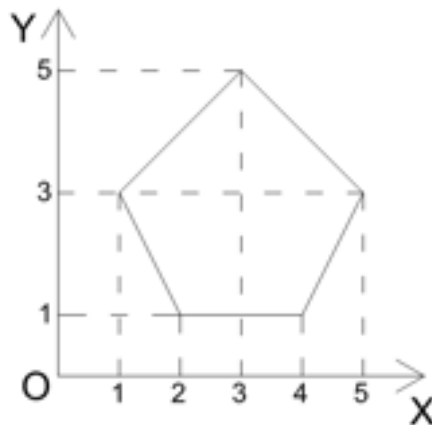


Figura 6.17 – Esempio di superficie particolare convessa.

### 6.5. Input profilo dell'orizzonte

Possono essere modellati come orizzonte oggetti la cui distanza dalla superficie fa sì che essi non proiettino più ombra su di essa, ma determinino soltanto presenza o assenza di radiazione diretta. In questo modo, la presenza di un profilo dell'orizzonte introduce un "interruttore" per il quale, a seconda che il sole sia al di sopra o al di sotto dell'orizzonte, si hanno radiazione diretta, diffusa e riflessa, oppure solo radiazione diffusa e riflessa.

Per la definizione del profilo dell'orizzonte si può scegliere tra tre opzioni:

```

INPUT PROFILO DELL'ORIZZONTE
Inserire:
1) Cattura orizzonte da file;
2) Inserimento coordinate orizzonte da tastiera;
3) Nessun orizzonte;
  
```

Figura 6.18 – Menù per la scelta dell'inserimento del profilo dell'orizzonte.

#### 6.5.1. Cattura orizzonte da file

Digitando 1 nel menù riportato in figura 6.18, viene data la possibilità di inserire il nome del file .dxf dal quale attingere le informazioni circa l'andamento del profilo dell'orizzonte.

La richiesta del nome del file che apparirà sullo schermo è la seguente:

```

Inserire il nome del file, compreso di estensione: orizzonte.dxf
  
```

Figura 6.19 – Richiesta del file dal quale importare il profilo dell'orizzonte.

Il nome del file deve contenere l'estensione.

**ATTENZIONE:** il file, per poter essere letto, deve essere situato nella stessa cartella contenente l'eseguibile del programma.

Il file può essere realizzato sia in ambiente AutoCAD che in ambiente 3ds Max, ma in entrambi i casi deve essere salvato o esportato con estensione .dxf.

Il disegno deve essere realizzato in due dimensioni con l'utilizzo della sola entità elementare *Line*. Le informazioni ivi contenute devono riguardare le coordinate ( $\Psi$ ,  $\beta$ ) che rappresentano rispettivamente gli angoli di azimut e di altezza dei punti rappresentanti l'orizzonte.

L'asse delle ascisse, quindi l'azimut ( $\Psi$ ), deve essere rappresentato in un intervallo compreso tra  $[-180, +180]^\circ$  riguardante l'intera circonferenza terrestre.

L'asse delle ordinate, quindi l'altezza ( $\beta$ ), deve essere rappresentato in un intervallo compreso tra  $[0, 90]^\circ$  riguardante un emisfero terrestre.

Non sono accettate configurazioni di orizzonte in 3D.

**ATTENZIONE:** ad ogni valore di azimut deve essere associato un unico valore di altezza.

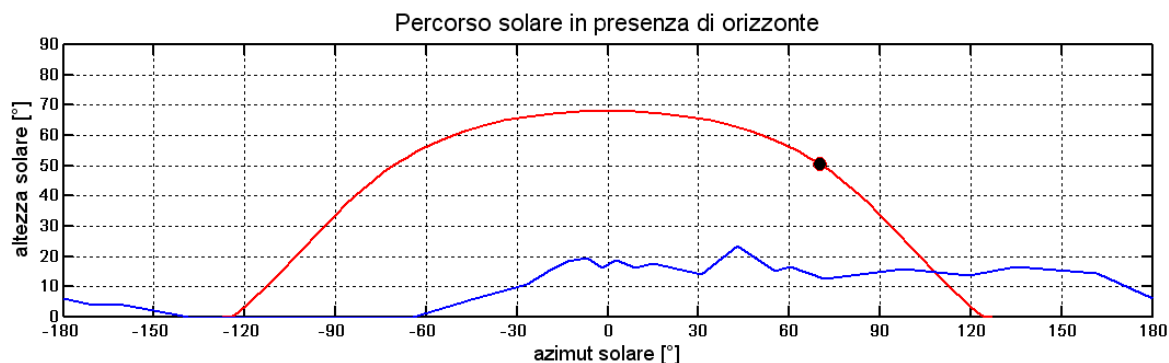


Figura 6.20 – Esempio di profilo di orizzonte.

### 6.5.2. Inserimento delle coordinate da tastiera

Scegliendo l'opzione 2 del menù riportato in figura 6.18, viene data la possibilità all'utente di descrivere da tastiera il profilo dell'orizzonte senza passare dall'ambiente grafico.

A tale proposito la linea di comando è la seguente:

```
Inserire le coordinate dell'orizzonte in psi-beta [-180:180]°: [-130 0;-120 5;30 0]
```

Figura 6.21 – Inserimento delle coordinate del profilo di orizzonte da tastiera.

Le coordinate devono essere inserite tra parentesi quadre; tra le due coordinate ci deve essere uno spazio e ogni coppia deve essere intervallata da un punto e virgola.

Le coordinate accettate sono di tipo ( $\Psi$ ,  $\beta$ ) al fine di confrontare la posizione del sole con il profilo indicato.

Anche in questo caso, l'azimut ( $\Psi$ ) deve appartenere all'intervallo  $[-180, +180]^\circ$  e l'altezza ( $\beta$ ) deve appartenere all'intervallo  $[0, 90]^\circ$ .

**ATTENZIONE:** ad ogni valore di azimut deve essere associato un unico valore di altezza.



### 6.5.3. Nessun orizzonte

Scegliendo l'opzione 3 del menù riportato in figura 6.18, viene inibita la richiesta di informazioni riguardanti l'orizzonte.

## 6.6. Input ostruzioni esterne

Le ostruzioni esterne sono costituite da tutti gli edifici ed oggetti di varia natura che, posti ad una certa distanza dalla superficie ombreggiata, proiettano la loro ombra.

Delle ostruzioni fanno parte anche la vegetazione, gli oggetti orizzontali e le bande laterali, ma di questi ce ne occuperemo dettagliatamente in seguito.

Il modulo mette a disposizione dell'utente tre opzioni per introdurre eventuali ostacoli ombreggianti. La richiesta è visualizzata tramite il seguente menù:

```
INPUT OSTRUZIONI ESTERNE
Inserire:
1) Cattura oggetti vicini da file;
2) Inserimento coordinate oggetti vicini da tastiera;
3) Nessun oggetto vicino;
```

Figura 6.22 – Menù inserimento oggetti vicini.

Sia in caso di cattura dei dati da file che di inserimento da tastiera, le coordinate relative alle ostruzioni esterne devono essere inserite nel sistema di riferimento globale (cfr. figura 6.10).

Si fa presente che un oggetto, per proiettare ombra su una superficie, deve essere visto dalla superficie stessa. Inoltre, le superfici che proiettano ombra sono solo quelle non illuminate. Al fine di velocizzare il calcolo, si consiglia di non inserire oggetti nascosti da altri alla vista della superficie.

### 6.6.1. Cattura oggetti vicini da file

Scegliendo l'opzione 1 del menù relativo alle ostruzioni esterne, verrà chiesto il nome del file dal quale importare le informazioni. Il file può essere realizzato in ambiente AutoCAD o in ambiente 3ds Max ma deve essere salvato o esportato con estensione .dxf.

```
Inserire il nome del file, compreso di estensione: Contesto_urbano.dxf
```

Figura 6.23 – Richiesta del file dal quale importare degli oggetti vicini.

Il nome del file deve contenere l'estensione, come mostrato in figura 6.23.

**ATTENZIONE:** il file, per poter essere letto, deve essere situato nella stessa cartella contenente l'eseguibile del programma.

Per un corretto funzionamento del sistema, gli oggetti realizzati graficamente possono essere costituiti solo dalle seguenti entità:

- *3D Face*;
- *Polygon Mesh*;
- *Polyface Mesh*.

Se il file è realizzato in AutoCAD, qualora fosse possibile, si consiglia di utilizzare entità di tipo *Polygon Mesh* al fine di ottenere una maggiore rapidità computazionale.

Se il file è realizzato in 3ds Max il problema non sussiste, in quanto le figure solide sono trattate di default come entità *Polyface Mesh*.

Per un corretto funzionamento del modulo, tutti gli oggetti (bidimensionali e/o tridimensionali) devono essere convessi. Le geometrie concave devono essere modellate come somma di geometrie convesse.

#### 6.6.1.1. Opacità

Per importare un'opacità dalle entità realizzate mediante AutoCAD o 3ds Max bisogna assegnare al nome del layer il valore di opacità scelto. Agli oggetti contenuti nel layer 0 sarà assegnata opacità pari al 100%.

**ATTENZIONE:** non sono accettati nomi di layer contenenti stringhe di testo.

Si precisa che la percentuale di opacità attribuita ad un'ostruzione esterna di tipo *Polygon Mesh* o *Polyface Mesh* si riferisce all'intero oggetto come se si trattasse di un solido.

Nel momento in cui si volesse considerare questa entità come un insieme di superfici con singole opacità, si richiede di trattare ogni faccia come entità *3D Face*.

#### 6.6.2. Inserimento oggetti vicini da tastiera

Digitando 2 nel menù relativo alle ostruzioni esterne, viene data l'opportunità di inserire da tastiera le coordinate cartesiane degli oggetti esterni che proiettano ombra sulla superficie.

A tal proposito, il modulo richiederà dapprima il numero di oggetti da inserire e in seguito le coordinate cartesiane di ogni oggetto. Il sistema richiede le coordinate cartesiane nelle tre dimensioni.



Inserire il numero di oggetti visti dalla finestra: 3

Figura 6.24 – Richiesta del numero di oggetti vicini.

A seconda del numero di oggetti indicato, il modulo farà apparire altrettante richieste di inserimento delle coordinate.

```
Inserire le coordinate dell'oggetto [x y z] [m]: [0 5 0; 5 5 0; 5 5 5; 0 5 5]
```

Figura 6.25 – Inserimento delle coordinate di un oggetto da tastiera.

Le coordinate devono essere inserite tra parentesi quadre, devono essere separate da uno spazio e ogni tripletta deve essere intervallata da un punto e virgola.

Gli oggetti inseribili da tastiera possono essere sia bidimensionali che tridimensionali. Non è importante l'ordine con il quale vengono inseriti i vertici ma, come nel caso di caricamento dei dati da file, tutti gli oggetti inseriti devono essere convessi. Le geometrie concave devono essere modellate come somma di geometrie convesse.

Per ogni oggetto esterno, viene inoltre richiesta l'introduzione dell'opacità dell'ostruzione. Si può inserire un qualsiasi valore compreso tra 0 e 100%.

```
Inserire l'opacità dell'oggetto [%]: 100
```

Figura 6.26 – Richiesta dell'opacità di un oggetto inserito da tastiera.

### 6.6.3. Nessun oggetto

Scegliendo l'opzione 3 del menù riportato in figura 6.22, viene inibita la richiesta delle informazioni inerenti alle ostruzioni esterne.

## 6.7. Input oggetti

Tramite gli *input oggetti* viene data la possibilità di rappresentare geometricamente tutto ciò che circonda da vicino la superficie, per esempio balconi, tende da sole, sporgenze orizzontali e verticali rispetto al piano della finestra.

Gli oggetti sono considerati con spessore nullo, quindi sono rappresentati da delle porzioni di piano e descritti nel sistema di riferimento locale della superficie.

Gli oggetti si dividono principalmente in due tipi:

- **Aggetti orizzontali:** ostruzioni poste sulla parte superiore della superficie;
- **Bande laterali:** ostruzioni poste lateralmente alla superficie ombreggiata.

Qualora la superficie ombreggiata fosse diversa da quella rettangolare, le distanze degli oggetti dalla superficie sono calcolate a partire dal rettangolo che circoscrive la finestra.

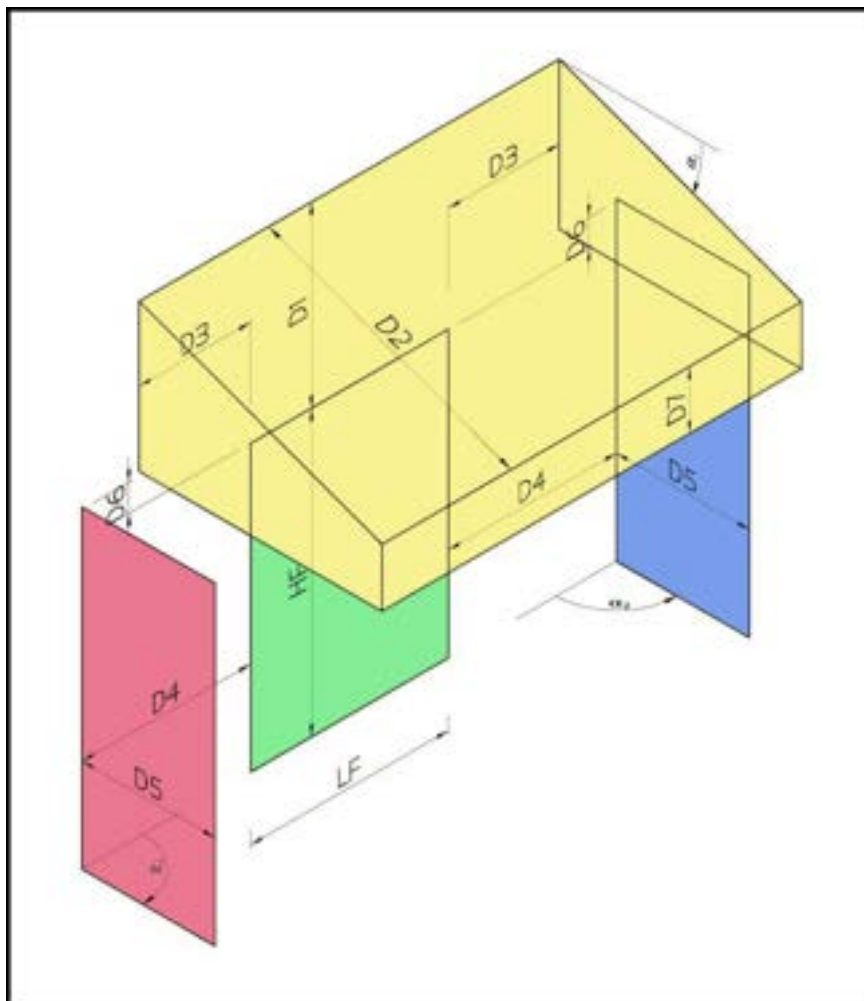


Figura 6.27 – Rappresentazione grafica degli aggetti orizzontali e verticali. In verde si ha la superficie ombreggiata, in blu e rosso le bande laterali e in giallo gli aggetti orizzontali.

### 6.7.1. Aggetti orizzontali

Mediante gli input relativi agli aggetti orizzontali viene data la possibilità di realizzare molteplici tipi di ostruzioni.

In primo luogo viene chiesto se si vogliono inserire aggetti orizzontali:

```

INPUT AGGETTI
Input aggetti orizzontali
Inserire:
s - Presenza di aggetti orizzontali;
n - Assenza di aggetti orizzontali;
  
```

Figura 6.28 – Richiesta circa la presenza di aggetti orizzontali.

La lettera che indica l'opzione scelta deve essere inserita con la lettera minuscola.

In caso di risposta affermativa, le informazioni richieste saranno le seguenti:

```
Inserire la distanza tra l'aggetto orizzontale e la finestra [m]: 0.5
Inserire la profondità dell'aggetto [m]: 1
Inserire la sporgenza dell'aggetto dal bordo della finestra [m]: 0.4
Inserire l'inclinazione dell'aggetto [°]: 30
Inserire l'altezza della proiezione verticale dell'aggetto (0 se assente) [m]: 0.1
```

Figura 6.29 – Informazioni sull'aggetto orizzontale e sulla proiezione verticale.

Con riferimento alla figura 6.27, le quantità richieste in figura 6.29 sono descritte dai seguenti parametri:

- D1: distanza tra l'aggetto orizzontale e la finestra;
- D2: profondità dell'aggetto;
- D3: sporgenza dell'aggetto dal bordo della finestra;
- $\alpha_1$ : inclinazione dell'aggetto ( $0^\circ$  indica orizzontalità);
- D7: altezza della proiezione verticale dell'aggetto (0 se assente).

Qualora si decidesse di inserire un valore di altezza della proiezione verticale dell'aggetto diverso da zero, sarà visualizzata la seguente richiesta:

```
Inserire:
s - Presenza di pareti laterali;
n - Assenza di pareti laterali;
```

Figura 6.30 – Inserimento pareti laterali dell'aggetto orizzontale.

Come per la richiesta di cui alla figura 6.28, la lettera che indica l'opzione scelta deve essere inserita con la lettera minuscola.

L'ultima informazione richiesta a proposito dell'aggetto orizzontale è quella inerente all'opacità. È possibile inserire una valore di opacità della proiezione verticale diverso da quello di tutte le altre parti componenti l'aggetto orizzontale:

```
Inserire l'opacità dell'aggetto [%]: 100
Inserire l'opacità della proiezione verticale dell'aggetto [%]: 80
```

Figura 6.31 – Opacità dell'aggetto orizzontale e della sua proiezione verticale.

### 6.7.2. Bande laterali

In primo luogo viene chiesto se si vogliono inserire bande laterali.

```
Input bande laterali
Inserire:
s - Presenza di bande laterali;
n - Assenza di bande laterali;
```

Figura 6.32 – Richiesta di presenza delle bande laterali.

Come per i casi descritti in precedenza, la lettera che indica l'opzione scelta deve essere inserita con la lettera minuscola.

In caso di risposta affermativa, si potrà scegliere tra le seguenti configurazioni:

```
Inserire:
1) Solo banda sinistra;
2) Solo banda destra;
3) Entrambe;
```

Figura 6.33 – Menù numero di bande presenti sulla superficie.

#### 6.7.2.1. Solo banda laterale sinistra oppure solo banda laterale destra

Scegliendo le opzioni 1 o 2 del menù riportato in figura 6.33, verranno visualizzate le seguenti richieste:

```
Inserire la distanza tra la banda laterale e la finestra [m]: 0.10
Inserire la profondità della banda [m]: 0.20
Inserire la sporgenza della banda dal bordo superiore della finestra [m]: 0.10
Inserire l'inclinazione della banda [°]: 90
Inserire l'opacità della banda laterale [%]: 100
```

Figura 6.34 – Informazioni su una singola banda laterale.

Con riferimento alla figura 6.27, le quantità richieste in figura 6.34 sono descritte dai seguenti parametri:

- D1: distanza tra l'oggetto orizzontale e la finestra;
- D2: profondità dell'oggetto;
- D3: sporgenza dell'oggetto dal bordo della finestra;
- $\alpha_1$ : inclinazione dell'oggetto ( $0^\circ$  indica sovrapposizione,  $90^\circ$  indica perpendicolarità);
- D7: altezza della proiezione verticale dell'oggetto.

### 6.7.2.2. Entrambe le bande

Se si sceglie l'opzione 3 del menù riportato in figura 6.33, verranno richieste le seguenti informazioni:

```
Inserire la distanza tra le bande laterali e la finestra [m]: 0.10
Inserire la profondità delle bande [m]: 0.20
Inserire la sporgenza delle bande dal bordo superiore della finestra [m]: 0.10
Inserire l'inclinazione della banda sinistra [°]: 90
Inserire l'inclinazione della banda destra [°]: 90
Inserire l'opacità della banda laterale sinistra [%]: 100
Inserire l'opacità della banda laterale destra [%]: 100
```

Figura 6.35 – Informazioni inerenti entrambe le bande laterali.

Come si può osservare, le due bande presentano le stesse dimensioni geometriche ma viene data la possibilità di inclinarle in modo diverso e di renderle opache con percentuale diversa l'una dall'altra.

## 6.8. Input vegetazione

La vegetazione rappresenta un ulteriore tipo di ostruzione esterna.

Dato che la descrizione dei particolari di un albero è molto complessa, la vegetazione viene stilizzata tramite due tipologie di figure solide (tronco di cono ed ellissoide) con le quali si possono rappresentare un ampio numero di piante.

Si può inserire la vegetazione scegliendo tra una serie di sagome già presenti su file, oppure la si può realizzare da tastiera.

In primo luogo si chiede di inserire il numero di piante presenti (0 se assenti), poi, per ogni albero o arbusto, viene chiesto di scegliere se inserire un albero predefinito caricato da file, oppure un albero particolare da descrivere nel dettaglio.

```
INPUT VEGETAZIONE
Inserire il numero di alberi presenti (0 se assenti): 3
```

Figura 6.36 – Richiesta del numero di piante presenti.

Qualora il numero di piante fosse maggiore di 0, per ogni albero viene proposto il seguente menù:

```
Inserire:
1) Albero predefinito;
2) Albero particolare;
```

Figura 6.37 – Menù caricamento pianta.

Questo dà l'opportunità all'utente di poter caricare i dati da un file AutoCAD oppure realizzare una sagoma particolare di pianta.

Le sagome delle piante scaricabili da file sono riportate nel capitolo 10, insieme alle rispettive viste e dimensioni.

### 6.8.1. *Albero predefinito*

Scegliendo l'opzione 1 del menù riportato in figura 6.37, il modulo chiede all'utente di inserire il numero corrispondente all'albero che si desidera importare da database.

```
Inserire il tipo di albero presente:  
1) Abete;  
2) Cipresso;  
3) Frassino meridionale;  
4) Olmo comune;  
5) Pino marittimo;  
6) Quercia comune;  
7) Ulivo;
```

Figura 6.38 – Menù tipo di albero.

Le informazioni circa forma e dimensioni degli alberi predefiniti sono riportate nel capitolo 13.

Successivamente, viene richiesto l'inserimento di un vettore di scalatura che permette di ingrandire o rimpicciolire tale albero in maniera indipendente lungo gli assi x, y e z:

```
Inserire il fattore di scala nelle tre dimensioni es.[ax by cz]: [1 1 1]
```

Figura 6.39 – Scalatura di una pianta acquisita da file.

I fattori di scala, inseriti tra parentesi quadre, devono essere intervallati da uno spazio.

Infine, viene chiesta la posizione della pianta nel sistema di riferimento globale:

```
Inserire la posizione dell'albero es.[xA yA zA] [m]: [10 10 0]
```

Figura 6.40 – Posizionamento nello spazio di una pianta acquisita da file.

Anche in questo caso, le coordinate vanno inserite tra parentesi quadre e devono essere intervallate da uno spazio.

### 6.8.2. *Albero particolare*

Se si sceglie l'opzione 2 del menù riportato in figura 6.37, si desidera realizzare una sagoma particolare di pianta.



La prima richiesta riguarda il posizionamento dell'albero nello spazio, espletata tramite l'inserimento delle coordinate cartesiane del centro della base del tronco.

```
Input tronco
Inserire la posizione del tronco es. [xT yT zT] [m]: [10 10 0]
```

Figura 6.41 – Posizionamento di una pianta particolare.

Le coordinate vanno inserite tra parentesi quadre e devono essere intervallati da uno spazio.

Viene poi richiesto di definire la geometria del tronco, descritta dal raggio e dall'altezza:

```
Inserire il raggio del tronco [m]: 0.25
Inserire l'altezza del tronco [m]: 1.5
```

Figura 6.42 – Dimensioni del tronco.

Per quanto riguarda il fogliame, le possibilità di scelta sono le seguenti:

```
Input fogliame
Inserire:
1) Tipo troncoconico;
2) Tipo ellissoidale;
```

Figura 6.43 – Menù tipo di chioma.

Di seguito si riporta uno schema nel quale è possibile individuare le informazioni inerenti al tronco e ai due tipi di fogliame, al fine di agevolare l'inserimento dei dati richiesti.

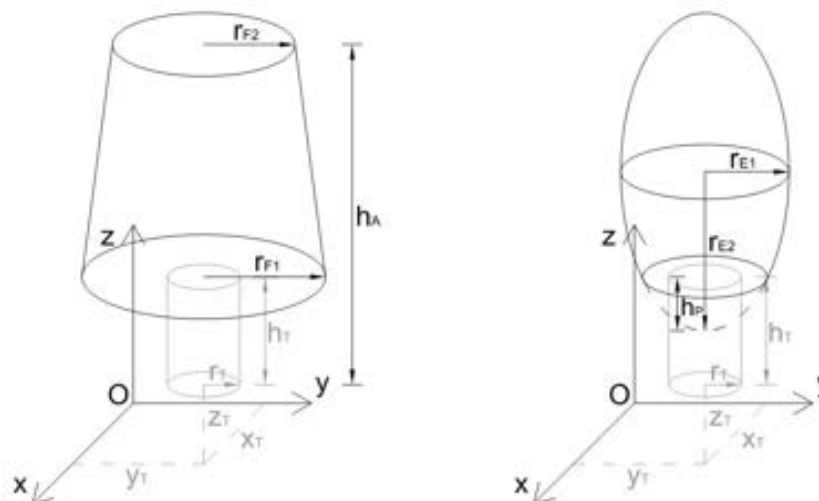


Figura 6.44 – Geometria del fogliame (troncoconica sulla sinistra ed ellissoidale sulla destra).

È possibile modellare geometrie di fogliame composte tramite la sovrapposizione di più alberi, assegnando raggio nullo al tronco di ogni albero aggiuntivo.

### 6.8.2.1. Fogliame troncoconico

Con la configurazione troncoconica si può rappresentare la chioma di un albero approssimando la sua forma a quella di un tronco di cono, di un cilindro oppure di un cono.

Le informazioni che vengono chieste in questo caso sono il raggio del cerchio inferiore, il raggio del cerchio superiore e l'altezza complessiva dell'albero, che, per differenza con l'altezza del tronco, caratterizza quella della chioma.

L'introduzione delle informazioni è effettuata per mezzo delle seguenti richieste:

```
Inserire il raggio del cerchio inferiore [m]: 3
Inserire il raggio del cerchio superiore [m]: 0
Inserire l'altezza dell'albero [m]: 10
```

Figura 6.45 – Informazioni inerenti la chioma troncoconica.

Nell'esempio è stata introdotta una configurazione conica, in quanto il raggio del cerchio superiore è nullo.

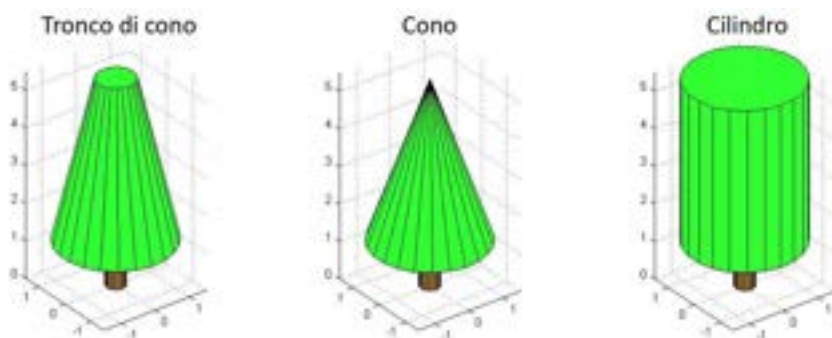


Figura 6.46 – Esempi di configurazioni troncoconiche.

### 6.8.2.2. Fogliame ellissoidale

La configurazione ellissoidale permette all'utente di definire la parte superiore dell'albero con una forma tondeggiante, per la rappresentazione di quelle piante che presentano una folta chioma.

In questo caso le configurazioni possibili sono:

- Sfera;
- Ellissoide;
- Porzione di sfera;
- Porzione di ellissoide.

I dati richiesti per ottenere queste forme sono:

- Semiasse orizzontale e verticale → per stabilire l'eccentricità del solido;
- Posizione del piano secante → per stabilire la porzione di solido.

Queste informazioni sono inserite all'interno del modulo tramite le seguenti richieste:

Inserire il valore del semiasse orizzontale [m]: 3  
 Inserire il valore del semiasse verticale [m]: 4  
 Inserire la posizione del piano secante l'ellissoide [m]: 1

Figura 6.47 – Informazioni inerenti la chioma ellissoidale.

Nell'esempio in figura 6.47, poiché i due semiassi sono diversi, viene rappresentata una porzione di ellissoide. Il solido, tagliato da un piano ad una distanza di 1 m dal vertice inferiore dell'ellissoide, viene poggiato sul tronco formando l'albero scelto.

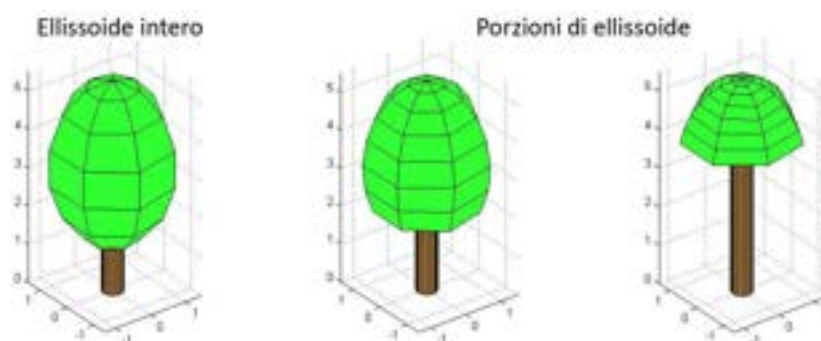


Figura 6.48 – Esempi di configurazioni ellissoidali.

### 6.8.3. Caducità del fogliame

In condizioni di geometria reale, il fogliame proietterebbe un'ombra di area inferiore a quella della geometria approssimante, in quanto la sua densità visiva è generalmente inferiore al 100%. Per modellare la caducità del fogliame, dovuta al susseguirsi delle stagioni, è quindi possibile assegnargli un valore di opacità.

Se si sceglie di modellare un albero a foglie caduche, l'opacità è stabilita a seconda della stagione in cui viene fatta la simulazione. Il valore viene assegnato in base alla seguente tabella:

Tabella 6.2 – Opacità delle vegetazione.

Gen	Feb	Mar	Apr	Mag	Giu	Lug	Ago	Set	Ott	Nov	Dic
40%	40%	50%	60%	70%	80%	80%	80%	70%	60%	50%	40%

Se si sceglie di modellare un albero sempreverde, è possibile l'inserimento di un'opacità a scelta. Si consiglia un valore di opacità pari all'80% per tutto l'arco dell'anno. L'albero, pur essendo carico di foglie, non permette la totale ostruzione della radiazione solare.

## 6.9. Condizioni di cielo

Una volta introdotti tutti gli input che descrivono la geometria del sistema, viene chiesto di inserire la condizione di cielo per la quale calcolare il fattore di ombreggiamento.

È possibile scegliere tra:

- Cielo medio (noti  $H_{bh}$  e  $H_{dh}$ );
- Cielo generico (noto  $H_{th}$ );
- Cielo sereno.

L'inserimento delle condizioni di cielo è effettuato tramite il seguente menù:

```
INPUT CONDIZIONI DI CIELO
Inserire:
 1) Cielo medio (noti Hbh e Hdh);
 2) Cielo generico (noto Hth);
 3) Cielo sereno;
```

Figura 6.49 – Menù condizioni di cielo.

A seconda che si sia scelto un calcolo istantaneo oppure uno medio giornaliero, sarà possibile scegliere tra tutte le opzioni, mentre, per il calcolo medio mensile, sarà disponibile il solo cielo medio.

In presenza di ostruzioni che impediscono parzialmente la vista della volta celeste, un corretto calcolo dell'irradianza diffusa su una superficie inclinata richiede la conoscenza della distribuzione della radianza sulla volta celeste.

Normalmente, per cieli sereni, la distribuzione della radianza mostra un'intensità massima nella zona circumsolare e un aumento di intensità verso l'orizzonte. I cieli coperti, invece, mostrano un'intensità massima in direzione dello zenit e una diminuzione monotona di intensità verso l'orizzonte. Per cieli coperti non opachi, infine, le caratteristiche mostrate dipendono dal grado di opacità delle nuvole.

Il modello di calcolo adottato per valutare la distribuzione della radianza sulla volta celeste è quello proposto da Brunger e Hooper (cfr. paragrafo 2.8.4.).

### 6.9.1. Cielo medio (noti $H_{bh}$ e $H_{dh}$ )

Le informazioni richieste per descrivere il cielo medio sono l'irraggiamento diretto medio giornaliero su piano orizzontale,  $H_{bh}$ , e quello diffuso,  $H_{dh}$ , in  $\text{MJ/m}^2$ . I dati di riferimento per le località italiane sono riportati, mese per mese, nella UNI 10349:1994.

```
Inserire irraggiamento diretto medio giornaliero su piano orizzontale [MJ/m^2]: 15.9
Inserire irraggiamento diffuso medio giornaliero su piano orizzontale [MJ/m^2]: 7.6
```

Figura 6.50 – Richiesta input relativi alle condizioni di cielo medio.

Partendo dai dati giornalieri, il programma stimerà dapprima i dati di irraggiamento globale orario secondo relazione di Collares-Pereira e Rabl come modificata da Gueymard (cfr. paragrafo 2.5.2.), e poi, tramite la relazione di Liu e Jordan (cfr. paragrafo 2.5.1.), stimerà i valori orari dell'irraggiamento diffuso su piano orizzontale.

L'opzione di cielo medio può essere utilizzata anche per condizioni di cielo generico, qualora siano noti i dati di irraggiamento giornaliero diretto e diffuso separatamente.

### 6.9.2. Cielo generico (noto $H_{th}$ )

L'informazione richiesta per descrivere il cielo generico è l'irraggiamento globale giornaliero su piano orizzontale,  $H_{th}$ , in  $MJ/m^2$ .

```
Inserire irraggiamento globale giornaliero su piano orizzontale [MJ/m^2]: 23.5
```

Figura 6.51 – Richiesta input relativi alle condizioni di cielo generico.

In condizioni di cielo qualsiasi, noto l'irraggiamento globale giornaliero su piano orizzontale, è possibile definire la quota di irraggiamento diretto e quella di irraggiamento diffuso.

A tale scopo sono disponibili tre modelli di calcolo. È possibile scegliere tra quello sviluppato da Erbs et al. (1982), quello di Skartveit e Olseth (1998), e il metodo proposto da Ruiz-Arias et al. (2010).

La scelta del modello avverrà per mezzo della seguente richiesta:

```
Selezionare un modello di calcolo:
1) Erbs et al. (1982);
2) Skartveit et al. (1998);
3) Ruiz-Arias et al. (2010);
```

Figura 6.52– Menù modello di calcolo.

Per la trattazione teorica circa i modelli di calcolo adottati si rimanda, rispettivamente, ai paragrafi 2.3.3, 2.3.7 e 2.3.9.

### 6.9.3. Cielo sereno

In caso di cielo sereno, il calcolo dell'irradianza solare diretta e diffusa è effettuato secondo il modello REST2 (cfr. paragrafo 2.2.4.).

I dati richiesti per il calcolo sono di seguito riportati:

```
Inserire la colonna d'ozono [atm-cm] (pari a 0.35 se ignota): 0.35
Inserire la colonna di biossido d'azoto [atm-cm] (pari a 0.0002 se ignota): 0.0002
Inserire la colonna d'acqua precipitabile [cm] (pari a 1.5 se ignota): 1.5
Inserire il coefficiente di torbidezza di Ångström [-]: 0.10
Inserire il coefficiente alfa 1 [-] (se ignoto, assumerlo pari 1.3): 1.3
Inserire il coefficiente alfa 2 [-] (se ignoto, assumerlo pari ad alfa 1): 1.3
```

Figura 6.53 – Richiesta input relativi alle condizioni di cielo sereno.

La quantità e la qualità dei dati di input, qualora noti con esattezza, permettono una modellazione molto precisa della radiazione solare. Tuttavia, anche se ignoti, è possibile inserire dei valori standard.

Il valore della colonna di ozono indica la quantità  $O_3$  che deve essere attraversata dalla radiazione solare per raggiungere la terra. Il valore consigliato, se ignoto, è di 0,35 DU/1000.

La colonna di biossido di azoto indica lo strato di  $NO_2$  che la radiazione solare deve attraversare per raggiungere il suolo. Generalmente è molto piccolo ma dipende dall'inquinamento presente in atmosfera. Il valore consigliato, se ignoto, è di  $2 \cdot 10^{-4}$  atm-cm.

La colonna d'acqua precipitabile indica la misura della quantità di vapore acqueo presente nella bassa troposfera che la radiazione solare deve attraversare per raggiungere la terra. In mancanza di dati, il valore consigliato è 1,5 cm.

Le informazioni più importanti per una valutazione corretta dell'irradianza solare sono il coefficiente di torbidezza di Ångström e i coefficienti  $\alpha_1$  ed  $\alpha_2$  (esponenti della lunghezza d'onda). Essi identificano la quantità di aerosol presenti in atmosfera.

$\beta_A$  varia generalmente da 0 a 0,4 per atmosfere da molto limpide a molto torbide. Se ignoto, lo si può assumere pari a:

- 0,05 per siti rurali;
- 0,10 per siti urbani;
- 0,20 per siti industriali.

Se ignoto, il valore consigliato per  $\alpha_1$  è di 1,3, corrispondente ad aerosol rurali.

Se ignoto, si può assumere  $\alpha_2$  pari ad  $\alpha_1$ .

## 7. RAPPRESENTAZIONI GRAFICHE

Prima di procedere al calcolo del fattore di ombreggiamento, è possibile prendere visione della geometria inserita, al fine di verificare che i dati inseriti oppure caricati dal modulo siano rispondenti a quelli desiderati.

Durante il calcolo, inoltre, il modulo salva la rappresentazione grafica relativa alla proiezione delle ombre sulla finestra.

### 7.1. Visualizzazione della geometria inserita

Una volta inseriti tutti gli input riguardanti la geometria del sistema, viene chiesto all'utente se si vuole visualizzare la geometria inserita. A tale proposito apparirà il seguente messaggio:

Si desidera visualizzare la geometria inserita? (s/n)

Figura 7.1 – Richiesta di visualizzazione della geometria inserita.

In seguito a una risposta affermativa, il programma elabora un'immagine tridimensionale come nell'esempio in figura 7.2.

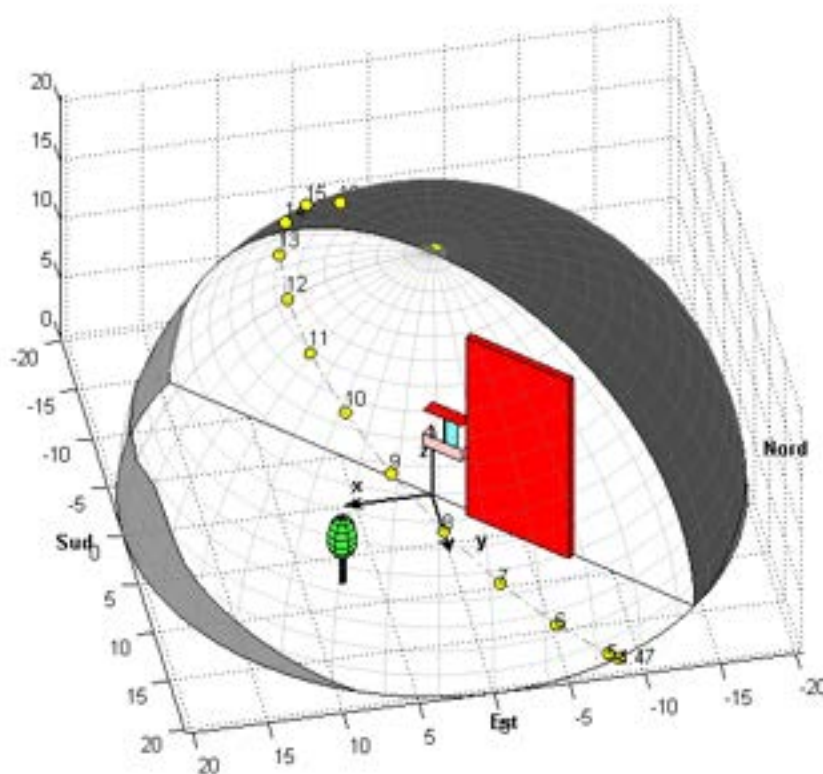


Figura 7.2 – Esempio di visualizzazione della geometria inserita nel sistema.

A seconda della complessità della geometria, la visualizzazione può richiedere diversi minuti.

## 7.2. Salvataggio delle immagini riportanti le ombre proiettate sulla superficie

Durante l'elaborazione del calcolo, il programma salva su disco, nella stessa cartella in cui è contenuto l'eseguibile, la visualizzazione delle ombre proiettate sulla finestra.

In caso di calcolo istantaneo, l'immagine viene salvata nel file *ombre\_plot.png*.

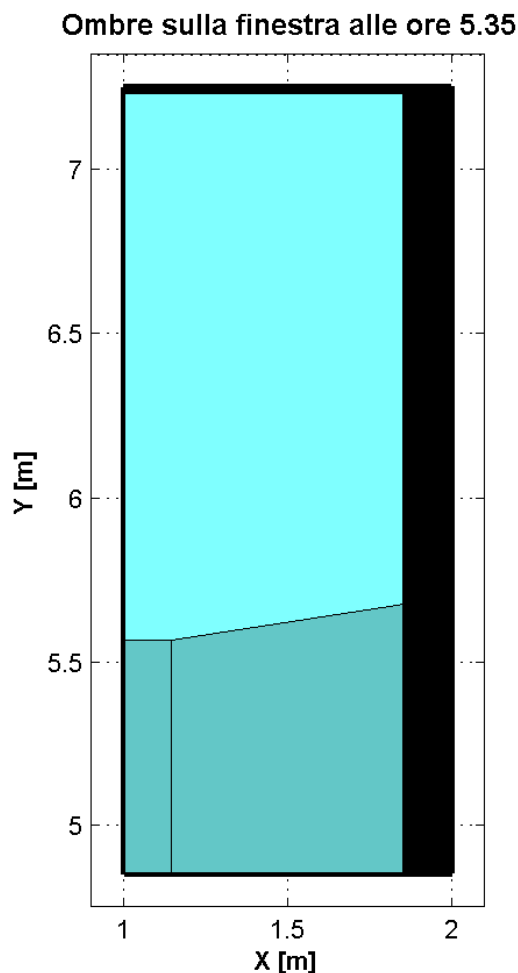


Figura 7.3 – Esempio di visualizzazione delle ombre.

In caso di calcolo medio giornaliero o medio mensile, invece, verrà salvato un file video chiamato *ombre\_movie.avi*.

**ATTENZIONE:** una nuova sessione di lavoro sovrascriverà i file creati in precedenza. Qualora si decidesse di conservarli, prima di lanciare nuovamente il programma si consiglia di rinominarli o di spostarli.

L'ora visualizzata nel titolo, sia in caso di calcolo istantaneo che medio, è quella solare, in formato [h.m].



## 8. SALVATAGGIO E CARICAMENTO DATI

Al fine di velocizzare un'analisi del fattore di ombreggiamento su base annuale, è possibile salvare la geometria del sistema in file di tipo .mat e caricarla in un secondo tempo.

Il modulo, inoltre, salva automaticamente un file di testo contenente tutti i dati inseriti nel sistema e i risultati del calcolo.

### 8.1. Salvataggio di un file

Una volta inseriti tutti gli input riguardanti la geometria del sistema, prima di procedere al calcolo del fattore di ombreggiamento, viene data la possibilità di salvare i dati inseriti:

```
Si desidera salvare la geometria inserita? (s/n)
```

Figura 8.1 – Richiesta di salvataggio file.

### 8.2. Apertura di un file

Se si desidera ricalcolare in una data diversa o per condizioni di cielo differenti una geometria precedentemente salvata, è possibile aprire il file contenente le informazioni necessarie al nuovo calcolo:

```
Si desidera caricare la geometria da file? (s/n)
```

Figura 8.2 – Richiesta di apertura file.

In questo caso, sarà richiesto l'inserimento dei soli *input data*, *input riflessione terreno* e *input condizioni di cielo*.

### 8.3. Salvataggio dei risultati

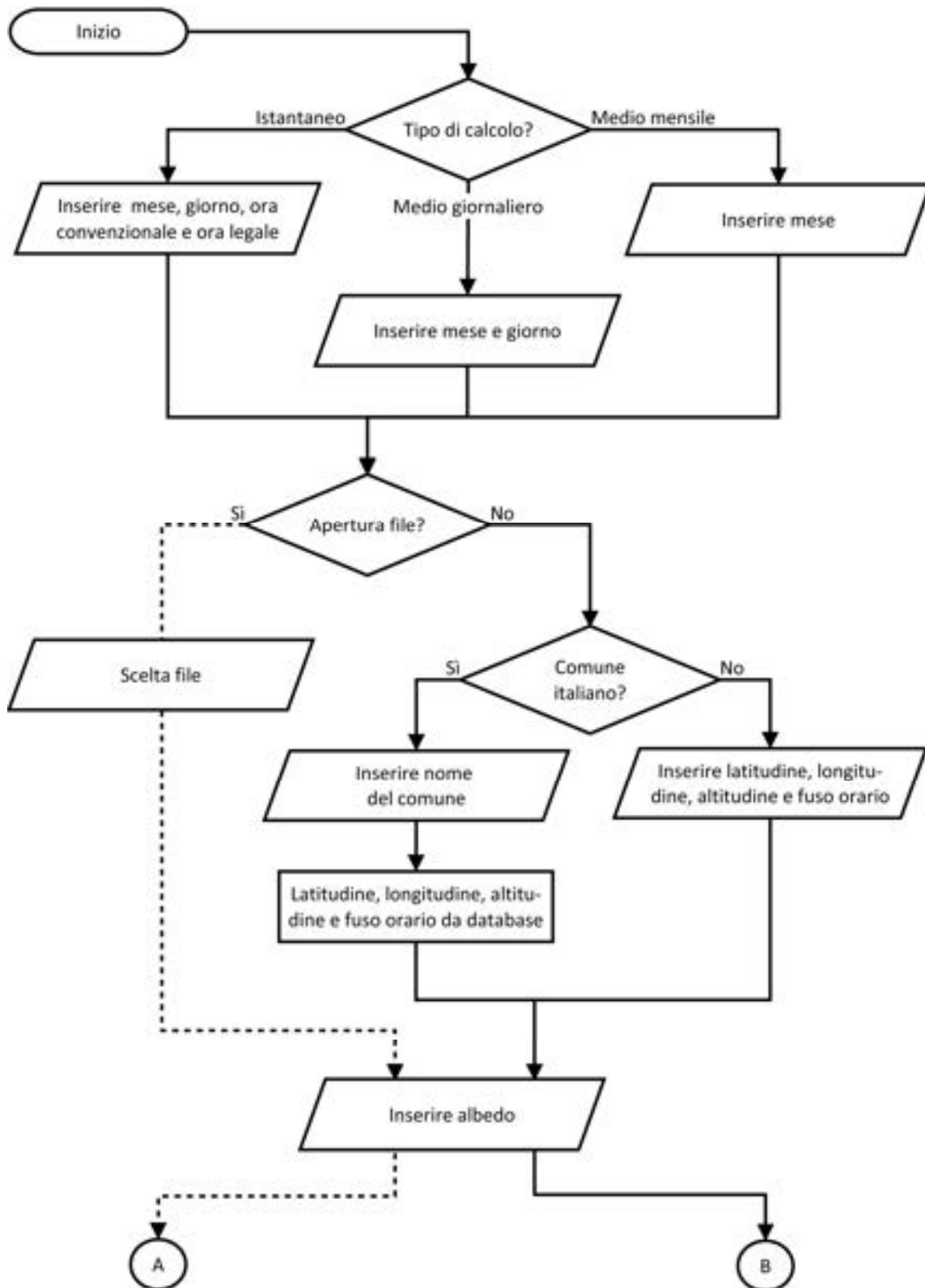
Il modulo salva automaticamente tutti i dati inseriti nel sistema, nonché i risultati del calcolo, in un file di testo chiamato *Fattore\_di\_ombreggiamento.txt*, che sarà posizionato nella stessa cartella in cui è contenuto l'eseguibile.

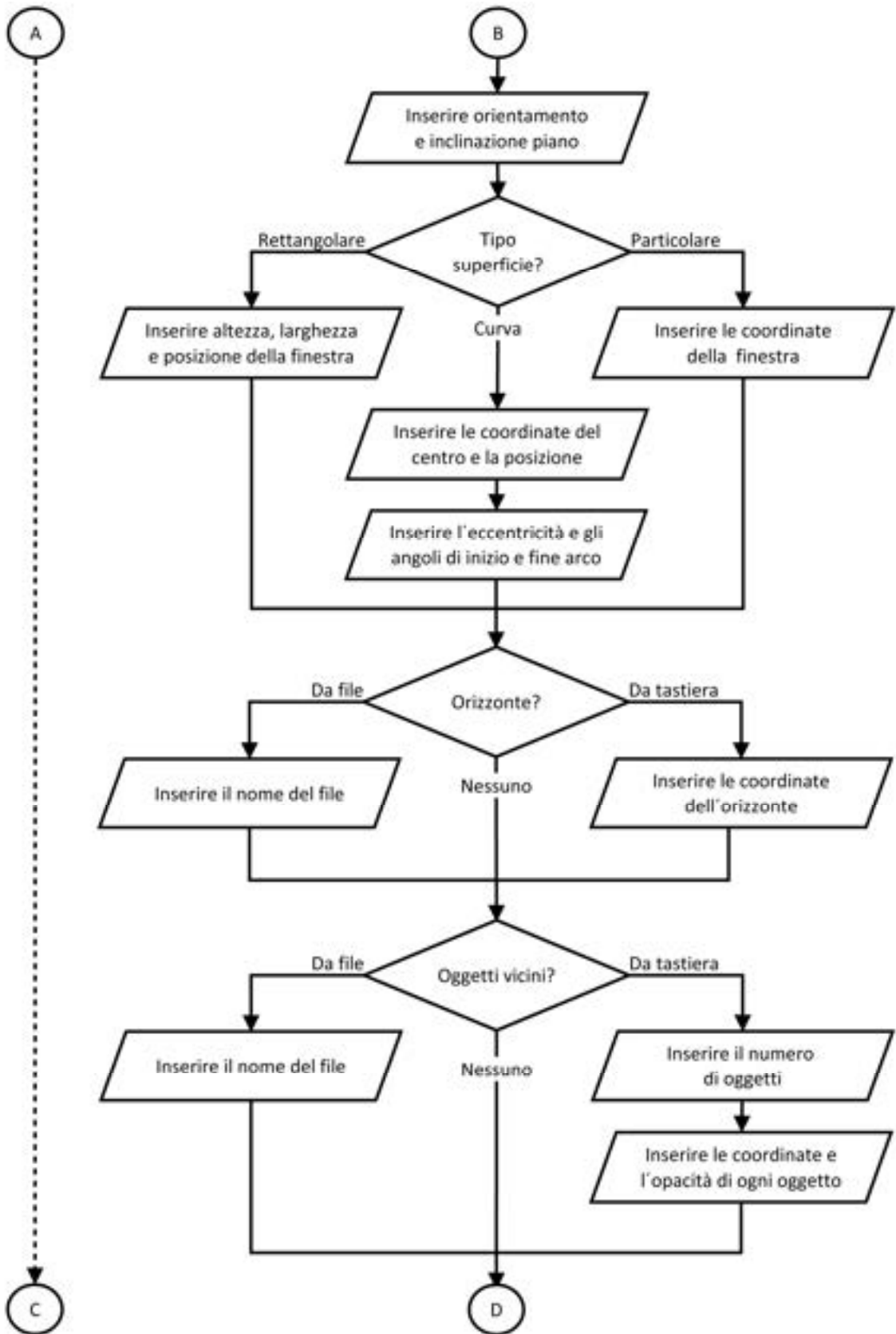
Tra i risultati del calcolo, oltre al fattore di ombreggiamento, viene incluso il valore di irradianza solare globale sulla superficie in assenza di ombreggiamento. In caso di calcolo medio mensile, questo valore corrisponde al parametro  $I_{sol,k}$  della UNI/TS 11300-1.

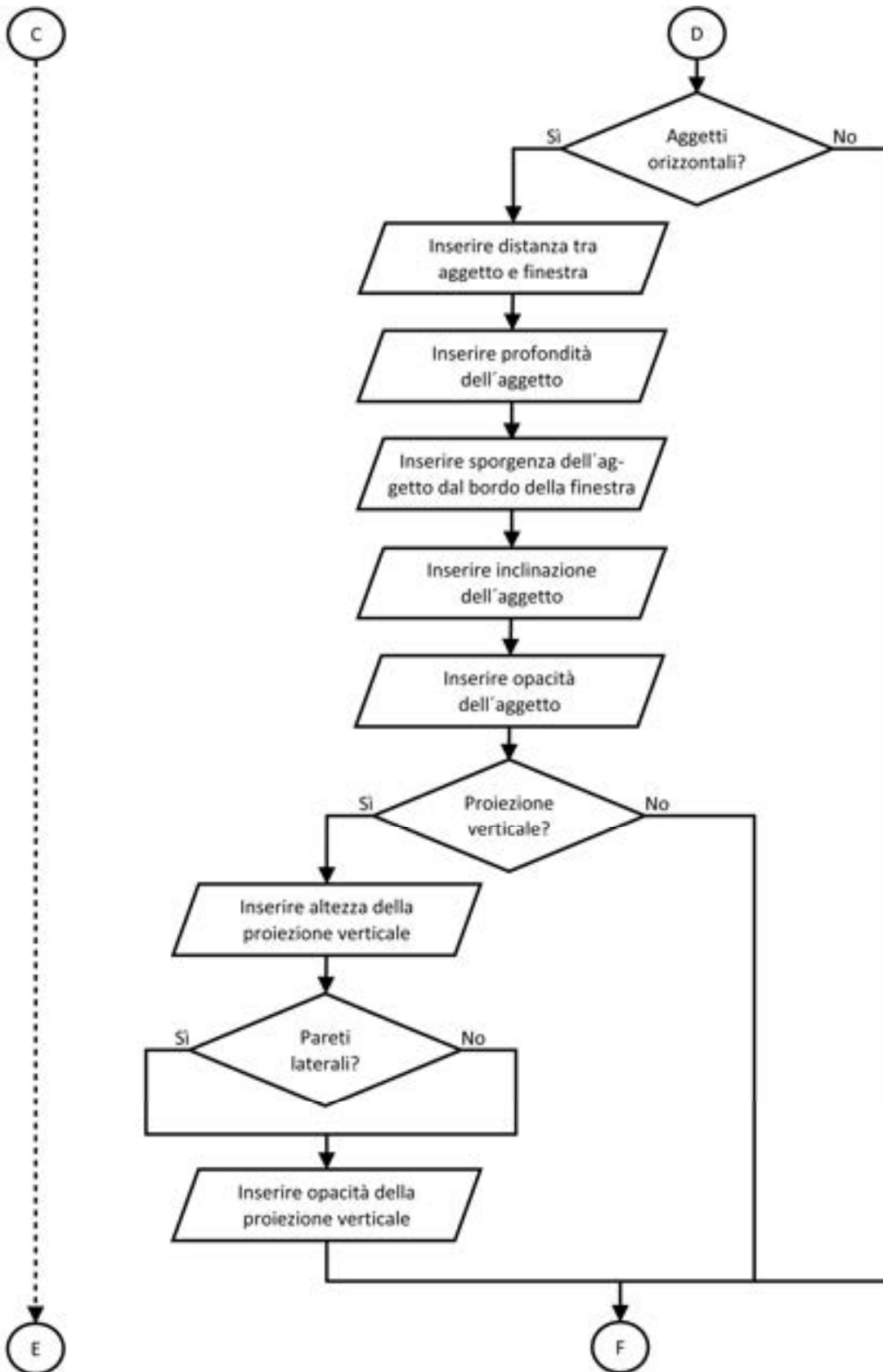
In caso di calcolo medio giornaliero o medio mensile, tra i risultati compare anche il numero di ore di sole, espresso in formato decimale. Questo valore serve a definire il tempo  $t$  per il quale moltiplicare il flusso termico di origine solare, al fine di ottenere gli apporti termici solari  $Q_{sol}$ .

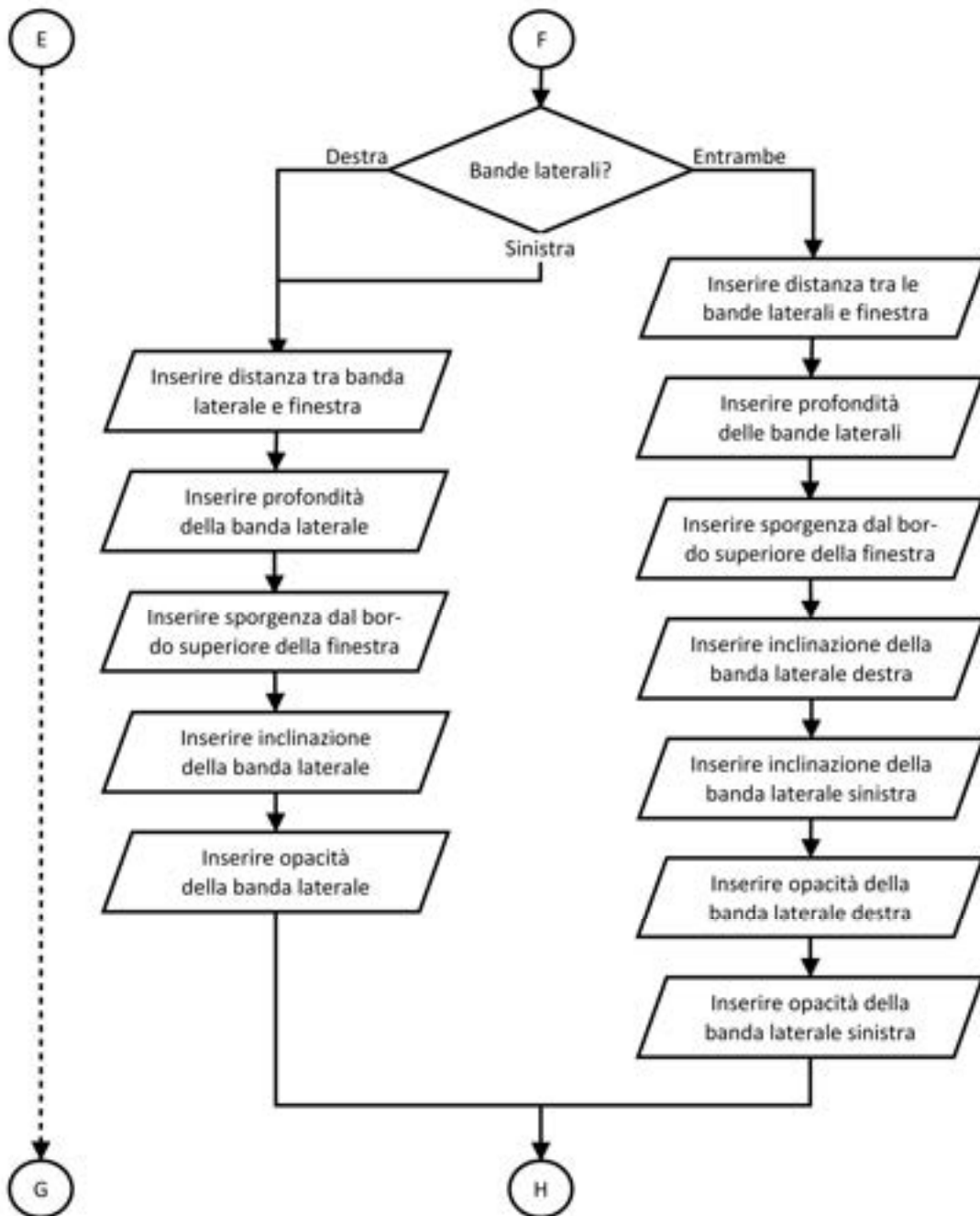
**ATTENZIONE:** una nuova sessione di lavoro sovrascriverà il file creato in precedenza. Qualora si decidesse di conservarlo, prima di lanciare nuovamente il programma si consiglia di rinominarlo o di spostarlo.

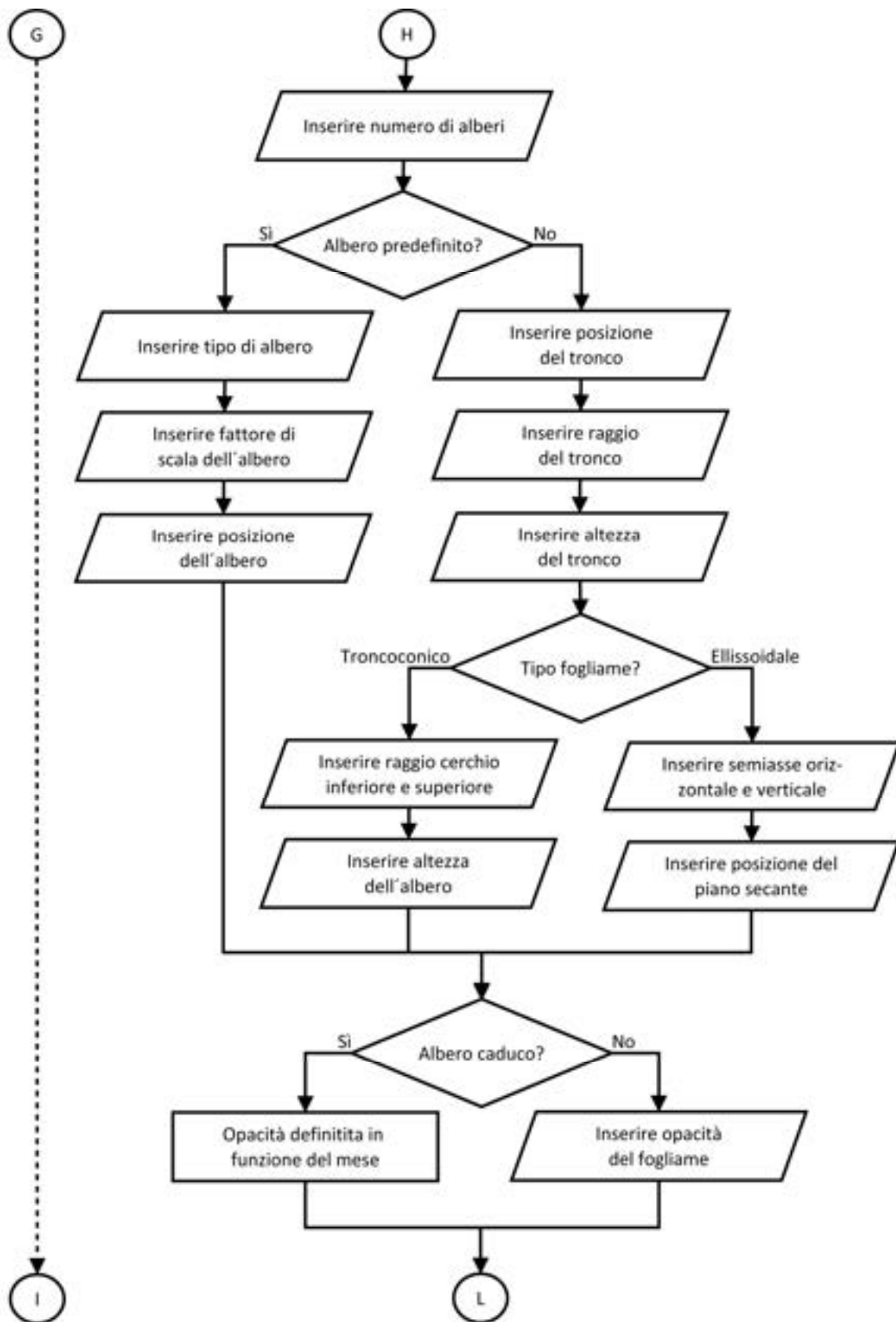
## 9. FLOW-CHART

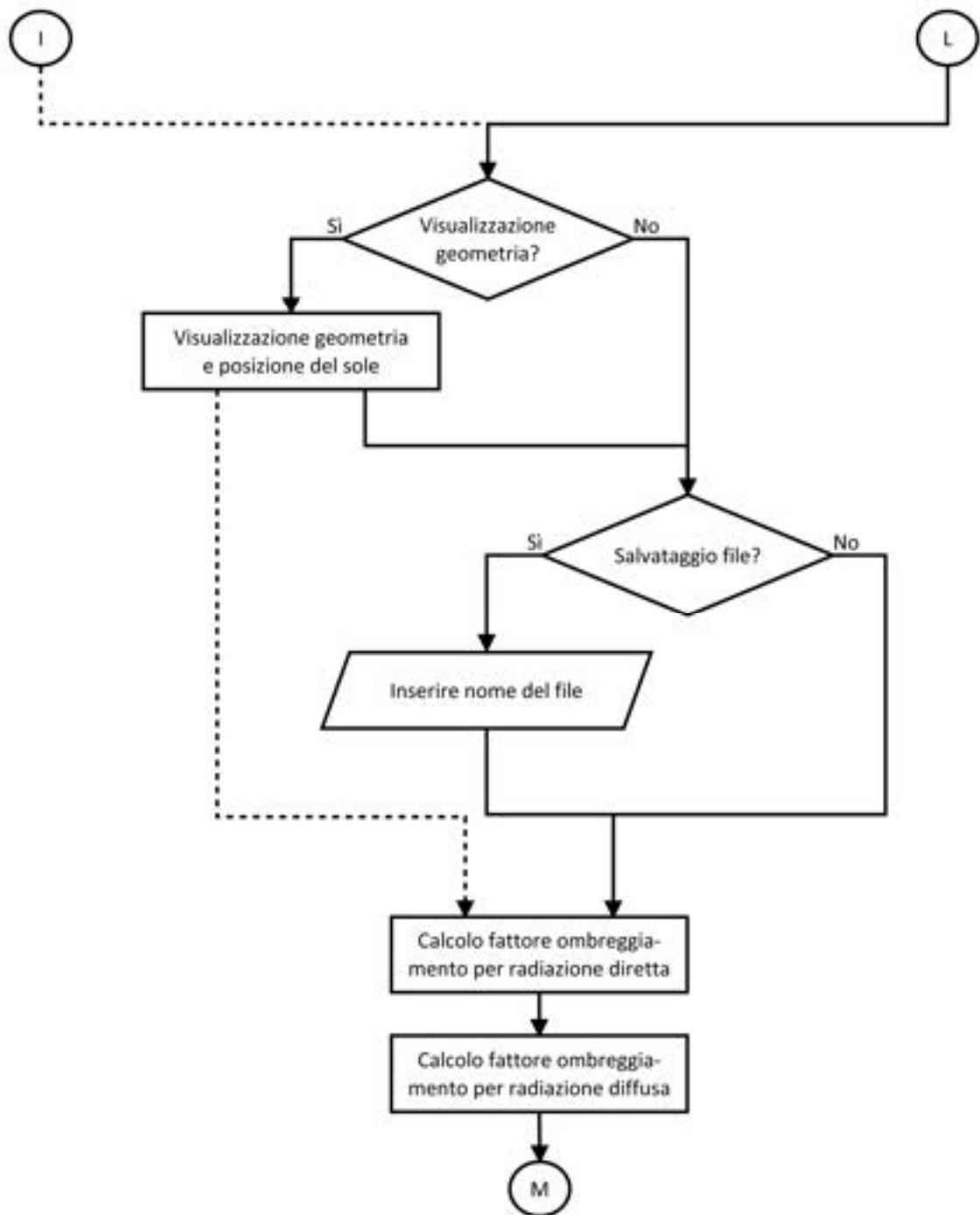


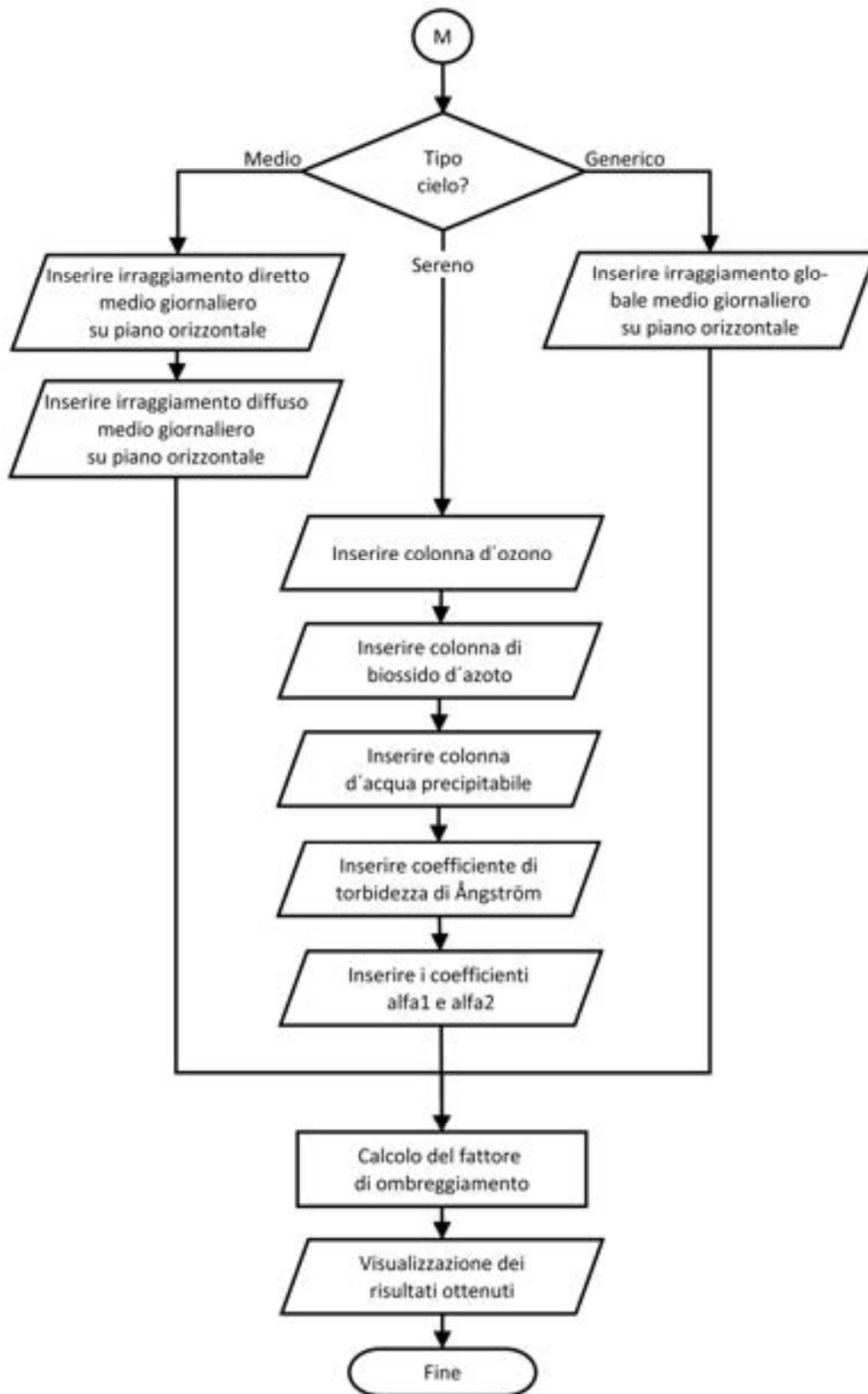






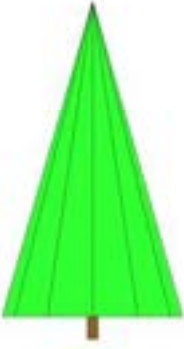
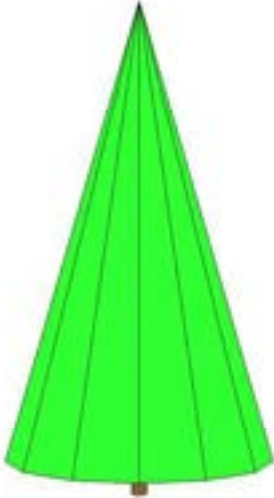
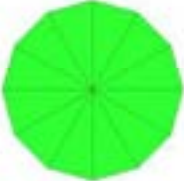
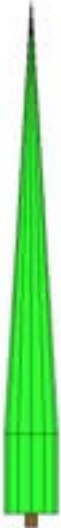










10. ALBERI DA DATABASE

<b>ABETE</b>	
Altezza tronco: 1,00 m	Altezza fogliame: 14,00 m
Diametro tronco: 0,45 m	Diametro fogliame: 8,00 m
<p>Prospetto</p> 	
<p>Pianta</p> 	<p>Vista tridimensionale</p>
<b>CIPRESSO</b>	
Altezza tronco: 0,50 m	Altezza fogliame: 19,50 m
Diametro tronco: 0,45 m	Diametro fogliame: 2,00 m
<p>Prospetto</p> 	
<p>Pianta</p> 	<p>Vista tridimensionale</p>

## FRASSINO MERIDIONALE

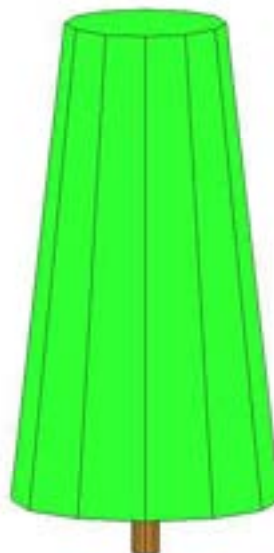
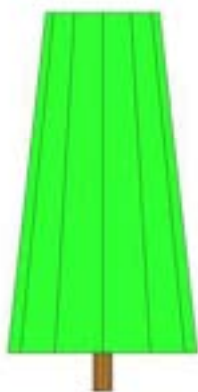
Altezza tronco: 1,00 m

Altezza fogliame: 9,00 m

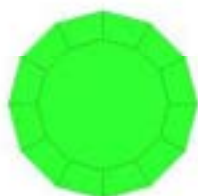
Diametro tronco: 0,50 m

Diametro fogliame: 5,00 m / 3,00 m

Prospetto



Pianta



Vista tridimensionale

## OLMO COMUNE

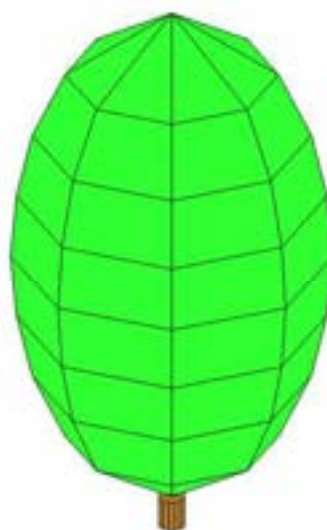
Altezza tronco: 0,50 m

Altezza fogliame: 8,50 m

Diametro tronco: 0,40 m

Diametro fogliame: 5,00 m

Prospetto



Pianta



Vista tridimensionale

## PINO MARITTIMO

Altezza tronco: 10,00 m

Altezza fogliame: 5,00 m

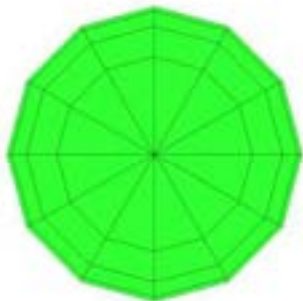
Diametro tronco: 0,60 m

Diametro fogliame: 16,00 m

Prospetto



Pianta



Vista tridimensionale

## QUERCIA COMUNE

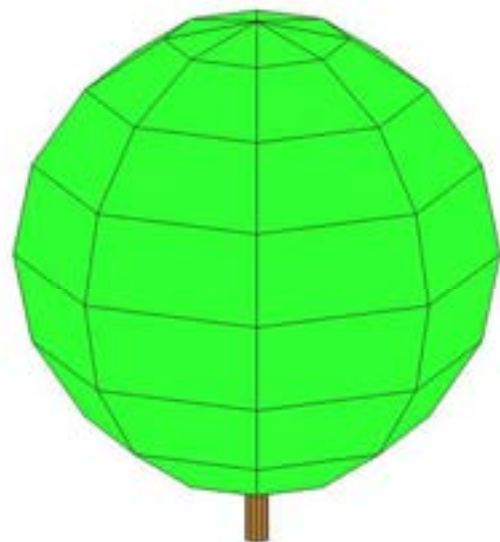
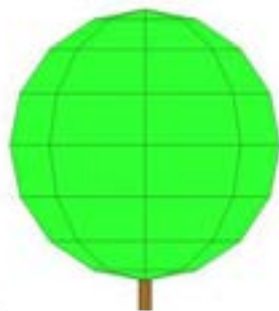
Altezza tronco: 1,00 m

Altezza fogliame: 8,60 m

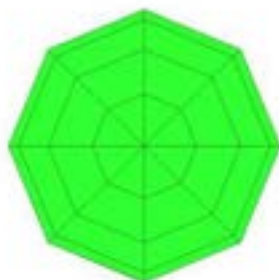
Diametro tronco: 0,40 m

Diametro fogliame: 8,60 m

Prospetto



Pianta



Vista tridimensionale

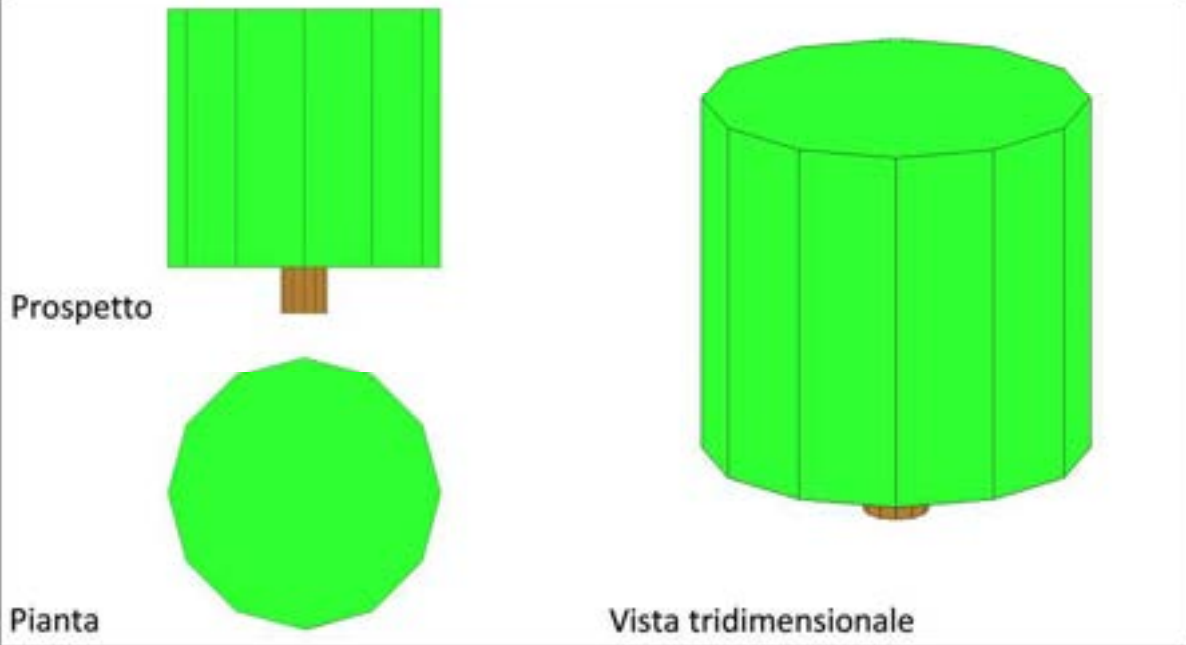
## ULIVO

Altezza tronco: 1,50 m

Altezza fogliame: 10,00 m

Diametro tronco: 1,50 m

Diametro fogliame: 9,00 m



**PARTE III:**

**ANALISI DI SENSIBILITÀ DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO**

## **INTRODUZIONE**

L'analisi di sensibilità del fattore di ombreggiamento, svolta con l'ausilio del software sviluppato, vuole mettere in evidenza l'incidenza che alcune variabili di calcolo hanno sul fattore di ombreggiamento. L'analisi prende in considerazione il fattore di ombreggiamento medio durante i vari mesi dell'anno, e il fattore di ombreggiamento istantaneo del giorno estivo di progetto.

In ultimo, sono stati realizzati dei diagrammi che mostrano la variabilità del fattore di ombreggiamento a seconda di alcune dimensioni caratteristiche dei sistemi ombreggianti, al fine di dare indicazioni utili circa la loro progettazione.

## 11. ANDAMENTO MEDIO MENSILE DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO

Con riferimento alle condizioni medie mensili, è stata svolta un'analisi annuale del fattore di ombreggiamento, effettuata al variare di alcuni parametri geometrici dei sistemi ombreggianti, per orientamenti Sud, Est/Ovest e Nord.

Per tutte le simulazioni, la latitudine di riferimento è quella di Torino (circa 45°N).

Il coefficiente di riflessione del terreno adottato è pari a 0,2.

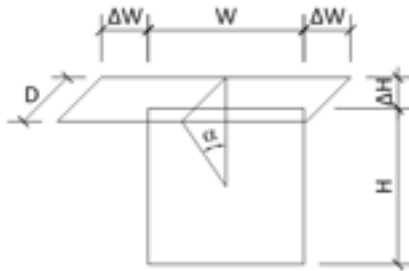


Figura 11.1 – Geometria di riferimento per aggetti orizzontali.

Il sistema finestra-dispositivi ombreggianti prevede, se non è specificato altrimenti, una finestra di forma quadrata.

Quando il parametro sottoposto ad analisi non è la distanza dell'aggetto orizzontale o della banda laterale dalla finestra, si assume distanza nulla.

Quando il parametro sottoposto ad analisi non è l'estensione dell'aggetto orizzontale o della banda laterale oltre i bordi della finestra, si assume estensione nulla.

Ogni analisi relativa alle bande laterali è stata effettuata considerando la loro presenza su entrambi i lati della finestra.

### **11.1. Aggetti e bande di profondità variabile**

Assumendo come variabile l'angolo con cui il baricentro di una finestra vede un oggetto orizzontale o delle bande laterali (cfr. figura 11.1), si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti con estensione nulla dal bordo della finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 11.2, 11.3 e 11.4.

Per esposizione sud, si può osservare una maggiore efficacia degli aggetti orizzontali nello schermare la radiazione solare durante mesi estivi, quando il sole è alto sull'orizzonte, e quando una riduzione dell'irraggiamento è maggiormente richiesta. Durante i mesi invernali, invece, la diminuzione del fattore di ombreggiamento all'aumentare della profondità di un oggetto non è altrettanto marcata, permettendo così un utilizzo degli apporti gratuiti ancora soddisfacente.

In presenza di bande laterali, a seconda dell'angolo di vista, la loro efficacia tende ad essere massima nei mesi primaverili o autunnali, quando l'altezza del sole sull'orizzonte è ancora relativamente bassa, per poi avere un'efficacia minima in corrispondenza dei mesi estivi, quando l'altezza solare è massima. Per angoli di vista limitati si osserva invece un andamento inverso, e molto appiattito.

Per esposizioni est/ovest, un aumento della profondità di un oggetto orizzontale è in grado di ridurre la radiazione incidente sulla finestra nei mesi estivi, mentre ha effetto molto limitato durante i mesi invernali. La presenza di una banda laterale sul lato sud, invece, comporta un'elevata riduzione del fattore di ombreggiamento in inverno, mentre il fattore di ombreggiamento assume valori più elevati durante i mesi estivi, quando il sole sorge e tramonta nei quadranti nord-est e nord-ovest.

Per esposizione nord, l'andamento del fattore di ombreggiamento in presenza di un oggetto orizzontale è pressoché costante durante l'intero arco dell'anno. In presenza di bande laterali, invece, si osserva una riduzione del fattore di ombreggiamento durante i mesi estivi, quando si ha radiazione diretta incidente sulla finestra.



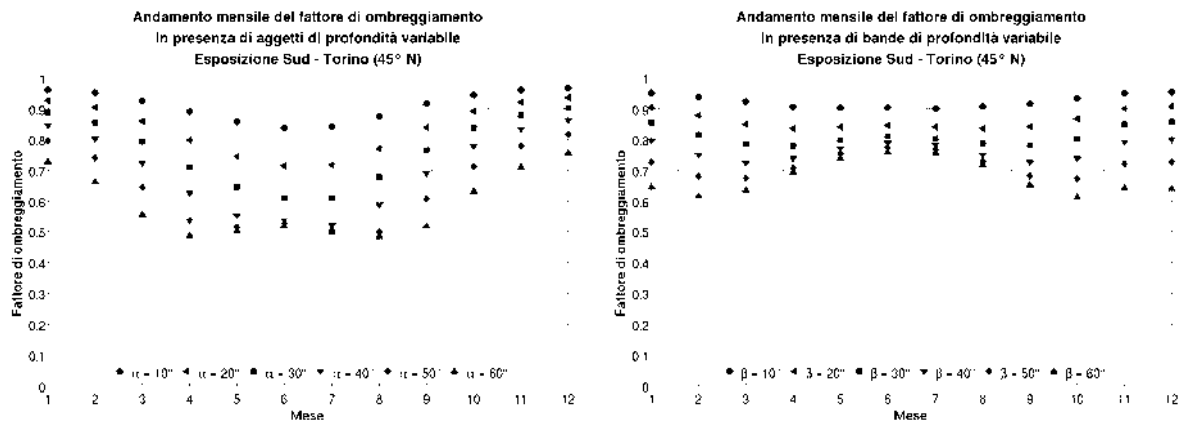


Figura 11.2 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di profondità variabile. Esposizione sud.

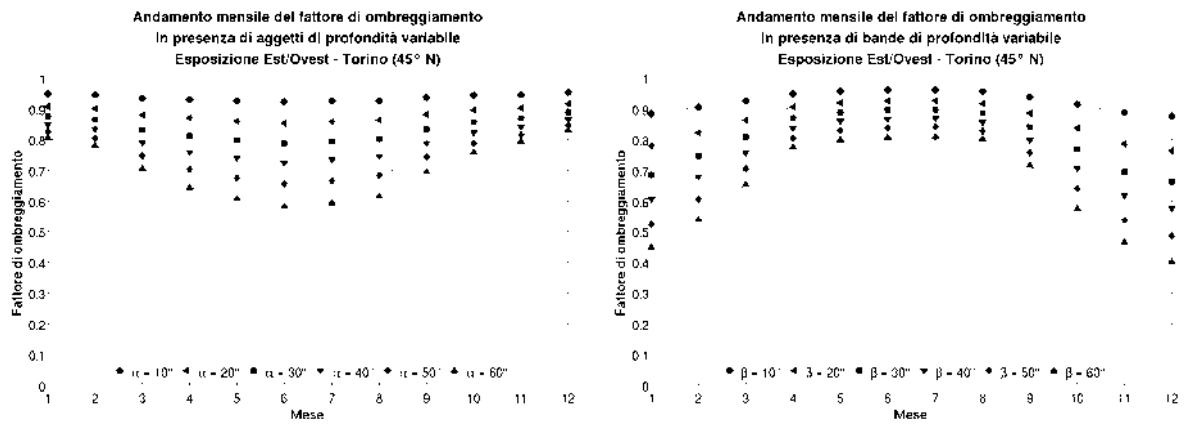


Figura 11.3 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di profondità variabile. Esposizione est/ovest.

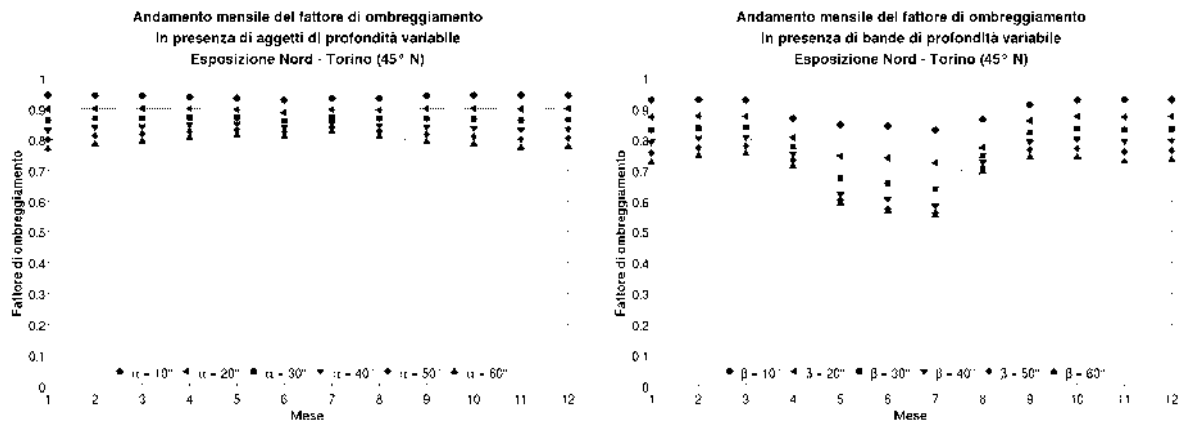


Figura 11.4 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di profondità variabile. Esposizione nord.

## **11.2. Aggetti e bande di estensione variabile rispetto al bordo della finestra**

Assumendo come variabile l'estensione di un oggetto orizzontale o di bande laterali oltre il bordo della finestra (cfr. figura 11.1), si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti con profondità fissata e distanza nulla dalla finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 11.5, 11.6 e 11.7.

Per esposizione sud, un incremento dell'estensione di un oggetto orizzontale oltre i bordi della finestra ha effetto nel ridurre la radiazione solare incidente durante i mesi estivi, mentre ha effetto trascurabile durante i mesi invernali. Ad ogni modo, esiste un limite per il quale un ulteriore incremento della larghezza di un oggetto non apporta più modifiche nell'andamento del fattore di ombreggiamento.

Anche una maggiore estensione delle bande laterali comporta una riduzione dell'irraggiamento in estate, fino al raggiungimento, anche in questo caso, di un limite oltre il quale un ulteriore incremento di altezza non apporta altri miglioramenti.

Per esposizioni est/ovest, un incremento della larghezza di un oggetto orizzontale apporta modifiche molto limitate al fattore di ombreggiamento, con ulteriori riduzioni che tendono rapidamente a zero. Un comportamento analogo si osserva in presenza di bande laterali.

Per esposizione nord, sia in presenza di oggetti orizzontali che di bande laterali, valgono le stesse considerazioni riguardanti le esposizioni est/ovest.

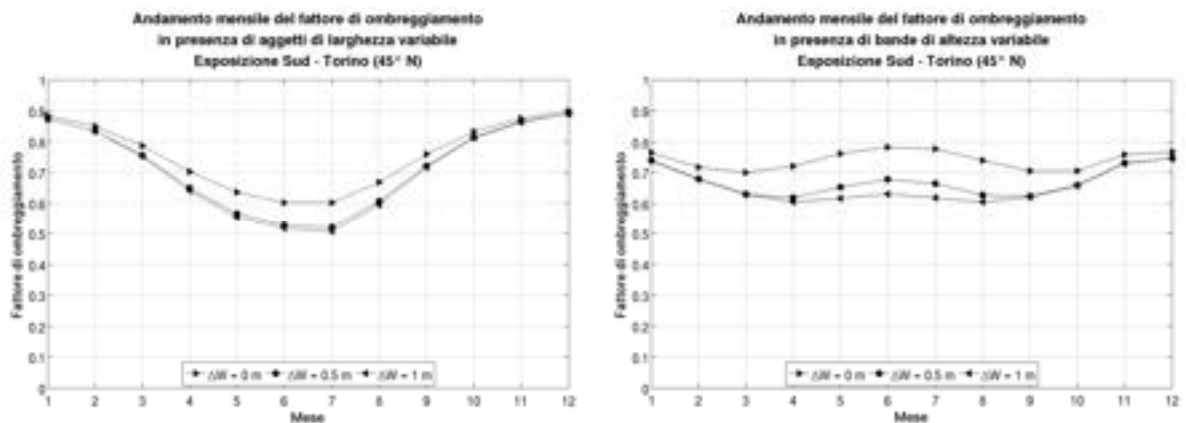


Figura 11.5 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di larghezza o altezza variabile. Esposizione sud.

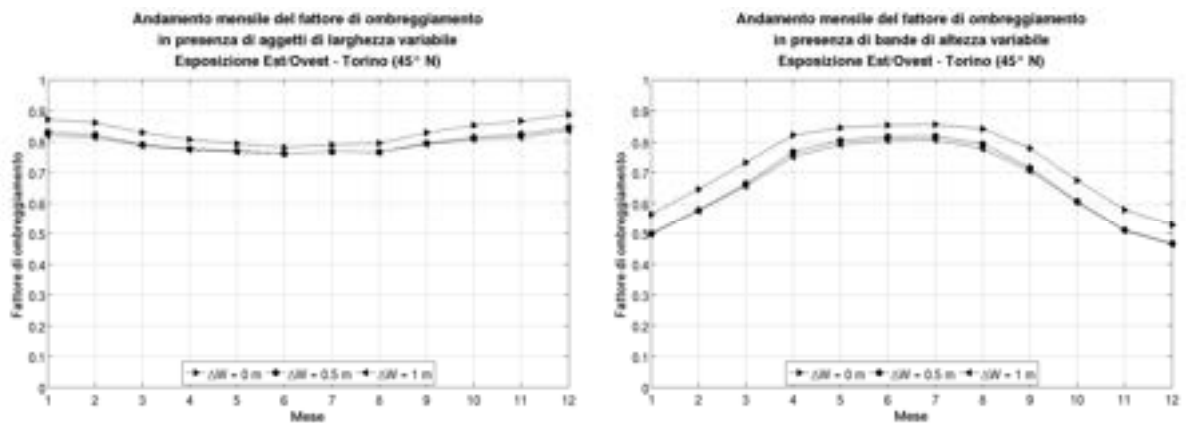


Figura 11.6 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e bande laterali (a destra) di larghezza o altezza variabile. Esposizione est/ovest.

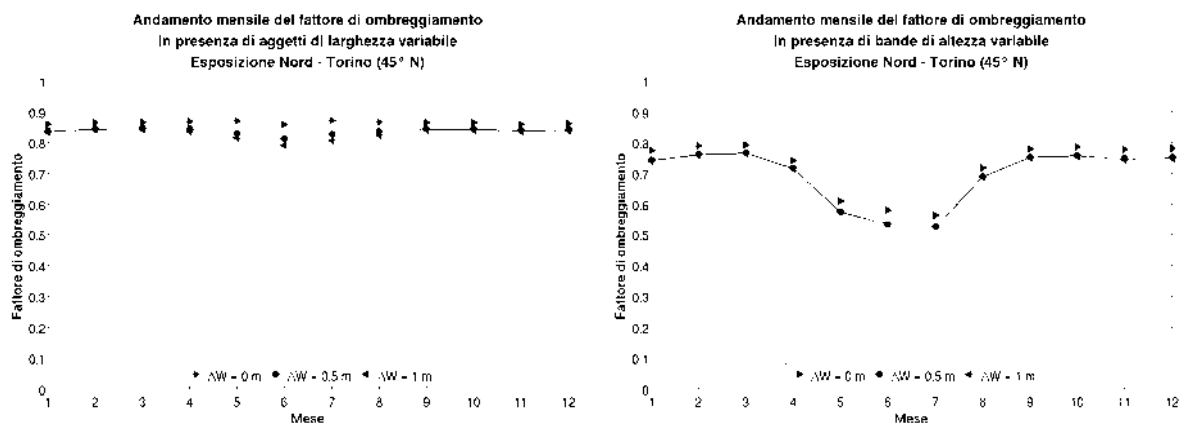


Figura 11.7 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di larghezza o altezza variabile. Esposizione nord.

### **11.3. Aggetti e bande posti a distanza variabile della finestra**

Assumendo come variabile la distanza di aggetti orizzontali o di bande laterali dal bordo della finestra (cfr. figura 11.1), si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti di profondità fissa e con estensione nulla dal bordo della finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 11.8, 11.9 e 11.10.

Si può osservare come, indipendentemente dal caso analizzato, una maggiore distanza di aggetti o bande dalla finestra comporti un traslazione della curva verso l'alto, con un conseguente aumento del fattore di ombreggiamento.

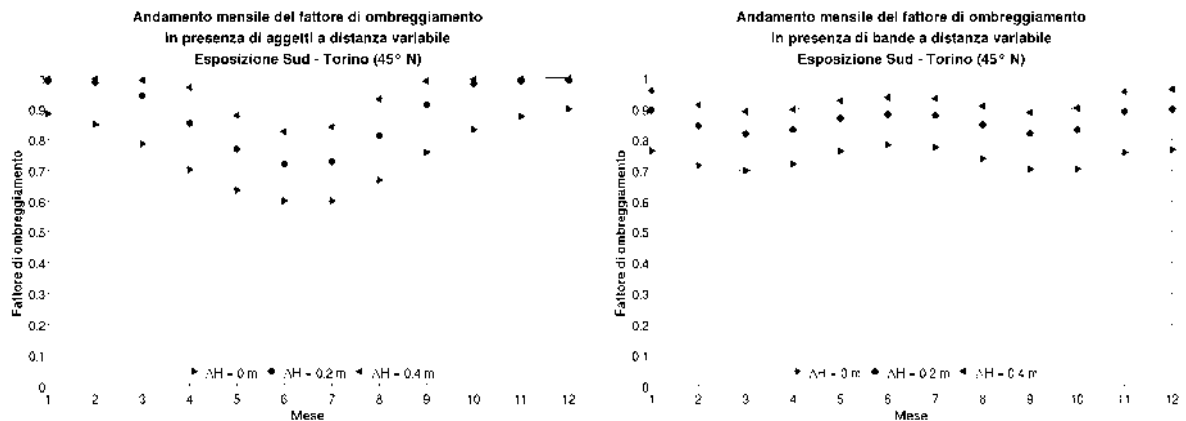


Figura 11.8 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) a distanza dalla finestra variabile. Esposizione S.

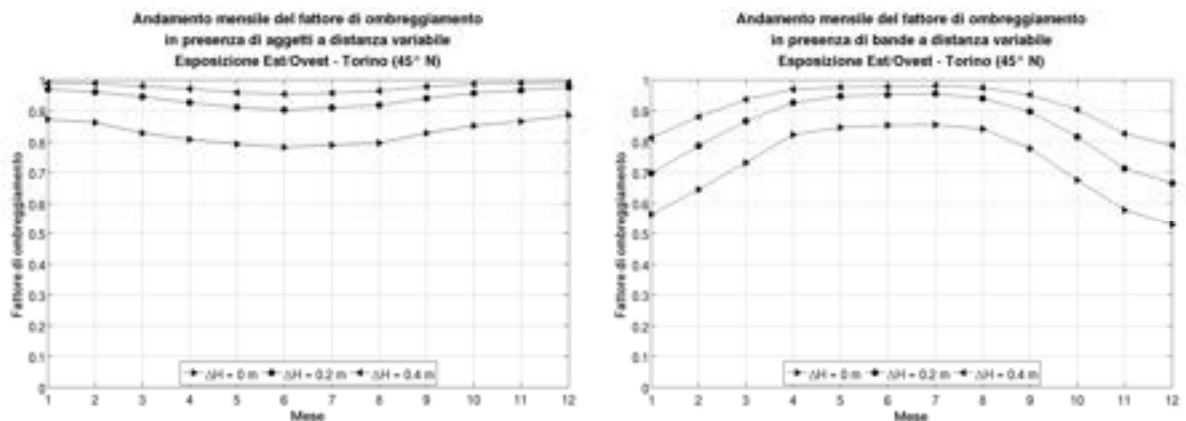


Figura 11.9 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e bande laterali (a destra) a distanza dalla finestra variabile. Esposizioni E/O.

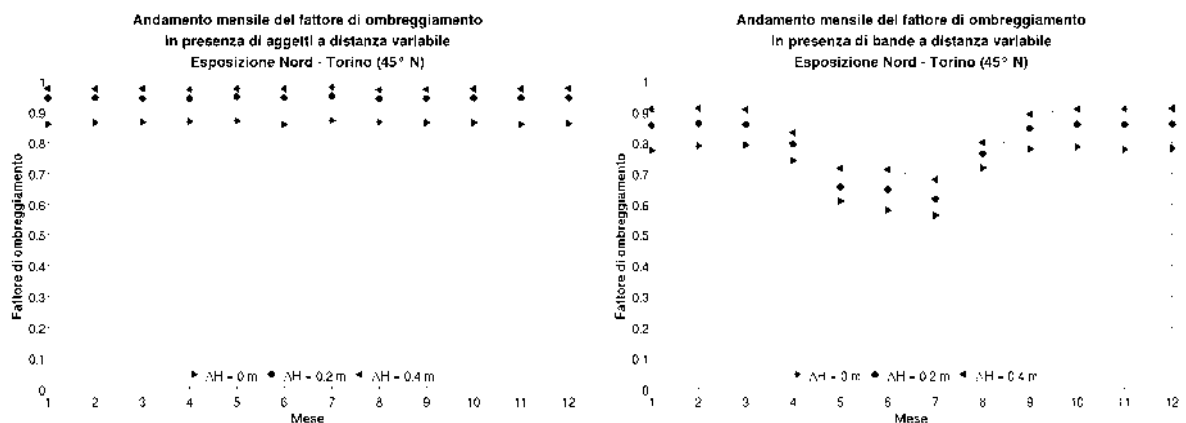


Figura 11.10 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) a distanza dalla finestra variabile. Esposizione N.

#### **11.4. Aggetti e bande in presenza di finestre di forma variabile**

Assumendo come variabile il rapporto W/H tra la larghezza e l'altezza della finestra, si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti di profondità fissata posti a distanza nulla dalla finestra e con estensione nulla dai bordi della finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 11.11, 11.12 e 11.13.

In primo luogo, si può osservare come, indipendentemente dall'esposizione, l'efficacia degli aggetti orizzontali sia maggiore per finestre che hanno rapporti W/H elevati (finestre più larghe che alte), mentre l'efficacia delle bande laterali aumenta per finestre che hanno  $W/H < 1$  (finestre più alte che larghe).

Per esposizione sud, in presenza di aggetti orizzontali, differenze nella forma della finestra sono trascurabili in inverno, per farsi via via più accentuate in estate. In presenza di bande laterali, invece, un rapporto W/H che predilige un'altezza maggiore della finestra porta a marcate riduzioni del fattore di ombreggiamento durante l'intero arco dell'anno.

Per esposizioni est/ovest, in presenza di aggetti orizzontali, un diverso rapporto di forma della finestra ha lieve influenza sull'andamento annuale del fattore di ombreggiamento. In presenza di bande laterali, invece, un rapporto W/H che predilige un'altezza maggiore della finestra comporta marcate riduzioni del fattore di ombreggiamento specialmente in inverno, mentre, durante i mesi estivi, tale riduzione è sempre presente ma non altrettanto accentuata.

Per esposizioni nord, un diverso rapporto di forma della finestra in presenza di aggetti orizzontali non comporta particolari modifiche al fattore di ombreggiamento, sebbene, per finestre larghe, si possa osservare una maggiore efficacia della schermatura durante i mesi estivi. In presenza di bande laterali, invece, una forma che predilige un rapporto  $W/H < 1$  comporta riduzioni del fattore di ombreggiamento durante l'intero arco dell'anno, con un'intensità maggiore durante i mesi estivi.

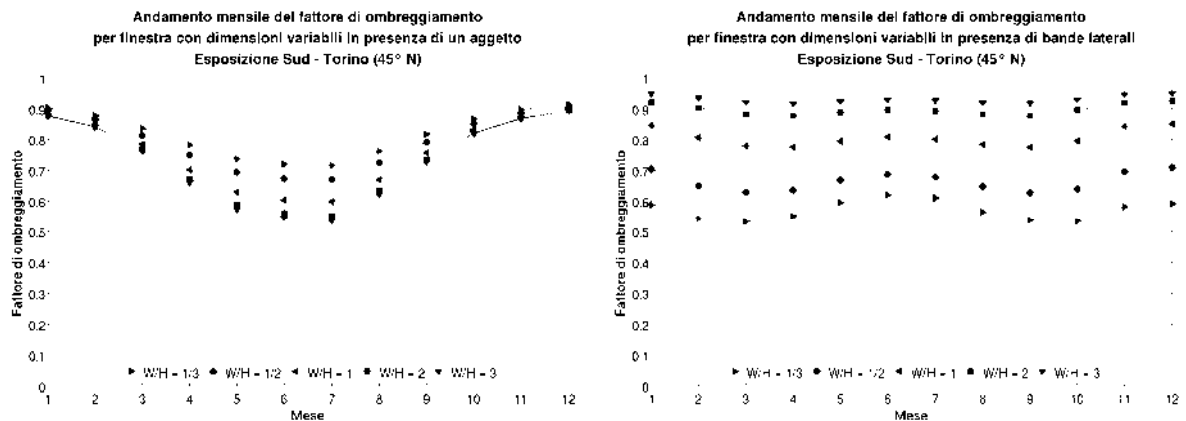


Figura 11.11 – Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) con forma della finestra variabile. Esposizione S.

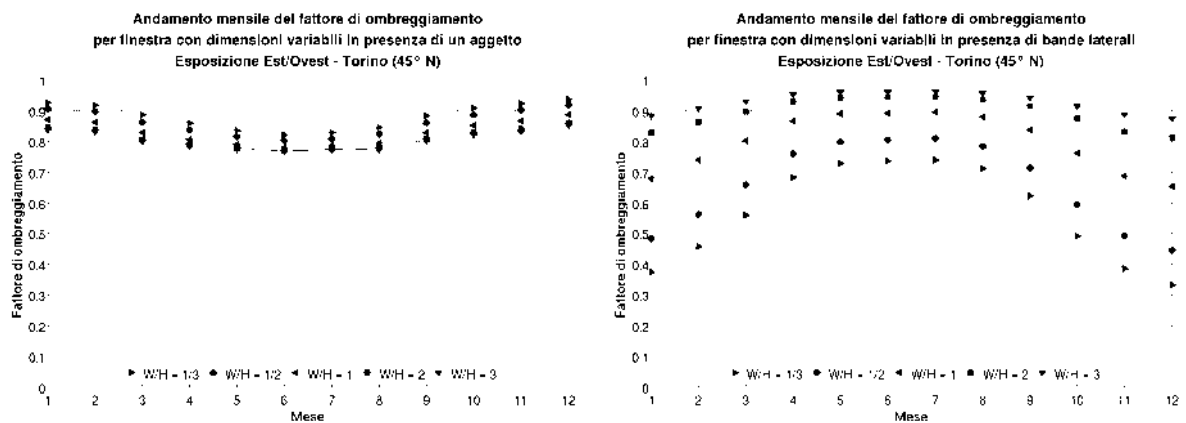


Figura 11.12– Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e bande laterali (a destra) con forma della finestra variabile. Esposizioni E/O.

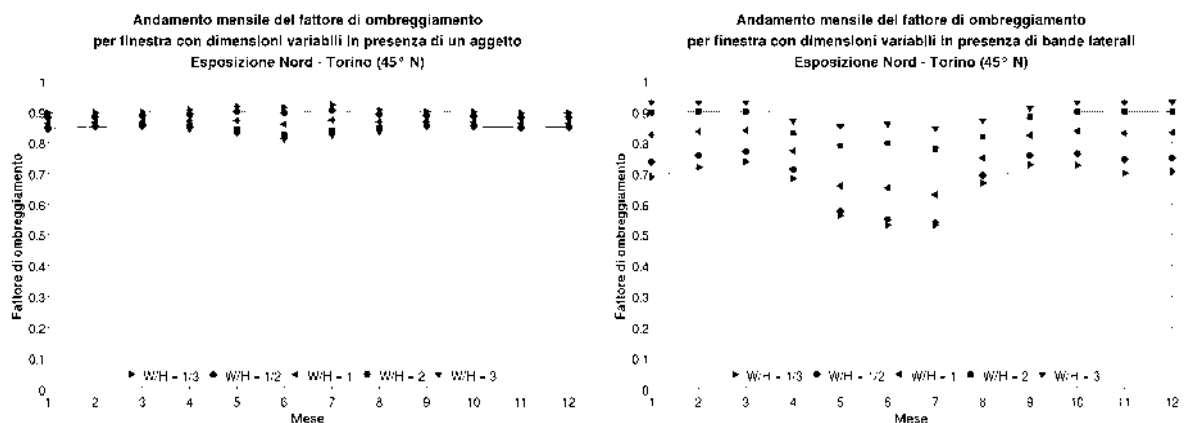


Figura 11.13– Analisi mensile del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) con forma della finestra variabile. Esposizione N.

## **12. ANDAMENTO ORARIO ESTIVO DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO**

Con riferimento alle condizioni estive di progetto (21 luglio), viene di seguito riportata un'analisi oraria del fattore di ombreggiamento, effettuata al variare di alcuni parametri geometrici dei sistemi ombreggianti, per orientamenti Sud, Est/Ovest e Nord.

Per tutte le simulazioni, la latitudine di riferimento è quella di Torino (circa 45°N). È stato considerato un coefficiente di riflessione del terreno pari a 0,2.

Il sistema finestra-dispositivi ombreggianti prevede, se non è specificato altrimenti, una finestra di forma quadrata.

Quando il parametro sottoposto ad analisi non è la distanza dell'oggetto orizzontale o della banda laterale dalla finestra, si assume distanza nulla.

Quando il parametro sottoposto ad analisi non è l'estensione dell'oggetto orizzontale o della banda laterale oltre i bordi della finestra, si assume estensione nulla.

Per esposizione ovest, i grafici sono simmetrici a quelli relativi ad esposizione est.

### **12.1. Oggetti e bande di profondità variabile**

Assumendo come variabile l'angolo con cui il baricentro di una finestra vede un oggetto orizzontale o delle bande laterali (cfr. figura 11.1), si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti con estensione nulla dal bordo della finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 12.1, 12.2 e 12.3.

Per esposizione sud, si può osservare come la profondità di un oggetto orizzontale abbia un'elevata incidenza sul fattore di ombreggiamento. Il valore minimo si presenta a mezzogiorno, quando il sole raggiunge l'altezza massima sull'orizzonte. Al contrario, in presenza di bande laterali, a mezzogiorno si riscontra il valore massimo, in quanto i raggi solari sono ad esse paralleli.

Per esposizione est, la presenza di un oggetto orizzontale è pressoché inutile di primo mattino, quando il sole è basso sull'orizzonte. La sua efficacia aumenta col passare delle ore, con un fattore di ombreggiamento minimo in tarda mattinata. In presenza di bande laterali, i valori minimi si presentano al sorgere del sole e in tarda mattinata, mentre il valore massimo si ha quando il sole è situato di fronte alla finestra. Durante le ore pomeridiane, una volta che il sole si trova dietro la superficie, la presenza di dispositivi ombreggianti ha effetto sulla sola radiazione diffusa.

Per esposizione nord, la profondità di un oggetto orizzontale non comporta una riduzione particolarmente evidente del fattore di ombreggiamento. Il valore minimo, sia in presenza di oggetti orizzontali che di bande laterali, si riscontra di primo mattino o tardo pomeriggio, quando si ha presenza di radiazione diretta sulla finestra. Tuttavia, la presenza di bande laterali denota la possibilità di ridurre la radiazione diretta incidente sulla finestra molto più che non in presenza di un oggetto, per via della bassa altezza del sole sull'orizzonte.



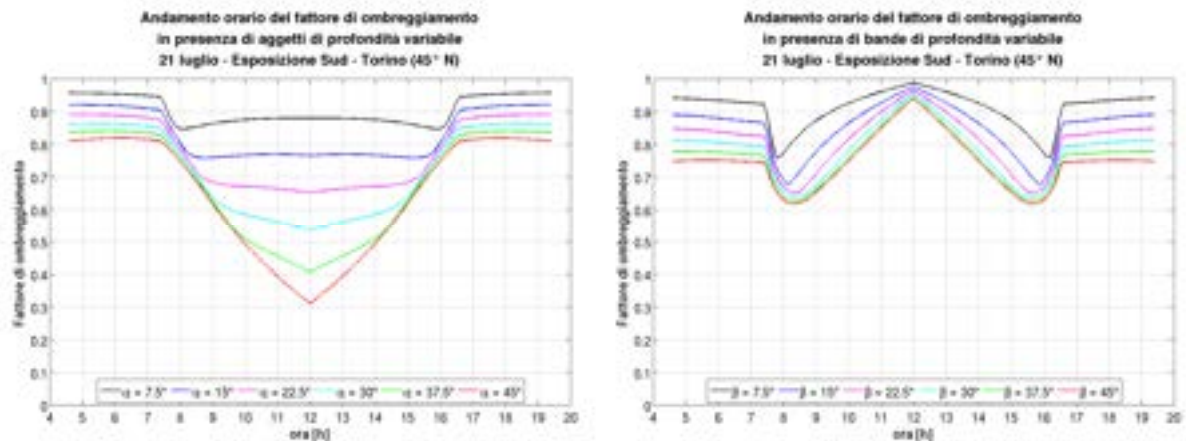


Figura 12.1 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di profondità variabile. Esposizione sud.

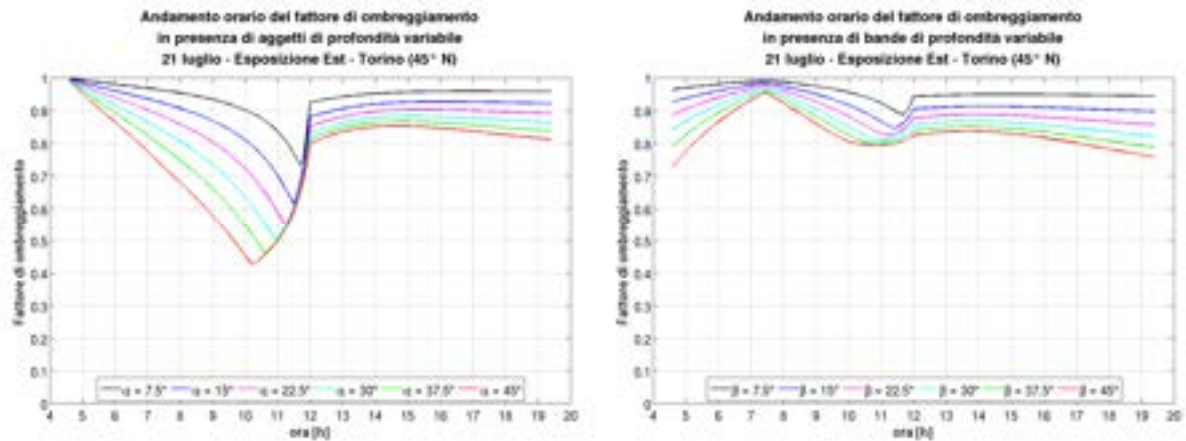


Figura 12.2 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di profondità variabile. Esposizione est.

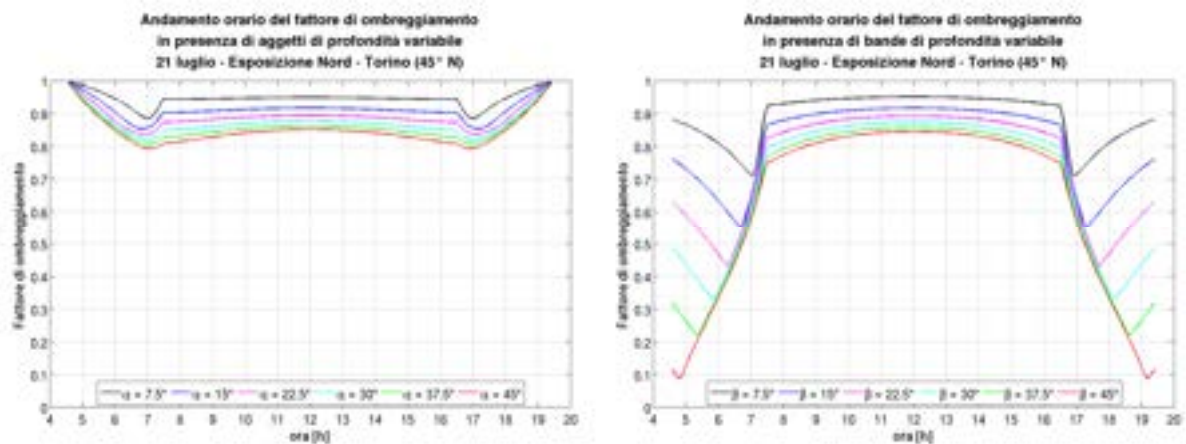


Figura 12.3 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di profondità variabile. Esposizione nord.

## **12.2. Aggetti e bande di estensione variabile rispetto al bordo della finestra**

Assumendo come variabile l'estensione di un oggetto orizzontale o di bande laterali oltre il bordo della finestra (cfr. figura 11.1), si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti con profondità fissata e distanza nulla dalla finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 12.4, 12.5 e 12.6.

Per esposizione sud, si può osservare come un aumento dell'estensione laterale di un oggetto orizzontale comporti un miglioramento della sua efficienza, in grado di portare il valore minimo del fattore di ombreggiamento, da mezzogiorno, alle ore della media mattinata o del medio pomeriggio. L'incremento di efficienza non è proporzionale all'aumento dell'estensione dell'oggetto: in seguito ad una riduzione molto marcata del fattore di ombreggiamento per estensioni limitate, si raggiunge un punto per il quale un incremento ulteriore dell'estensione non apporta modifiche all'andamento del fattore di ombreggiamento. In presenza di bande laterali, sebbene il valore massimo continui a presentarsi a mezzogiorno, un incremento dell'estensione della banda oltre il bordo della finestra comporta una riduzione del fattore di ombreggiamento nelle ore mattutine e pomeridiane. Anche in questo caso, una volta ottenuta una riduzione marcata a seguito di un ridotto incremento dell'altezza della banda, si raggiunge un punto per il quale un aumento ulteriore dell'estensione non apporta ulteriori modifiche all'andamento del fattore di ombreggiamento.

Per esposizione est, un incremento dell'estensione laterale di un oggetto orizzontale è pressoché inutile nelle ore mattutine, ma comporta una riduzione del fattore di ombreggiamento in tarda mattinata. Ancora più che per esposizione sud, elevati incrementi della larghezza dell'oggetto non hanno ulteriore effetto.

In presenza di bande laterali, un aumento della loro altezza è in grado di ridurre il valore minimo del fattore di ombreggiamento in maniera efficace.

Per esposizione nord, un aumento dell'estensione laterale di un oggetto orizzontale è in grado di ridurre efficacemente il valore minimo del fattore di ombreggiamento, mentre un incremento dell'altezza delle bande laterali apporta modifiche molto limitate, raggiungendo rapidamente un valore limite per il quale non si hanno ulteriori effetti.

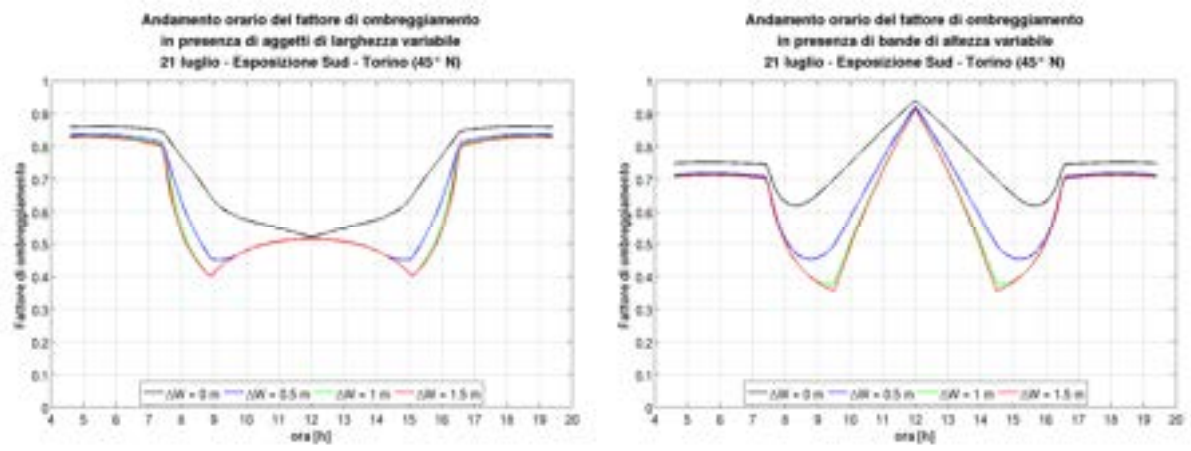


Figura 12.4 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di larghezza o altezza variabile. Esposizione sud.

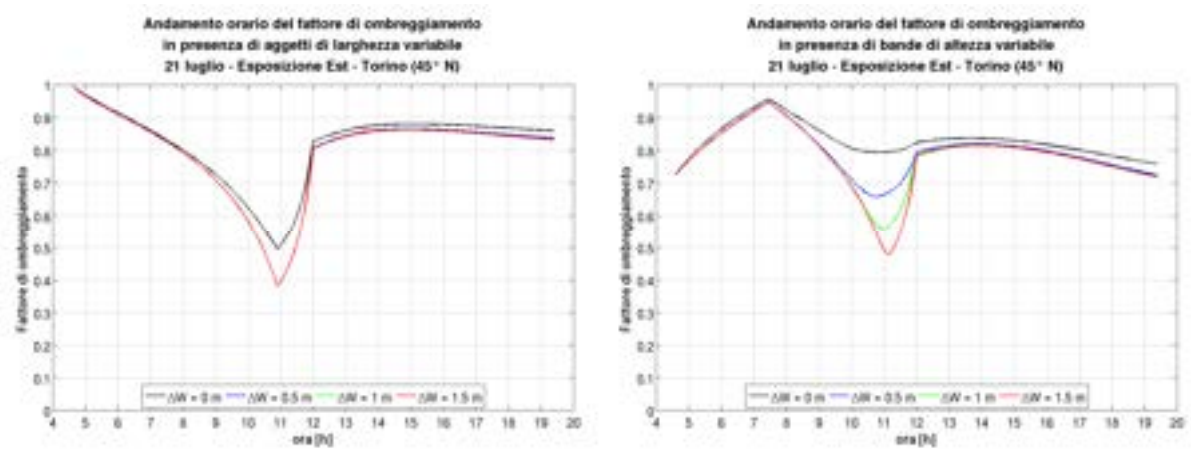


Figura 12.5 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di larghezza o altezza variabile. Esposizione est.

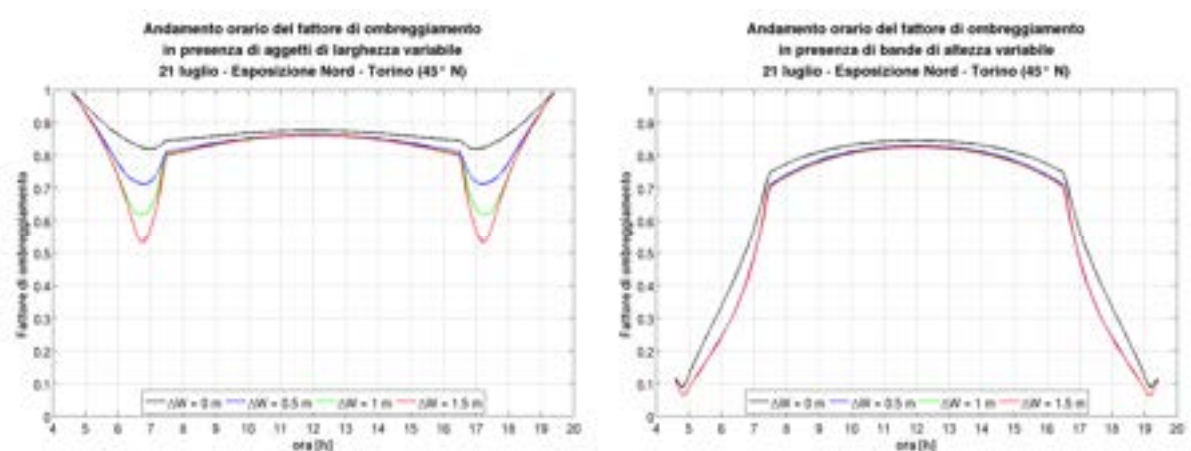


Figura 12.6 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) di larghezza o altezza variabile. Esposizione nord.

### **12.3. Aggetti e bande posti a distanza variabile della finestra**

Assumendo come variabile la distanza di oggetti orizzontali o di bande laterali dal bordo della finestra (cfr. figura 11.1), si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti di profondità fissa e con estensione nulla dal bordo della finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 12.7, 12.8 e 12.9.

In primo luogo, si può osservare come, indipendentemente dal caso analizzato, una maggiore distanza di oggetti o bande dalla finestra comporti un traslazione della curva verso l'alto, con un conseguente aumento del fattore di ombreggiamento.

Per esposizione sud, in presenza di oggetti orizzontali, fin tanto che l'oggetto è in grado di proiettare ombra sulla finestra non si riscontra una sostanziale modifica nella forma della curva. In presenza di bande laterali, invece, al crescere della distanza delle bande dalla finestra, la curva tende ad appiattirsi intorno a mezzogiorno, in quanto non viene più proiettata ombra sulla finestra e quindi si ha riduzione della sola radiazione diffusa.

Per esposizione est, in presenza di oggetti orizzontali, si osserva una traslazione del momento in cui questi iniziano a ridurre la radiazione diretta verso le ore della più tarda mattinata. Il valore minimo del fattore di ombreggiamento risulta essere direttamente proporzionale alla distanza dell'oggetto dalla finestra.

In presenza di bande laterali, una distanza eccessiva dalla finestra può portare alla totale inefficacia nel bloccare la radiazione diretta. Per distanze intermedie si osserva un "appiattimento" del massimo della curva: l'intervallo di tempo durante il quale le bande risultano inefficaci nello schermare la radiazione diretta passa da un istante a un periodo di durata via via crescente.

Per esposizione nord, un aumento della distanza dell'oggetto orizzontale dalla finestra comporta un aumento del fattore di ombreggiamento, con un rapido raggiungimento della condizione di totale inefficacia nel bloccare la radiazione diretta, a causa della bassa altezza del sole sull'orizzonte. Anche in presenza di bande laterali, al crescere della distanza, si riscontra una minore efficacia nel bloccare la radiazione diretta, con un innalzamento del valore minimo della curva.

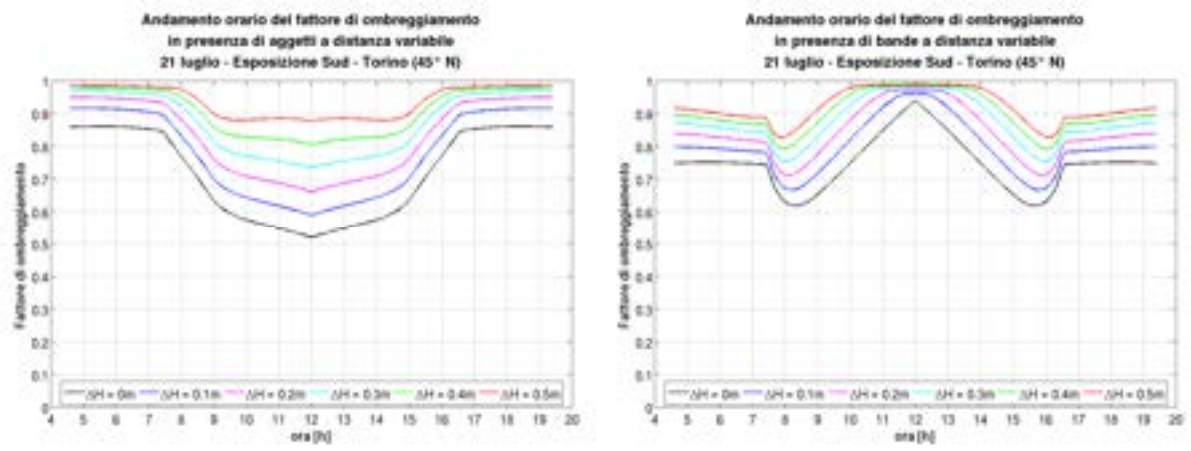


Figura 12.7 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) a distanza dalla finestra variabile. Esposizione sud.

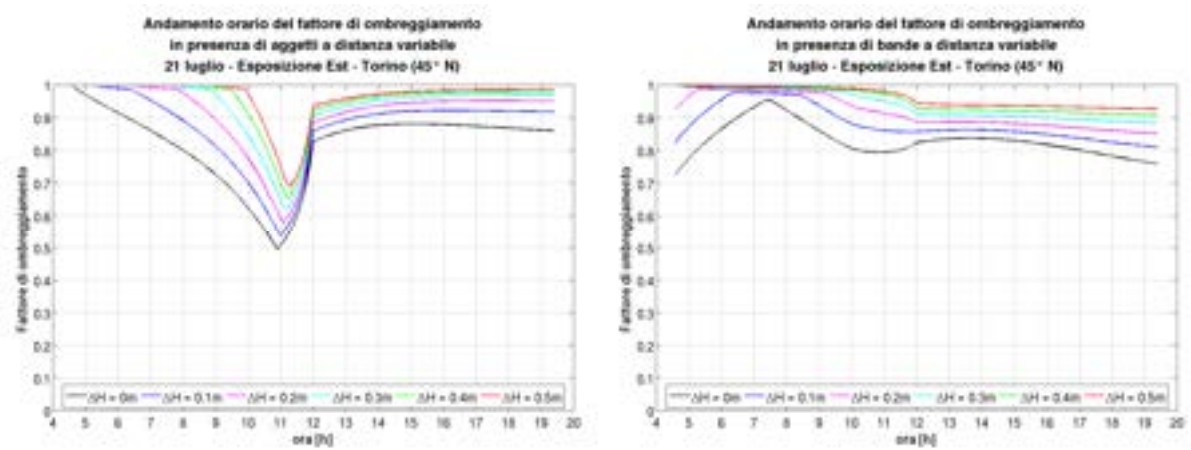


Figura 12.8 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) a distanza dalla finestra variabile. Esposizione est.

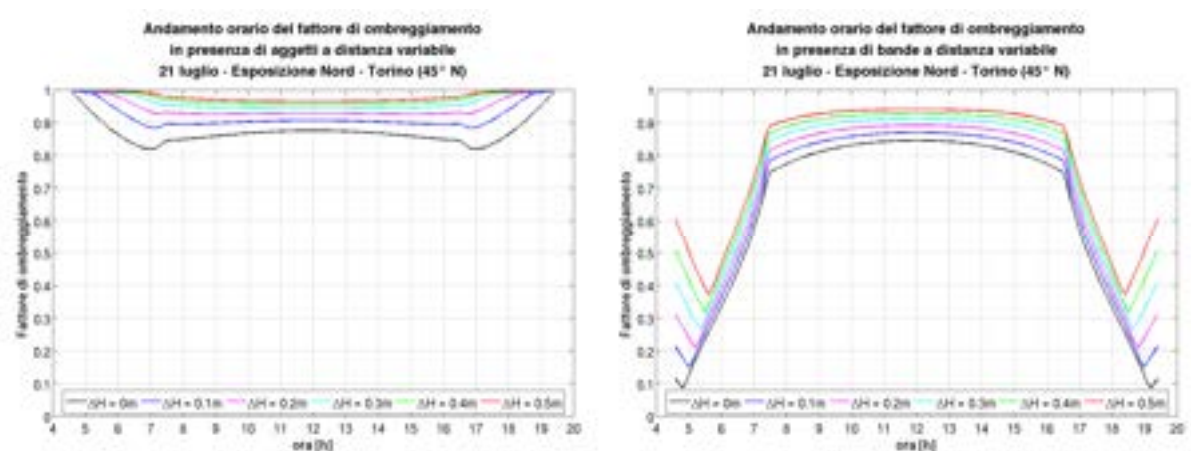


Figura 12.9 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) a distanza dalla finestra variabile. Esposizione nord.

#### 12.4. Aggetti e bande in presenza di finestre di forma variabile

Assumendo come variabile il rapporto W/H tra la larghezza e l'altezza della finestra, si analizza l'effetto di dispositivi ombreggianti di profondità fissata posti a distanza nulla dalla finestra e con estensione nulla dai bordi della finestra. I risultati ottenuti sono illustrati nelle figure 12.10, 12.11 e 12.12.

In primo luogo, si può osservare come, indipendentemente dall'esposizione, l'efficacia degli aggetti orizzontali sia maggiore per finestre che hanno rapporti W/H elevati (finestre più larghe che alte), mentre l'efficacia delle bande laterali aumenta per finestre che hanno  $W/H < 1$  (finestre più alte che larghe).

Per esposizione sud, l'efficacia maggiore degli aggetti orizzontali applicati a finestre larghe è particolarmente evidente a tutte le ore in cui si ha radiazione diretta incidente sulla finestra. Solo a mezzogiorno, quando il sole è posto di fronte alla superficie, il valore del fattore di ombreggiamento risulta indipendente dalla forma della finestra.

L'efficacia delle bande laterali applicate a finestre alte, a differenza che per gli aggetti orizzontali, è apprezzabile anche nella riduzione del fattore di ombreggiamento in presenza di sola radiazione diffusa. La variazione del fattore di ombreggiamento in funzione della forma della finestra risulta minima a mezzogiorno, seppur non nulla come per gli aggetti.

Per esposizione est, una differenza di forma della finestra non implica variazioni apprezzabili del fattore di ombreggiamento, tranne che per le ore della tarda mattinata. La differenza nel rapporto di forma risulta decisamente più apprezzabile in presenza di bande laterali, per le quali si ha una riduzione non trascurabile del fattore di ombreggiamento per finestre con  $W/H < 1$  anche in presenza di sola radiazione diffusa.

Per esposizione nord, la maggiore efficacia degli aggetti orizzontali applicati a finestre larghe comporta riduzioni apprezzabili del fattore di ombreggiamento per lo più in presenza di radiazione diretta. Per bande laterali, la riduzione del fattore di ombreggiamento durante le ore di radiazione diretta è maggiore che non tramite l'utilizzo di aggetti, e anche in presenza di sola radiazione diffusa la differenza è tutt'altro che trascurabile.

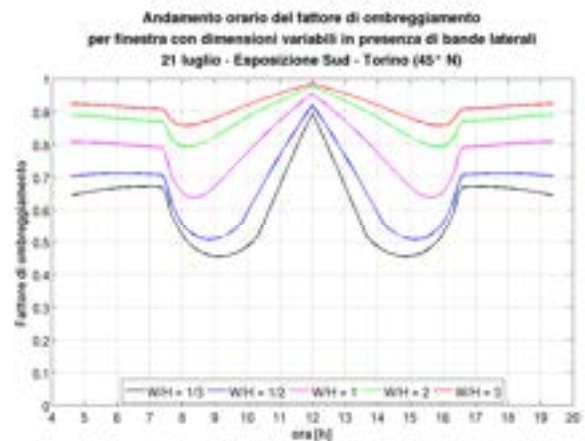
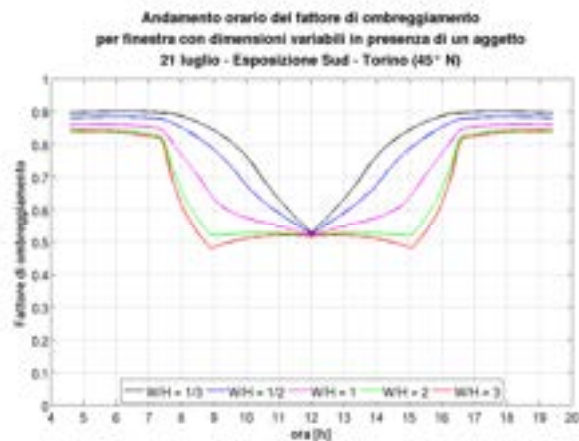


Figura 12.10 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) con forma della finestra variabile. Esposizione sud.

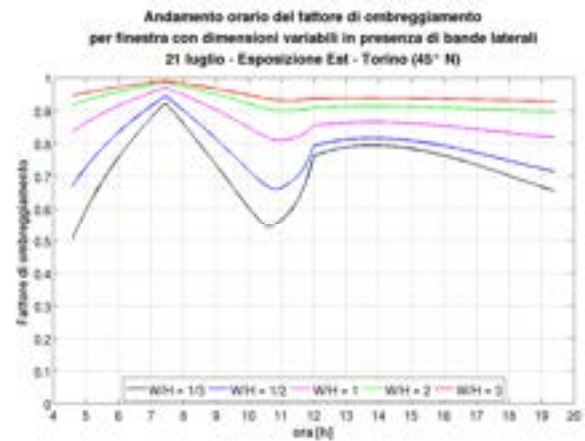
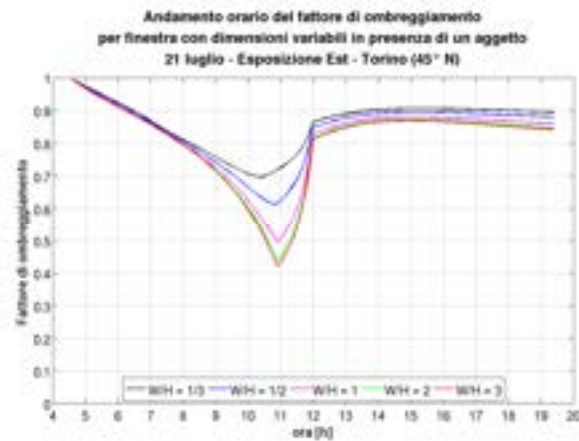


Figura 12.11 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) con forma della finestra variabile. Esposizione est.

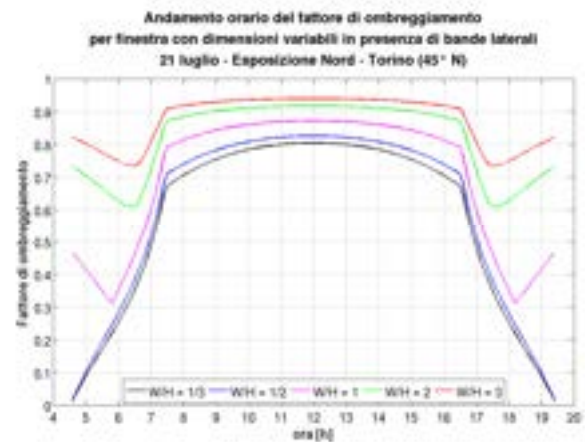
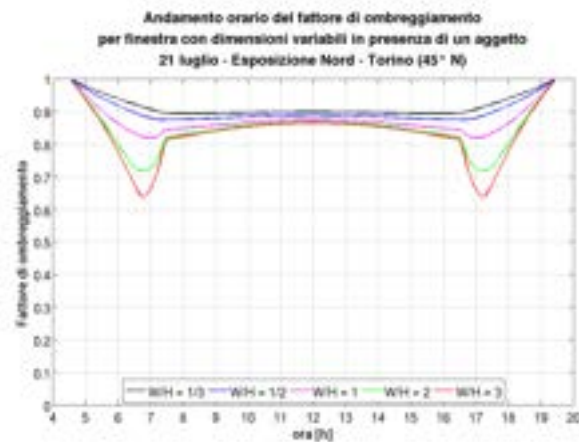


Figura 12.12 – Analisi oraria del fattore di ombreggiamento in presenza di aggetti orizzontali (a sinistra) e di bande laterali (a destra) con forma della finestra variabile. Esposizione nord.

### 13. ANALISI ANNUALE DEL FATTORE DI OMBREGGIAMENTO

Con riferimento alle condizioni medie mensili, viene di seguito riportata un'analisi annuale del fattore di ombreggiamento, effettuata al variare di alcuni parametri geometrici dei sistemi ombreggianti, per orientamenti Sud, Est/Ovest e Nord.

Per tutte le simulazioni, le latitudini di riferimento sono quella di Torino (circa 45°N) e di Palermo (circa 38° N). È stato considerato un coefficiente di riflessione del terreno pari a 0,2.

Il sistema finestra-dispositivi ombreggianti prevede una finestra di forma quadrata.

Per definire la quantità di energia entrante attraverso una finestra, il fattore di ombreggiamento deve essere associato al valore di irraggiamento che si avrebbe sulla superficie in assenza di ostruzioni. Per questo motivo, al fine di dare una più chiara indicazione circa l'efficacia dei sistemi ombreggianti, ai grafici che rappresentano l'andamento mensile del fattore di ombreggiamento in funzione dei parametri geometrici che descrivono gli oggetti orizzontali e le bande laterali, sono affiancati grafici che mostrano la corrispondente riduzione degli apporti solari. Chiamato questo valore  $\Delta E$ , esso è definito come:

$$\Delta E = \Delta H_b - \Delta H_d \quad [-] \quad 13.1$$

con:

$$\Delta H_b = H_b - H_{b,s} \quad [-] \quad 13.2$$

$$\Delta H_d = H_d - H_{d,s} \quad [-] \quad 13.3$$

In questi grafici, se un punto giace su una curva iso- $\Delta E$  verticale, al fine di ottenere una riduzione dell'energia entrante nell'edificio attraverso la finestra, è necessario aumentare la profondità dell'oggetto o delle bande laterali. Se, invece, un punto è situato su una curva iso- $\Delta E$  orizzontale, è necessario aumentare l'estensione dell'oggetto o delle bande oltre i bordi della finestra. Inoltre, se due curve iso- $\Delta E$  sono molto ravvicinate, un lieve incremento delle dimensioni del sistema ombreggiante può comportare notevoli riduzioni degli apporti solari. Di contro, se sono molto distanziate, potrebbe risultare non conveniente modificarne le dimensioni.



### 13.1. Fattore di ombreggiamento medio mensile in presenza di aggetti orizzontali

Al fine di descrivere la geometria del sistema finestra-aggetto orizzontale, si introducono dei parametri adimensionali denominati K1 e K2, definiti dalle equazioni 13.4 e 13.5.

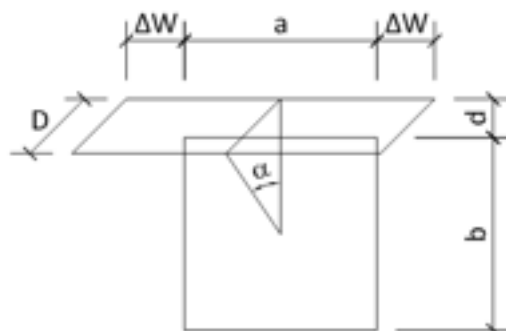


Figura 13.1 – Rappresentazione della geometria finestra-aggetto orizzontale.

$$K1 = \tan \alpha = \frac{D}{d + b/2} \quad [-] \quad 13.4$$

$$K2 = \frac{\Delta W}{a} \quad [-] \quad 13.5$$

Ogni sistema finestra-aggetto orizzontale può essere rappresentato da un punto su un diagramma K1-K2.

#### 13.1.1. Analisi dei risultati

Indagando le differenze dovute alla latitudine, si può osservare, per esposizione sud, che l'efficacia degli aggetti orizzontali incrementa avvicinandosi all'equatore, per via della maggiore altezza del sole sull'orizzonte. Tali differenze si riducono per esposizioni est/ovest, mentre, per finestre rivolte a nord, nei mesi estivi è possibile ottenere una riduzione del fattore di ombreggiamento maggiore a latitudini più elevate.

Con riferimento in particolare all'esposizione sud, si può osservare come incrementare la profondità di un aggetto orizzontale tenda ad essere efficace solo fino a un valore limite di K1, superato il quale un incremento della larghezza dell'aggetto risulta essere di maggiore utilità.

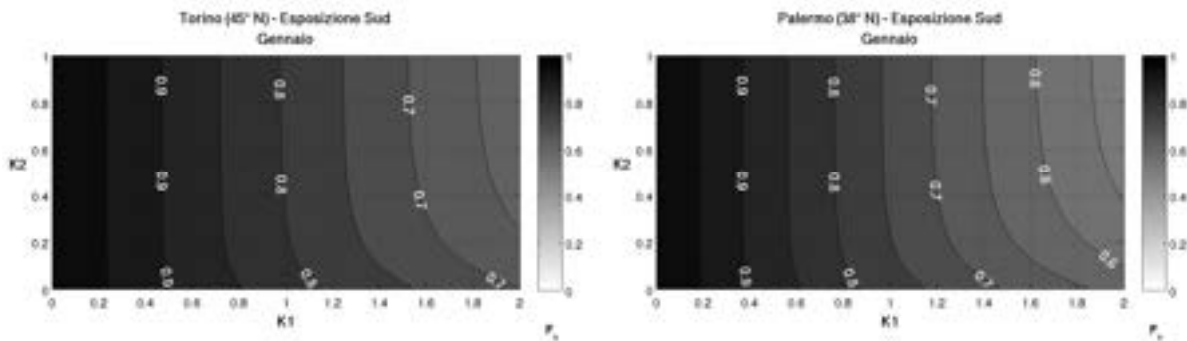


Figura 13.2 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un oggetto orizzontale con esposizione S, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

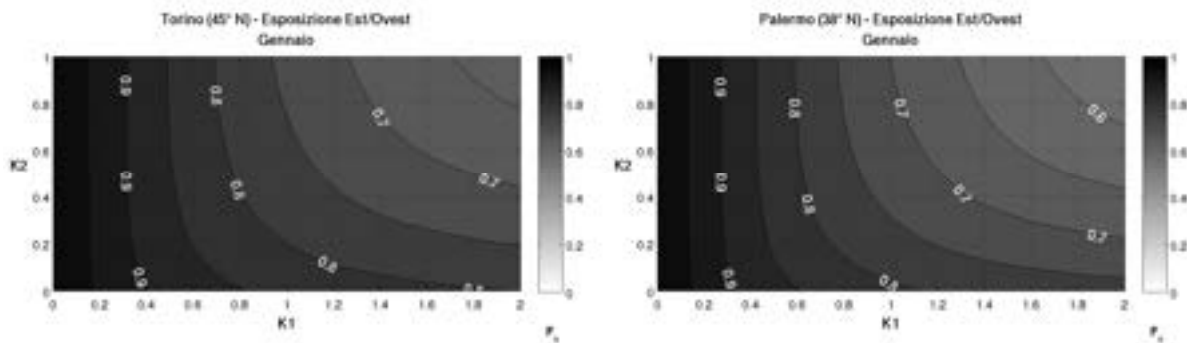


Figura 13.3 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un oggetto orizzontale con esposizione E/O, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

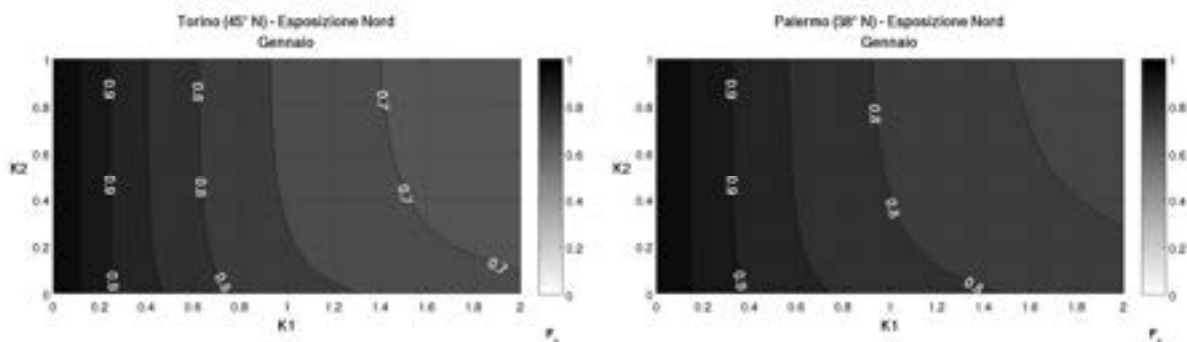


Figura 13.4 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un oggetto orizzontale con esposizione N, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

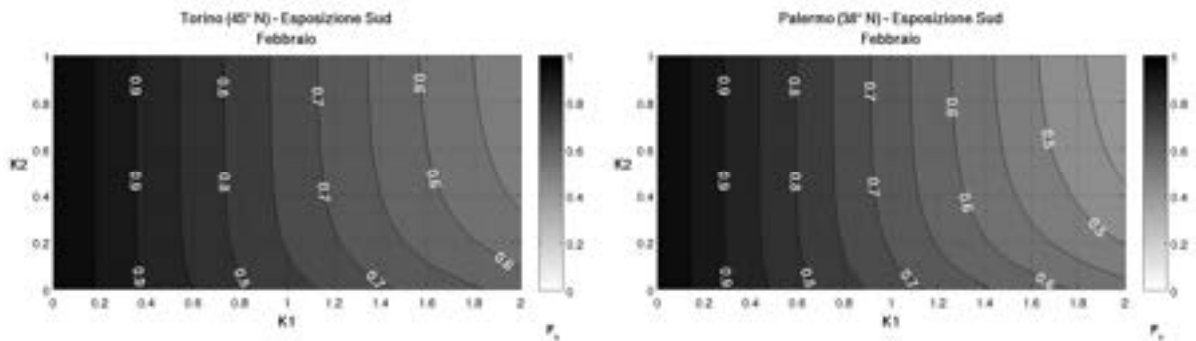


Figura 13.5 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un oggetto orizzontale con esposizione S, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

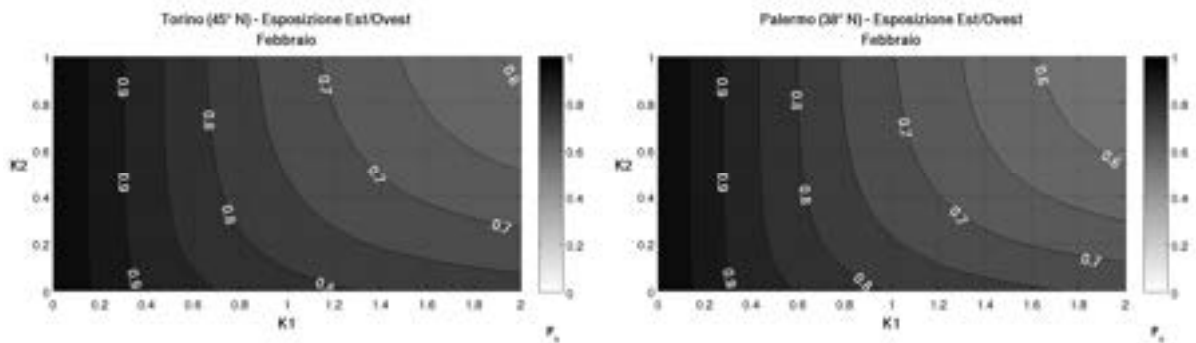


Figura 13.6 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un oggetto orizzontale con esposizione E/O, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

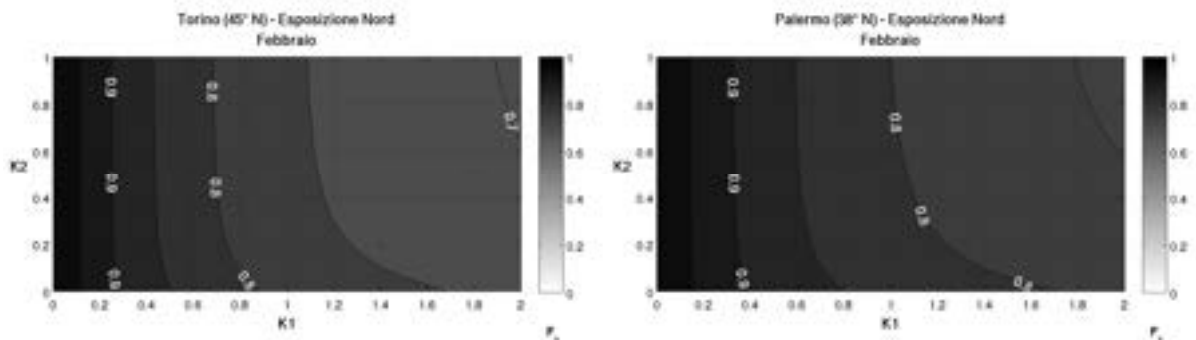


Figura 13.7 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un oggetto orizzontale con esposizione N, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

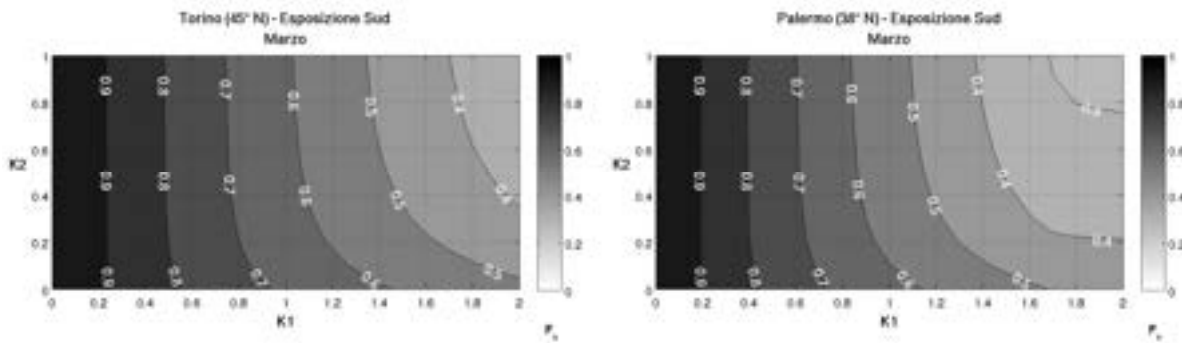


Figura 13.8 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un aggetto orizzontale con esposizione S, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

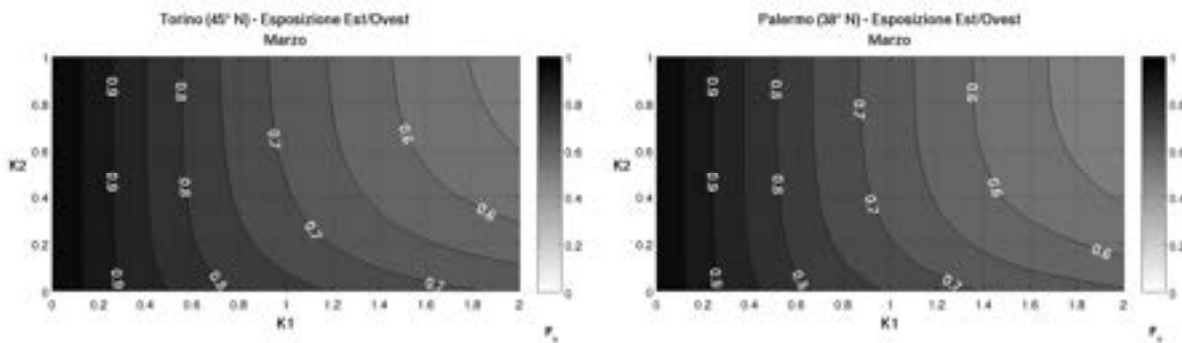


Figura 13.9 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un aggetto orizzontale con esposizione E/O, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

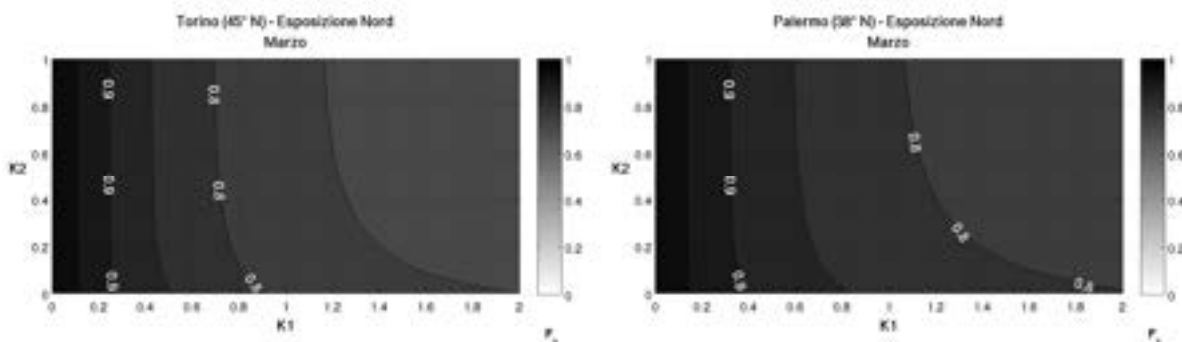


Figura 13.10 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un aggetto orizzontale con esposizione N, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

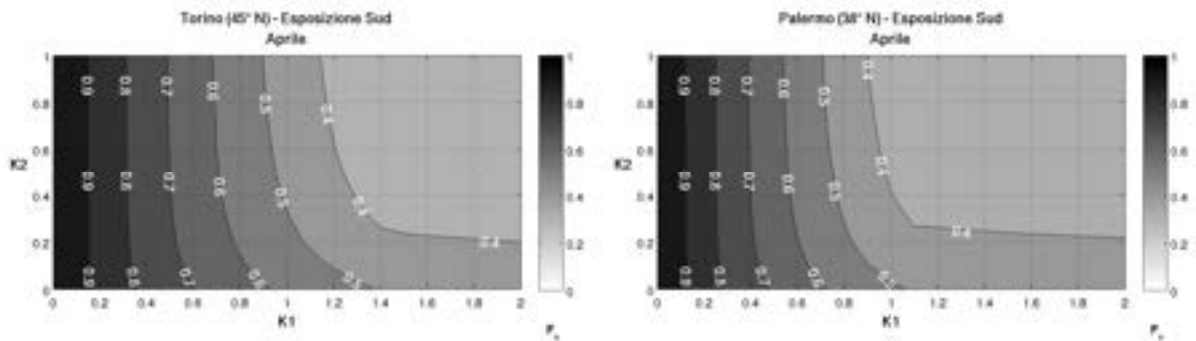


Figura 13.11 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

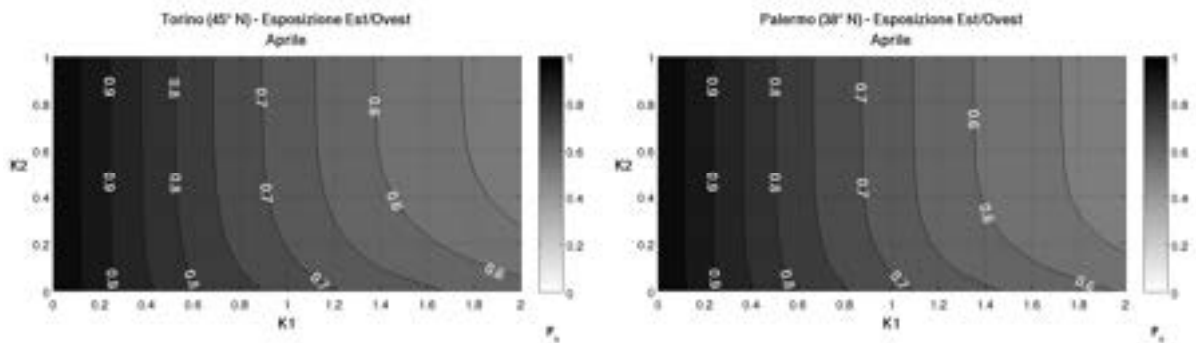


Figura 13.12 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

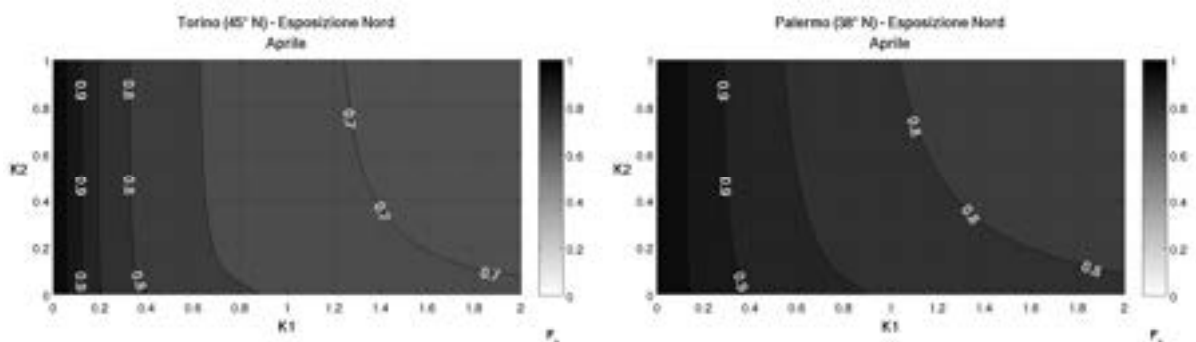


Figura 13.13 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

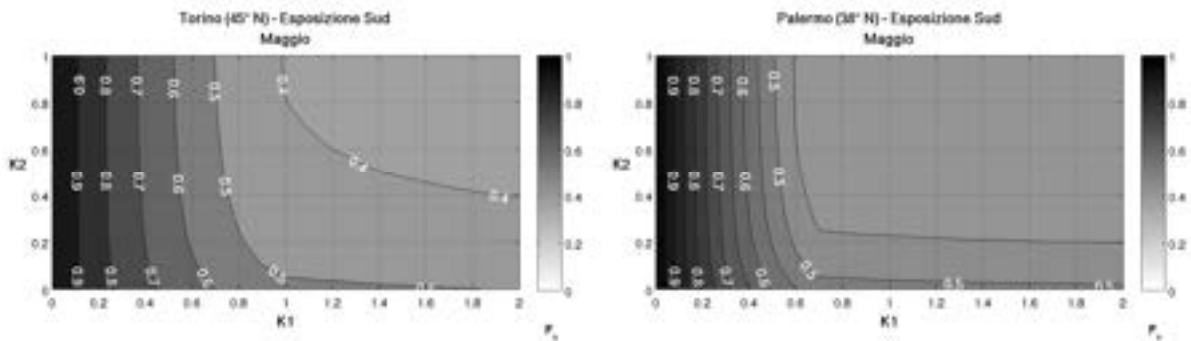


Figura 13.14 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

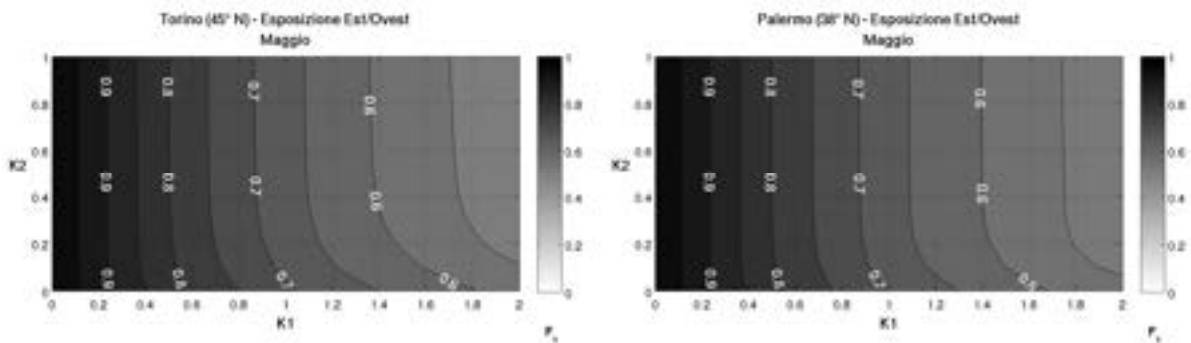


Figura 13.15 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

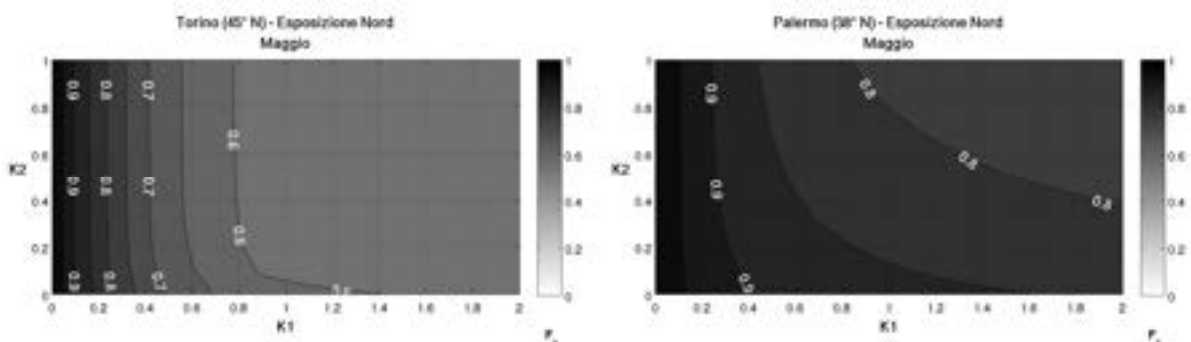


Figura 13.16 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

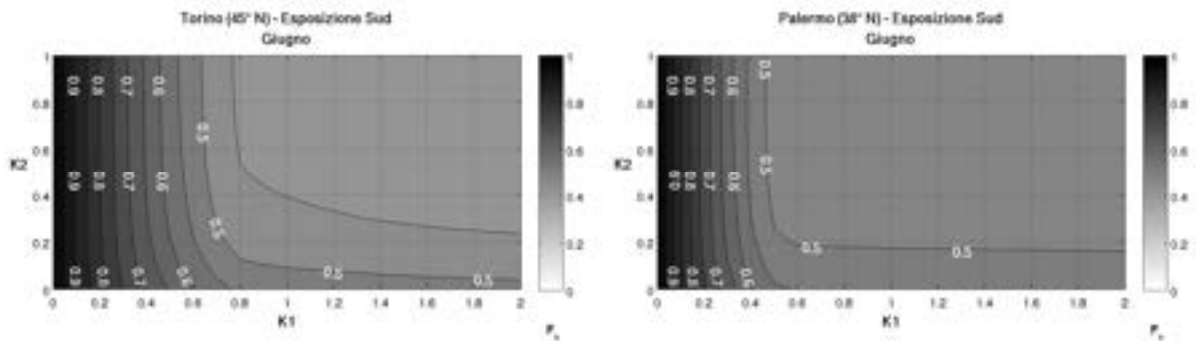


Figura 13.17 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

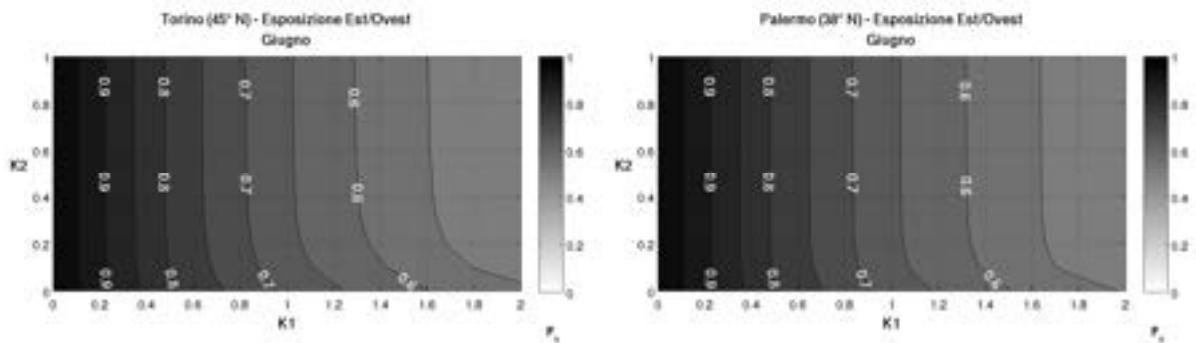


Figura 13.18 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

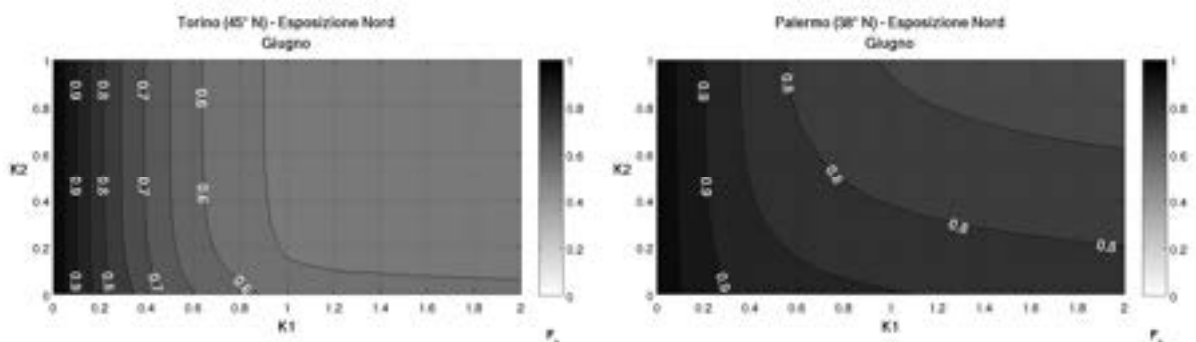


Figura 13.19 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

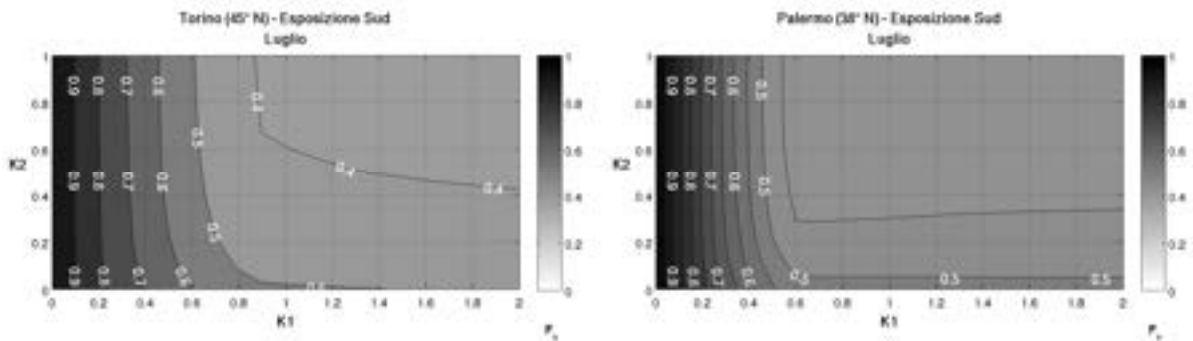


Figura 13.20 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

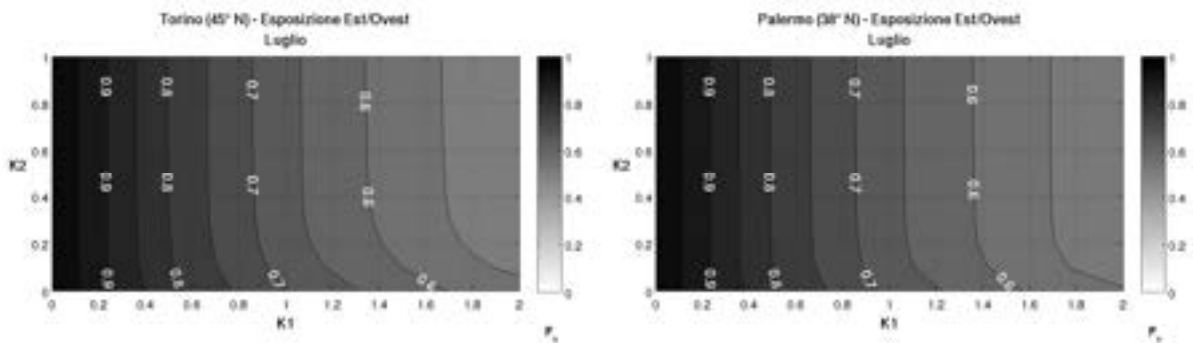


Figura 13.21 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

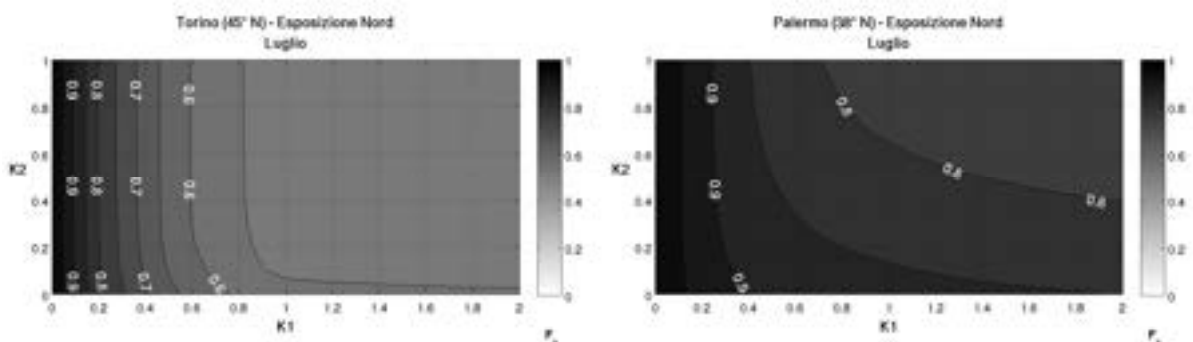


Figura 13.22 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).



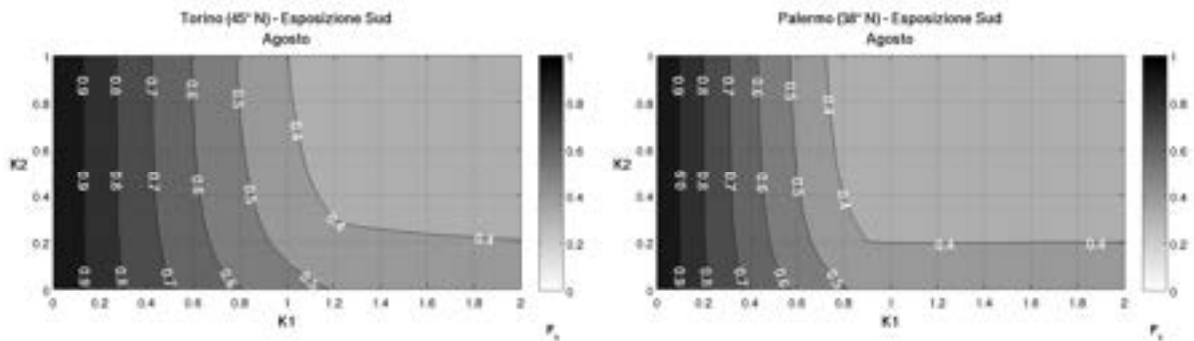


Figura 13.23 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

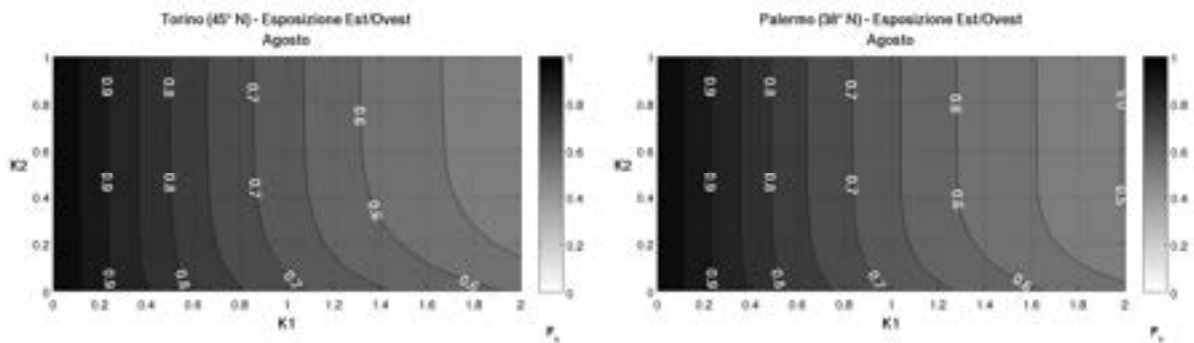


Figura 13.24 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

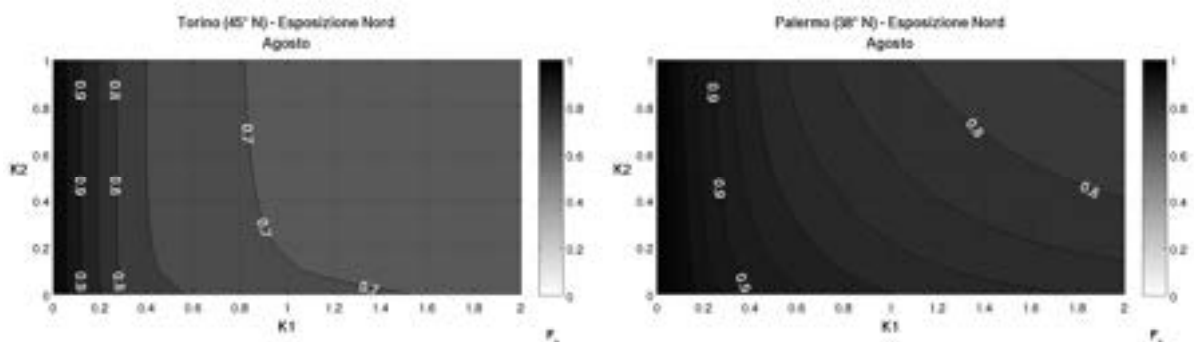


Figura 13.25 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

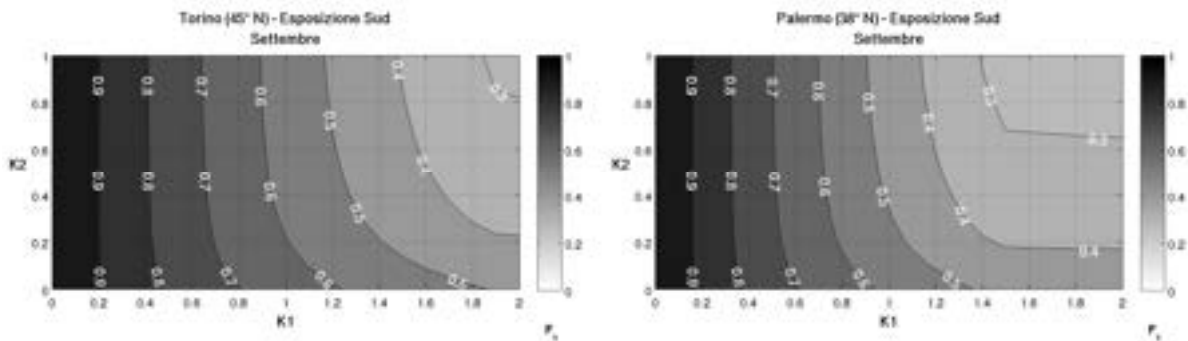


Figura 13.26 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

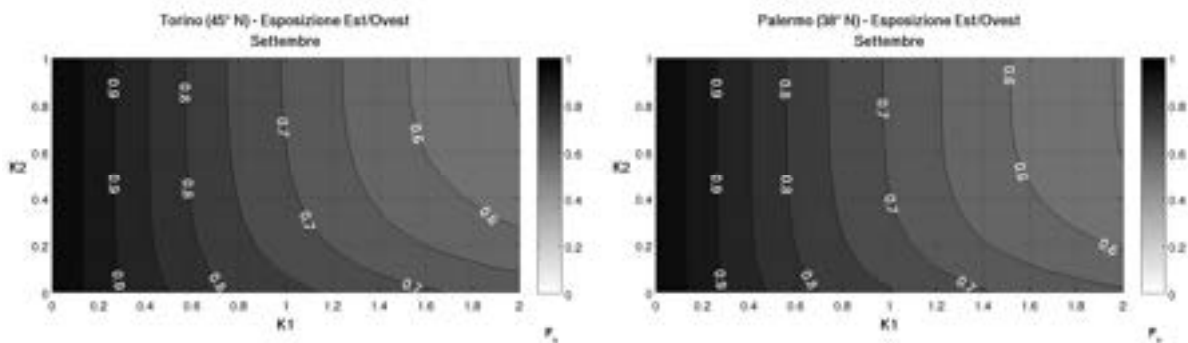


Figura 13.27 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e Palermo (38°N).

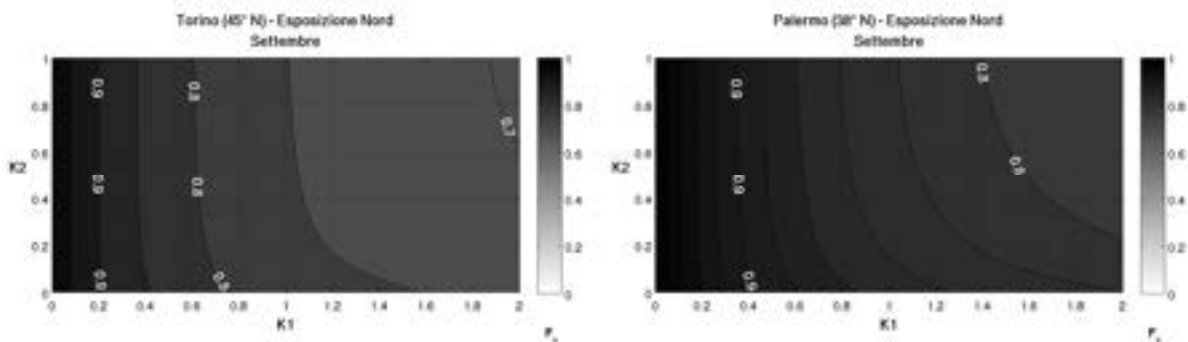


Figura 13.28 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

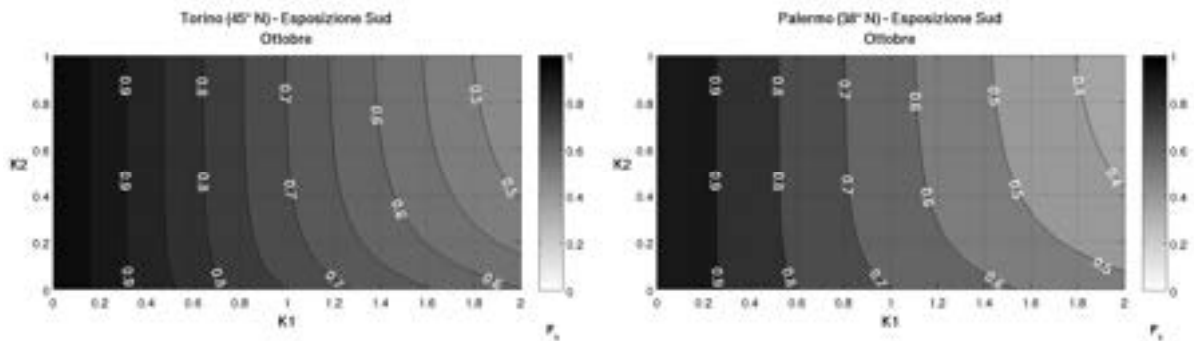


Figura 13.29 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

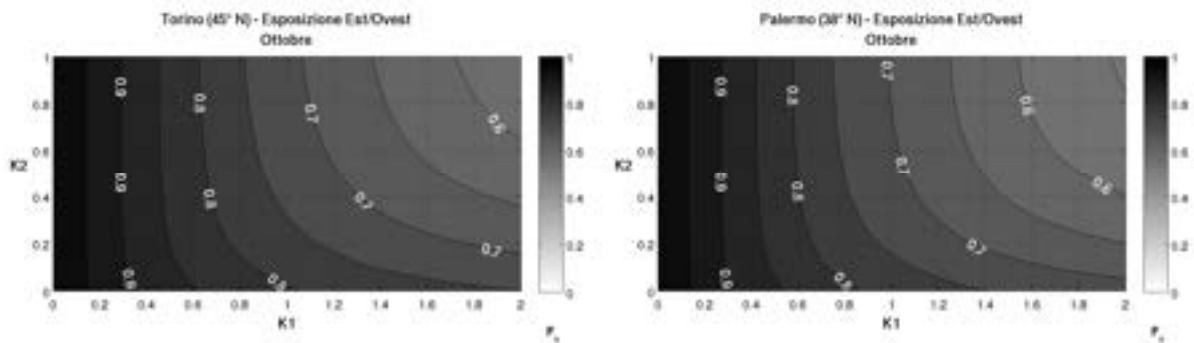


Figura 13.30 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

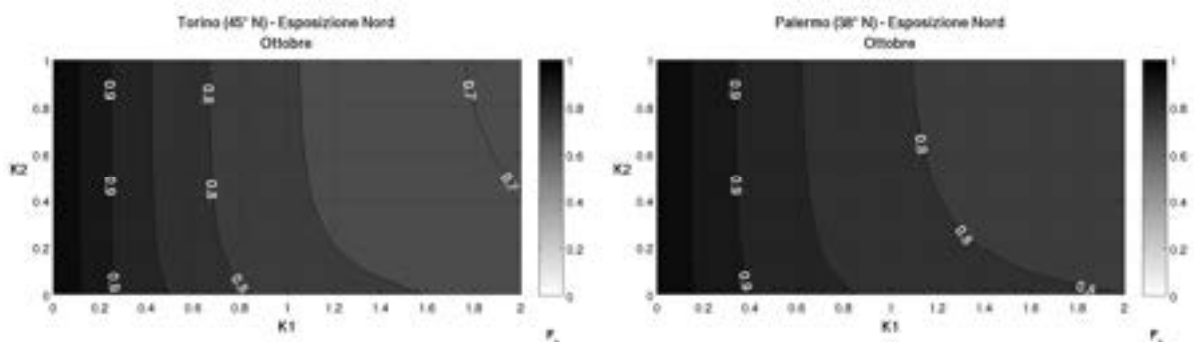


Figura 13.31 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

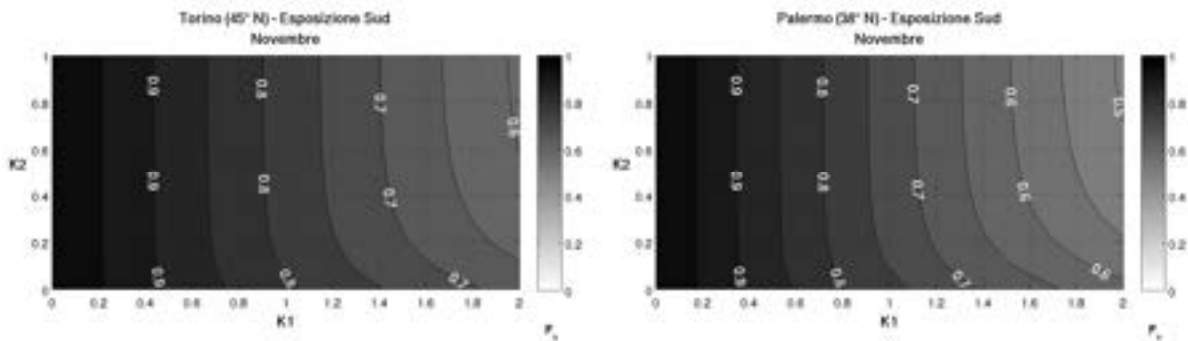


Figura 13.32 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

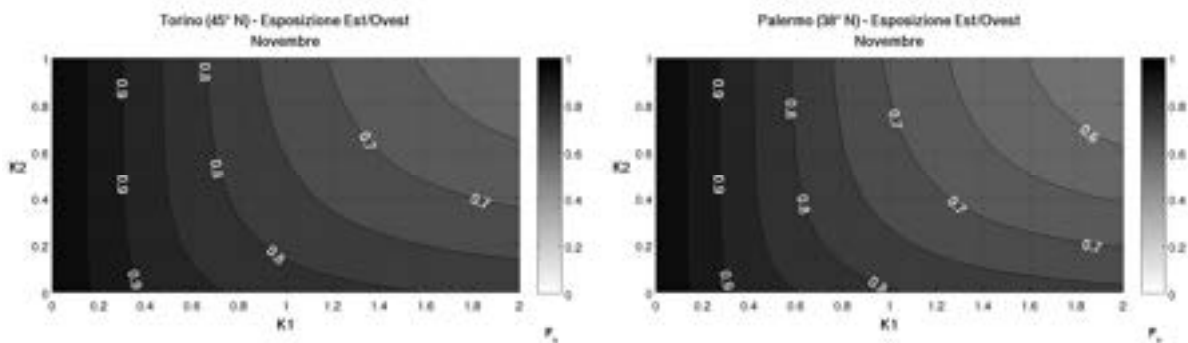


Figura 13.33 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e Palermo (38°N).

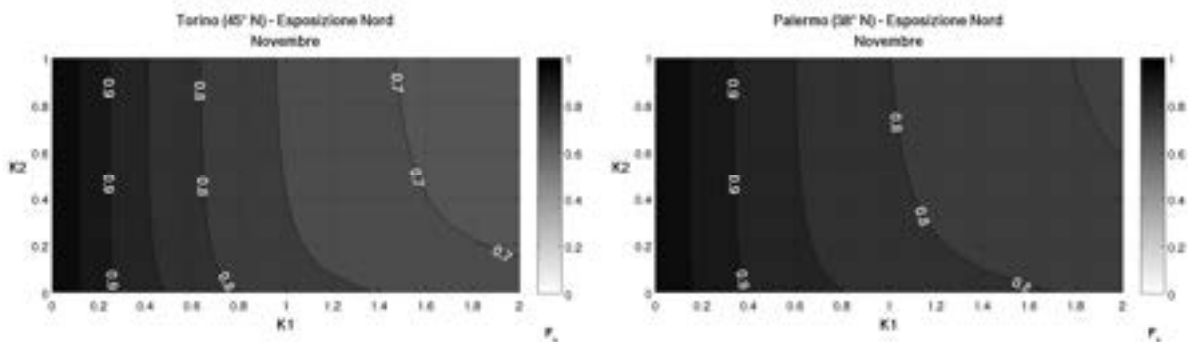


Figura 13.34 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

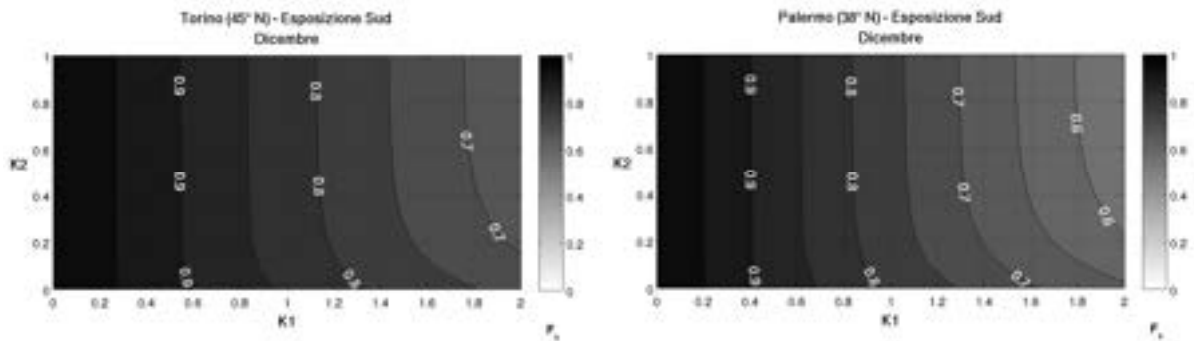


Figura 13.35 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione S, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

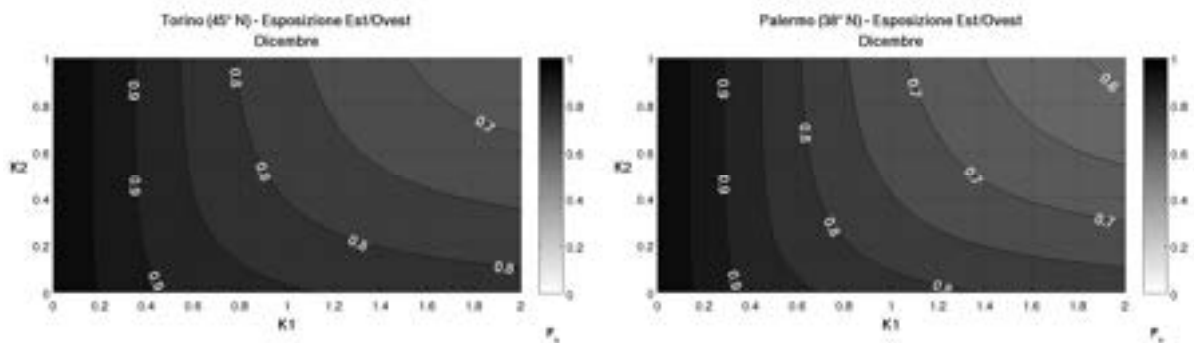


Figura 13.36 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione E/O, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e Palermo (38°N).

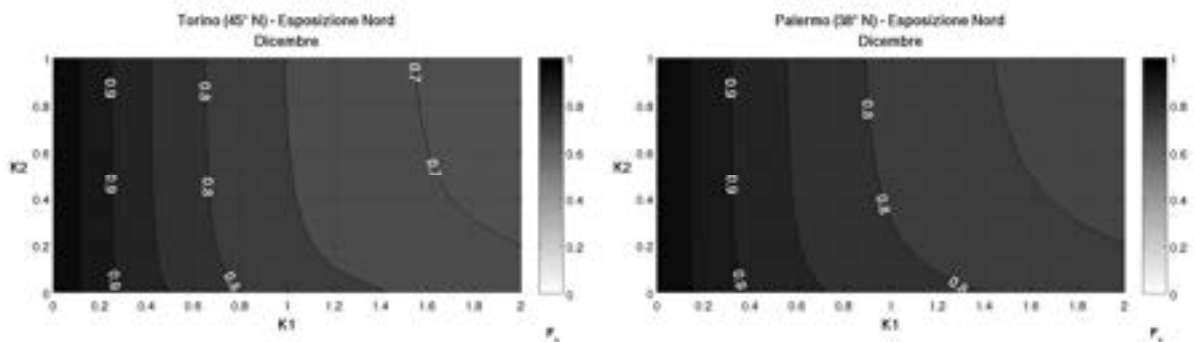


Figura 13.37 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da un agget-to orizzontale con esposizione N, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

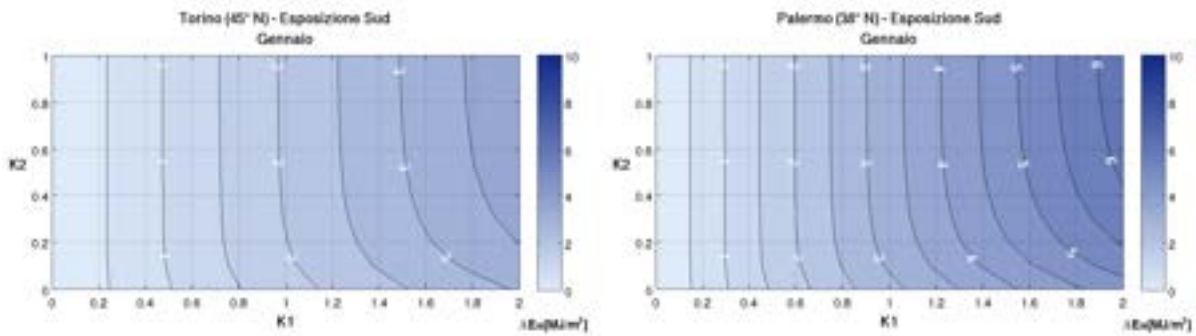


Figura 13.38 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

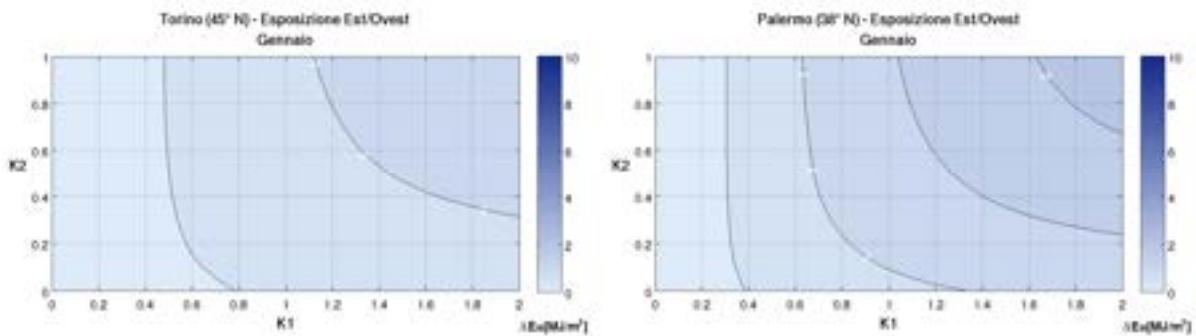


Figura 13.39 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

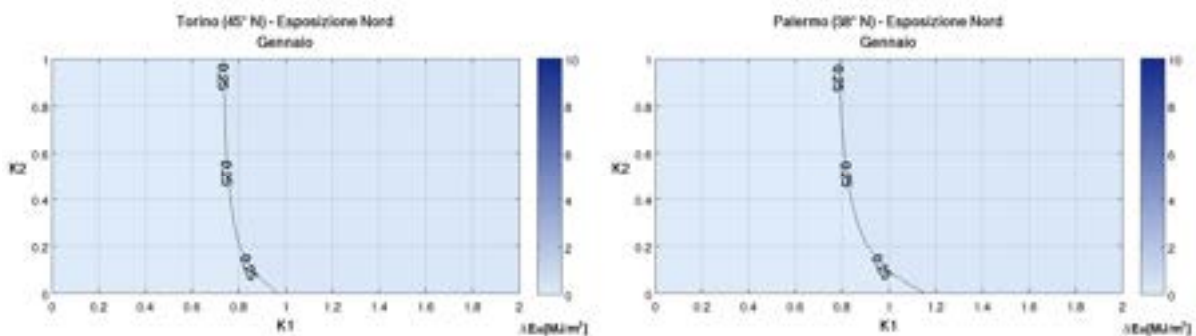


Figura 13.40 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

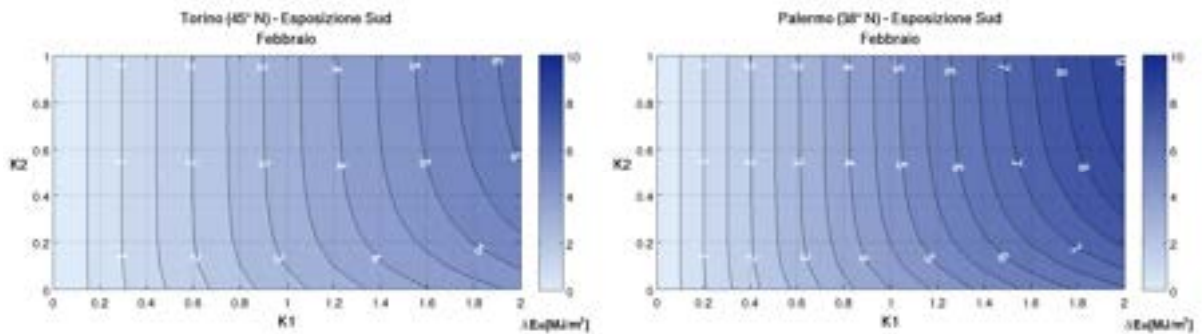


Figura 13.41 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

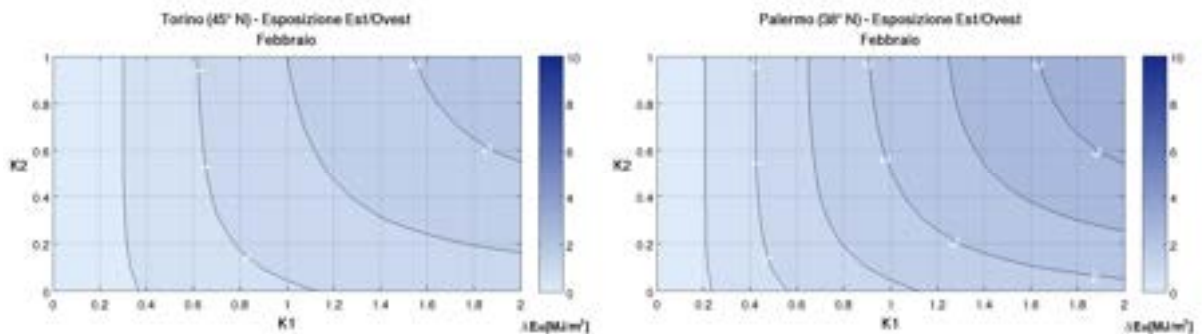


Figura 13.42 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

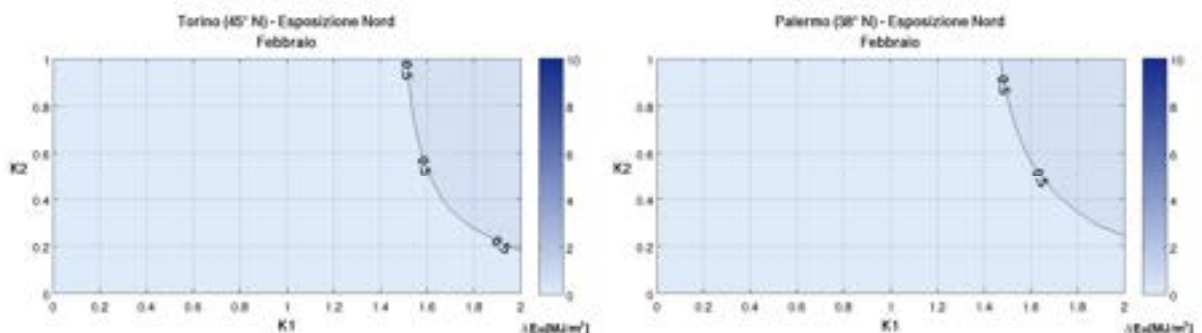


Figura 13.43 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

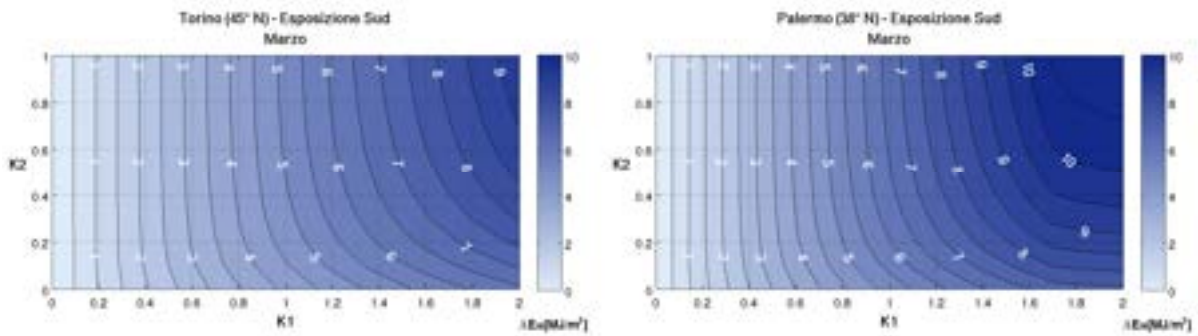


Figura 13.44 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

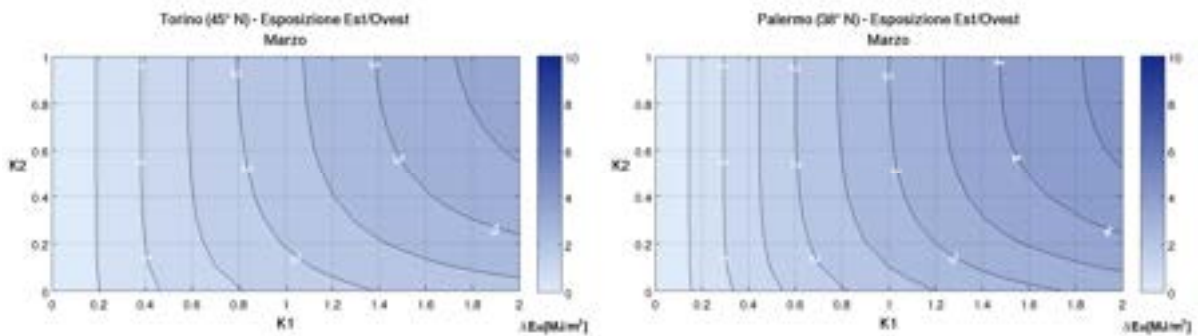


Figura 13.45 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

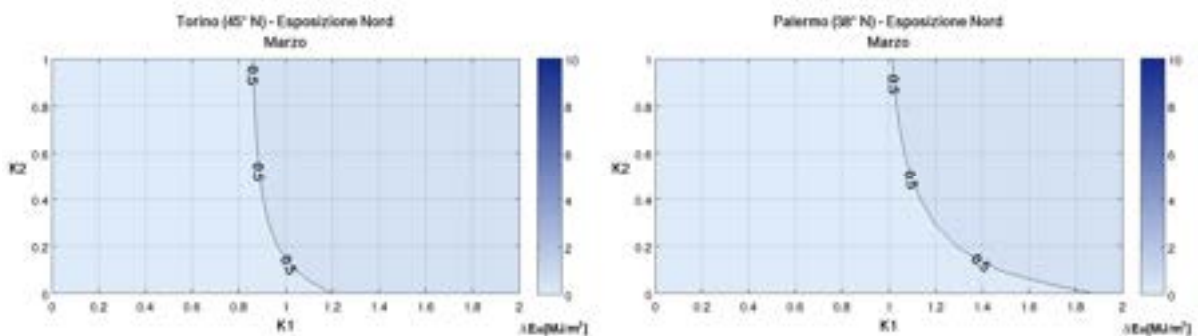


Figura 13.46 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).



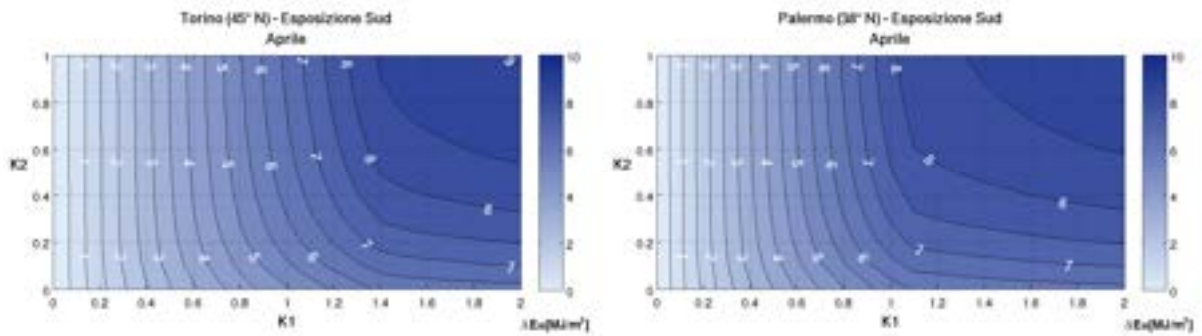


Figura 13.47 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

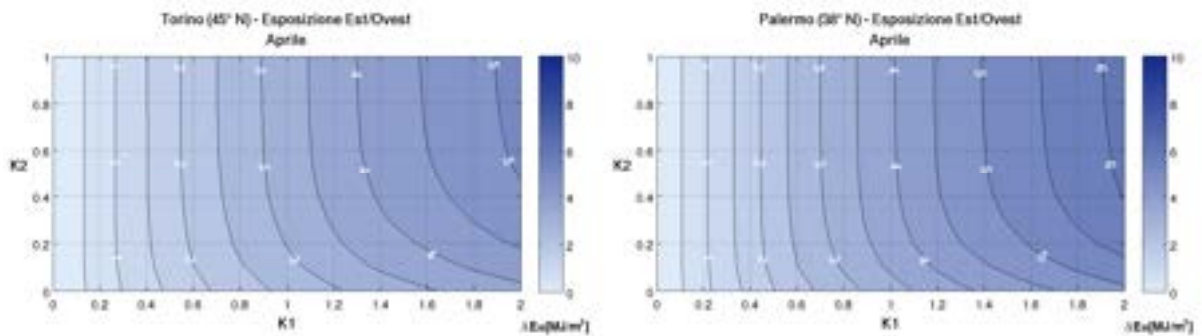


Figura 13.48 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

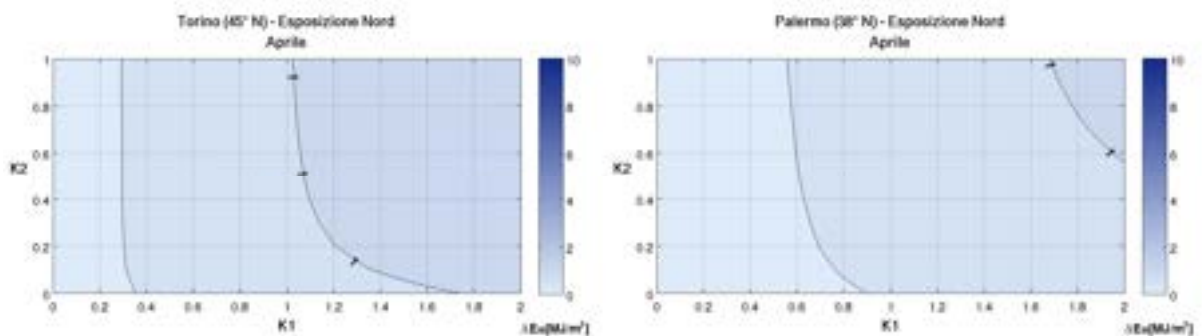


Figura 13.49 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un oggetto orizzontale, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

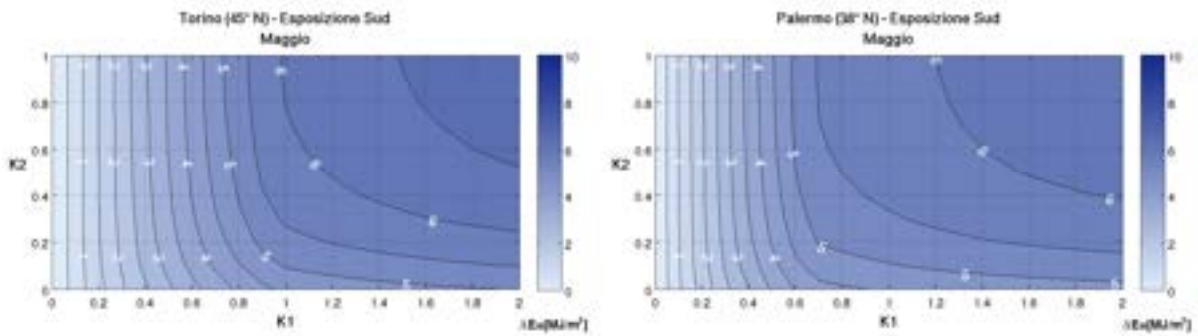


Figura 13.50 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

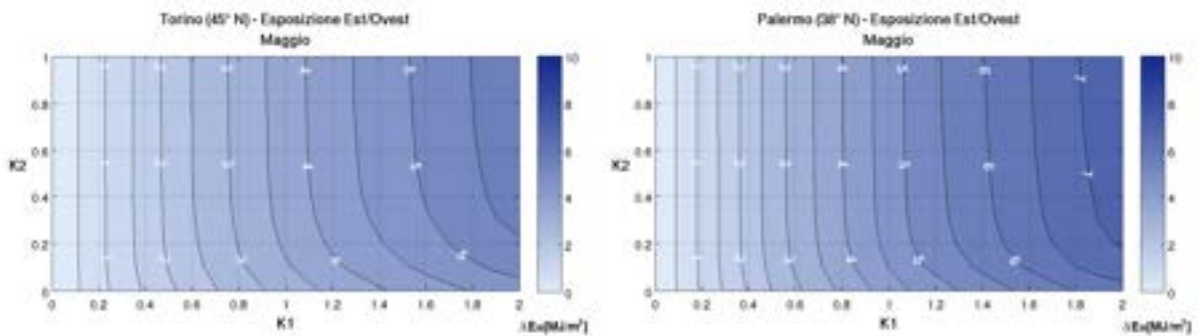


Figura 13.51 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

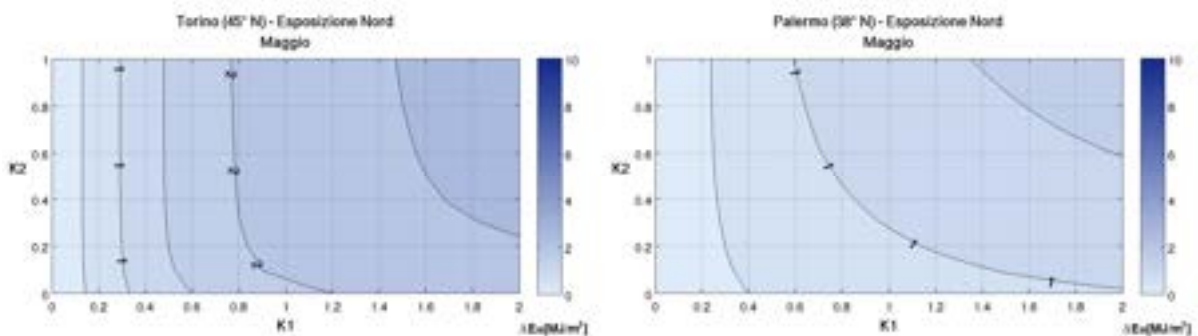


Figura 13.52 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

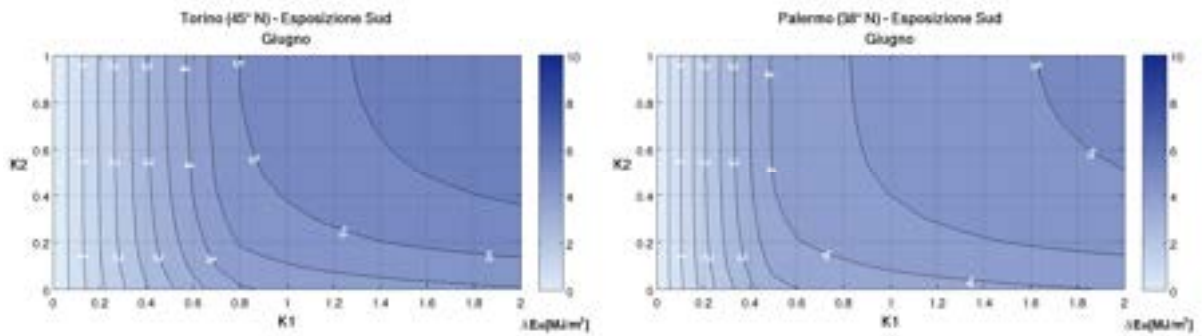


Figura 13.53 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

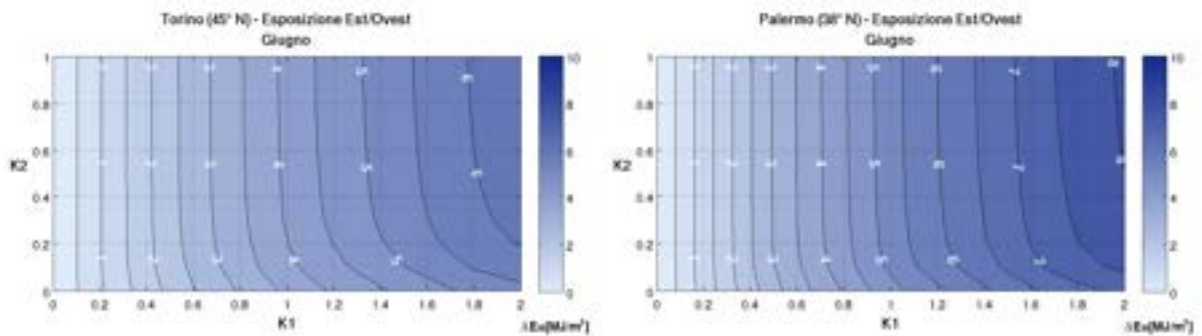


Figura 13.54 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

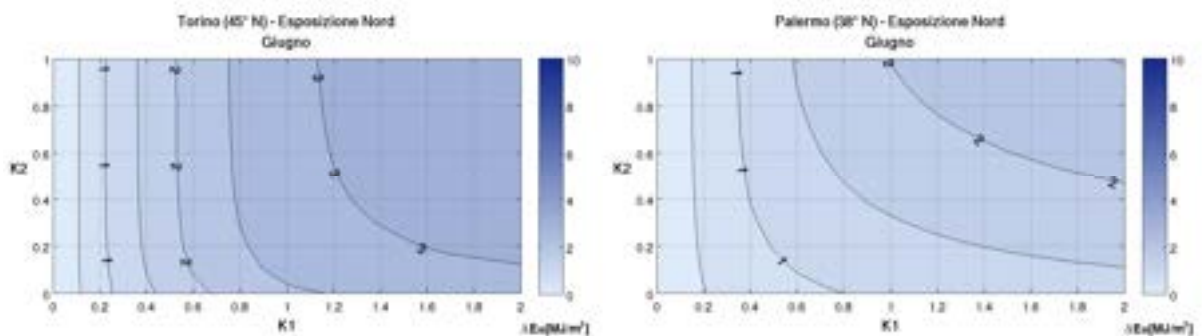


Figura 13.55 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

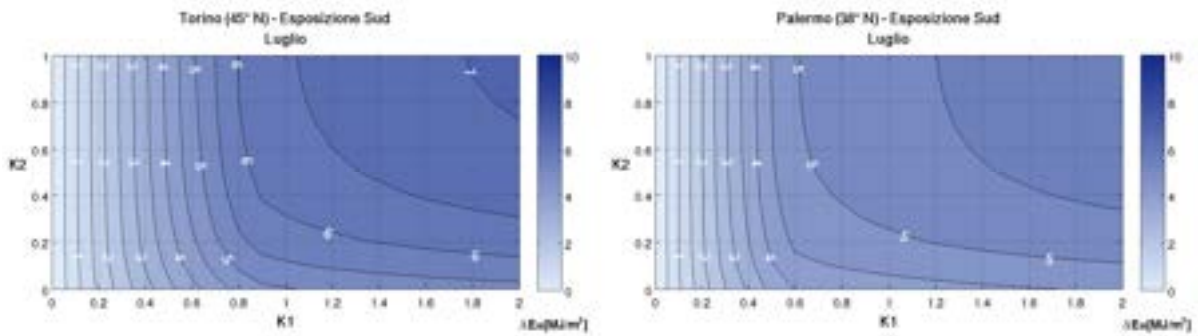


Figura 13.56 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

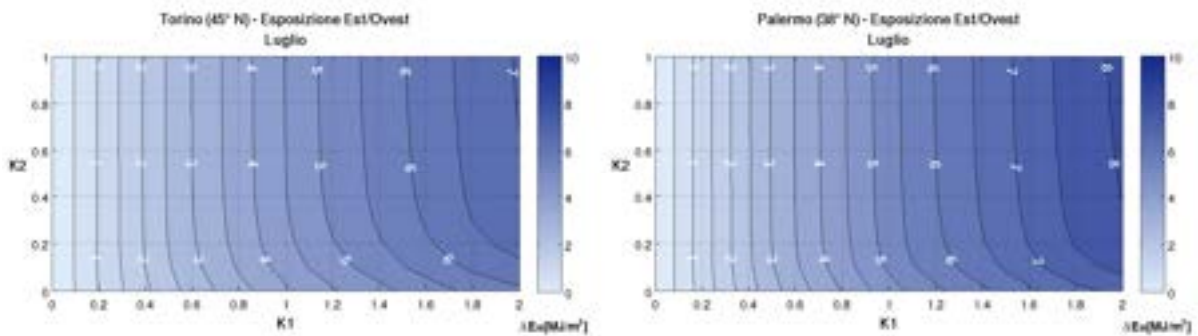


Figura 13.57 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

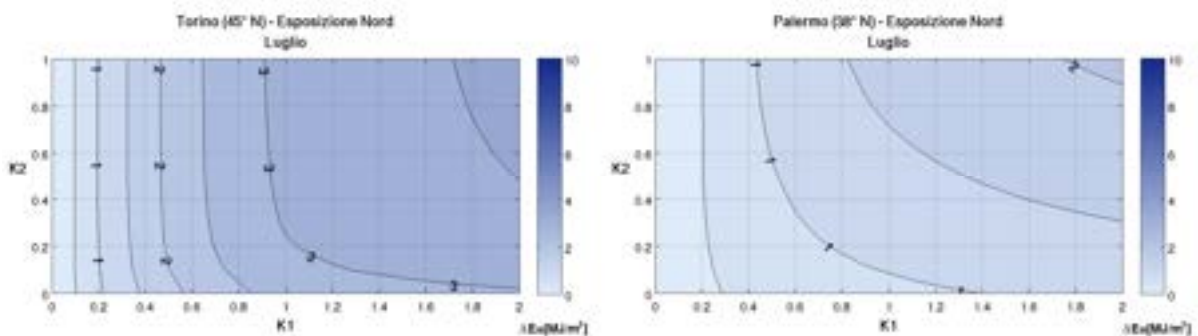


Figura 13.58 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

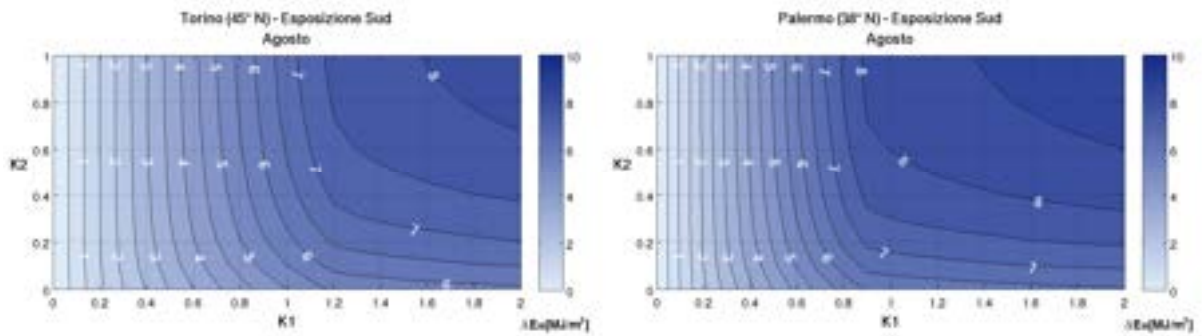


Figura 13.59 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

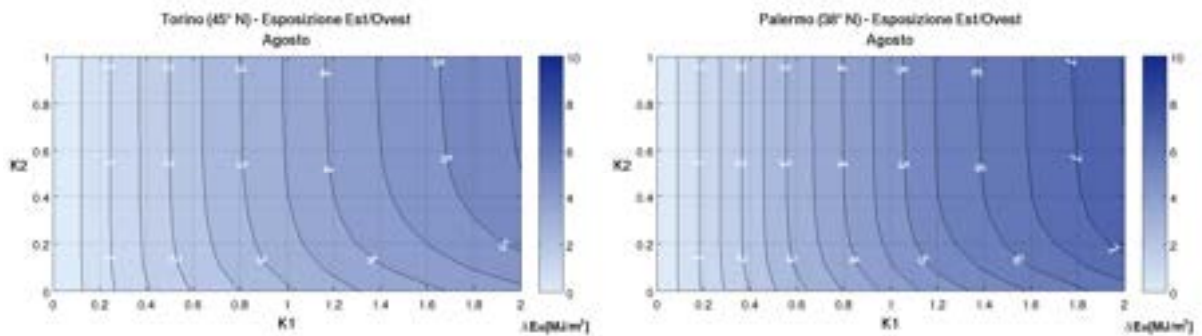


Figura 13.60 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

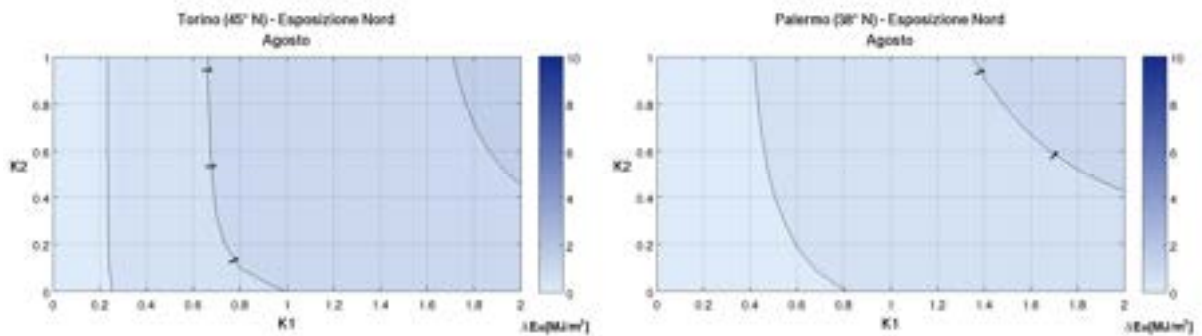


Figura 13.61 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

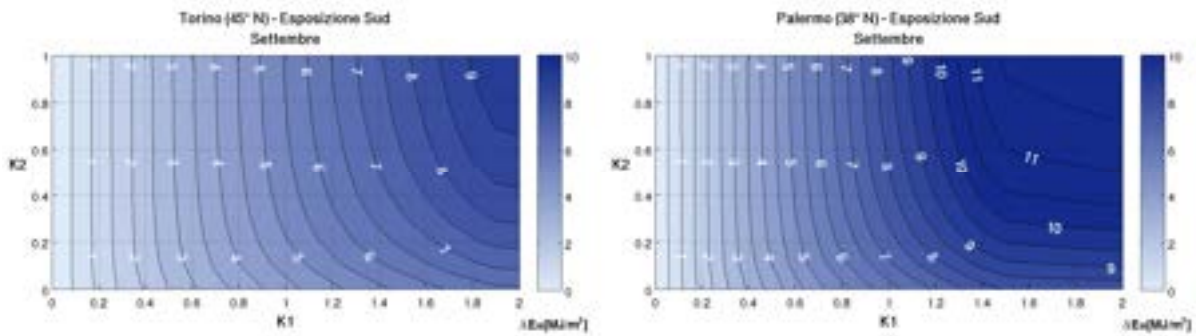


Figura 13.62 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

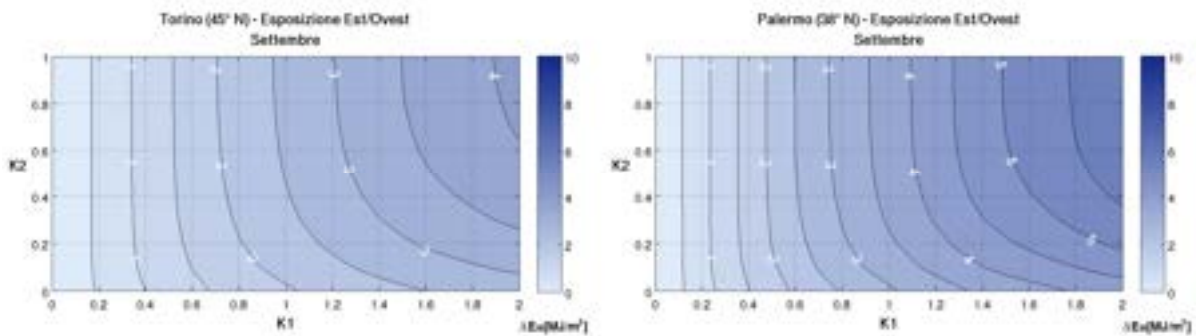


Figura 13.63 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

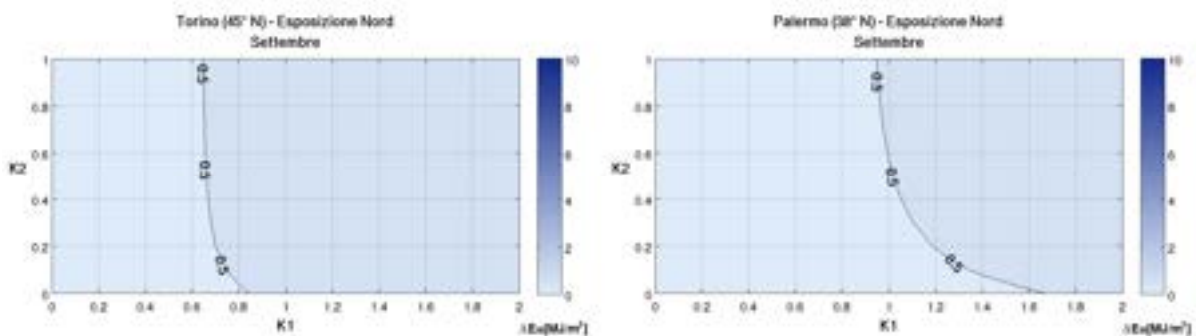


Figura 13.64 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

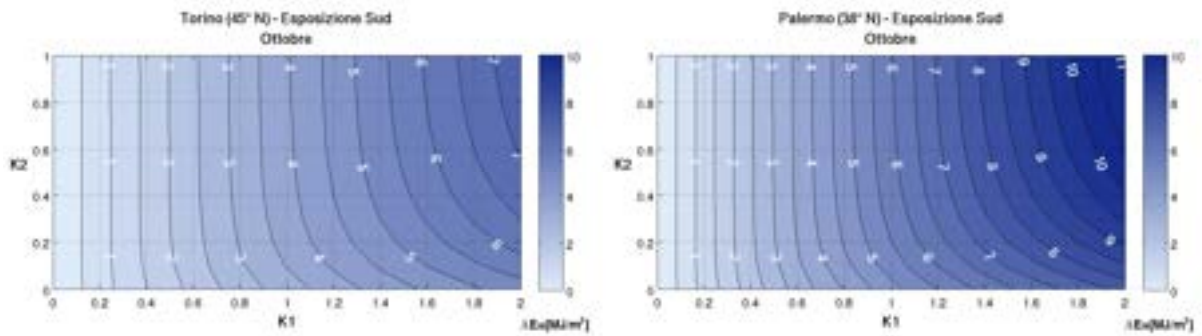


Figura 13.65 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

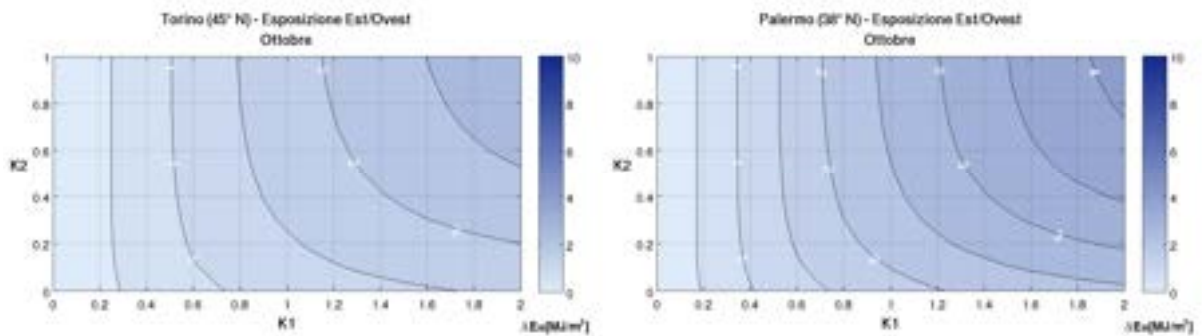


Figura 13.66 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

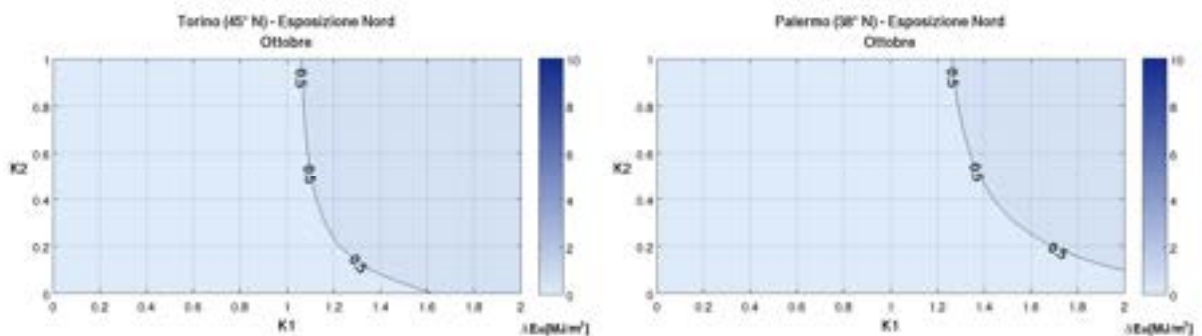


Figura 13.67 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

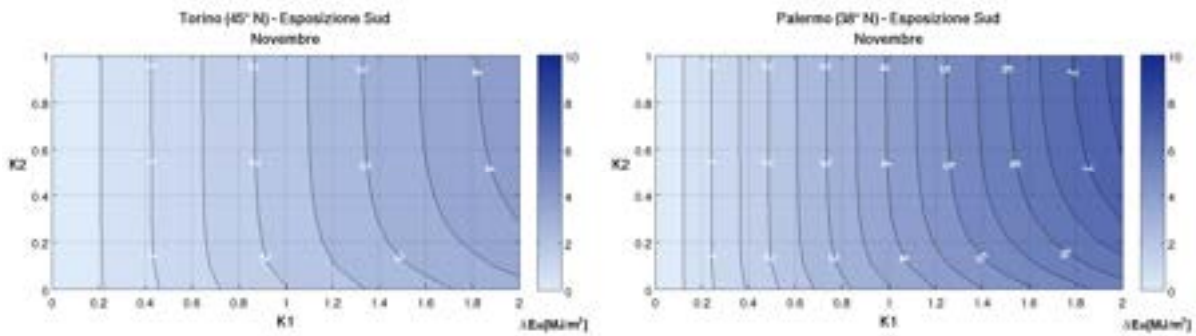


Figura 13.68 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

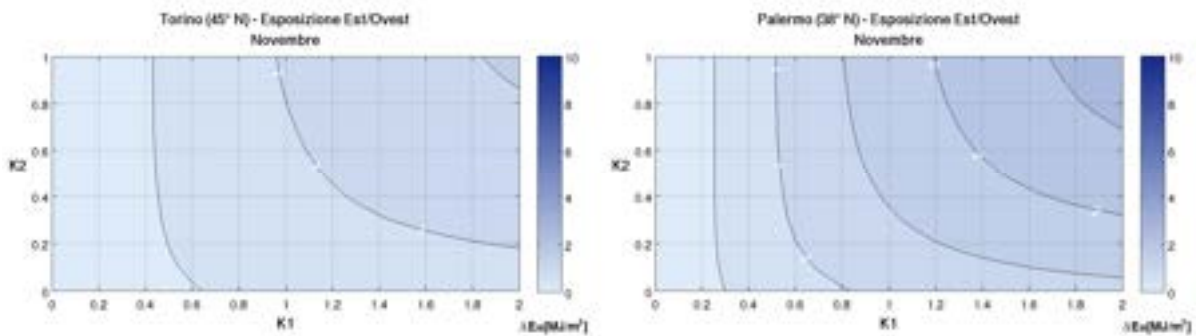


Figura 13.69 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

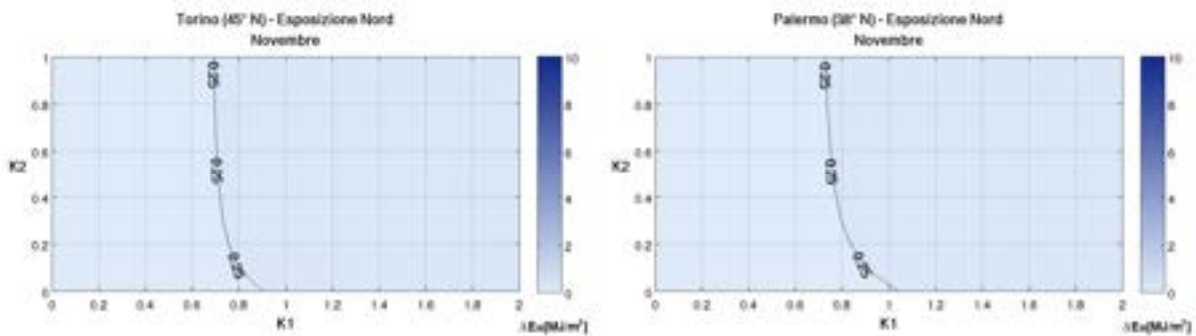


Figura 13.70 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).



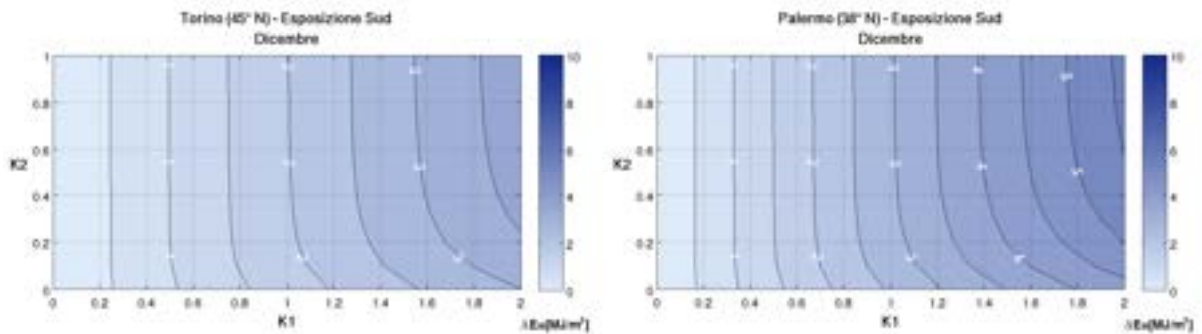


Figura 13.71 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

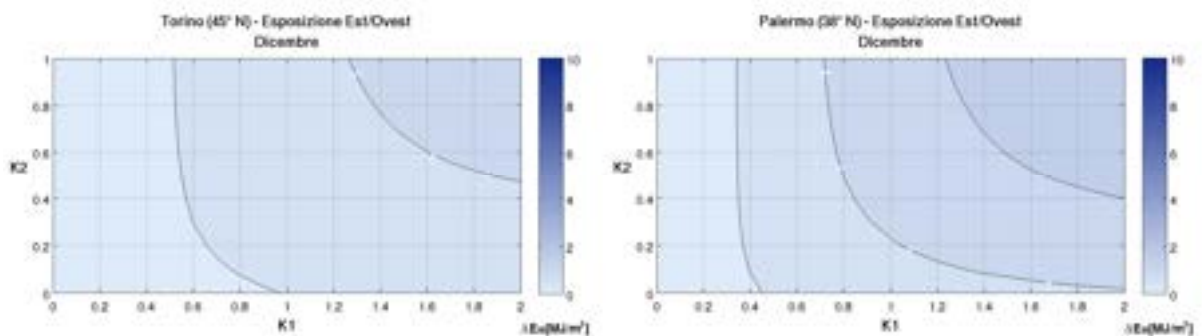


Figura 13.72 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

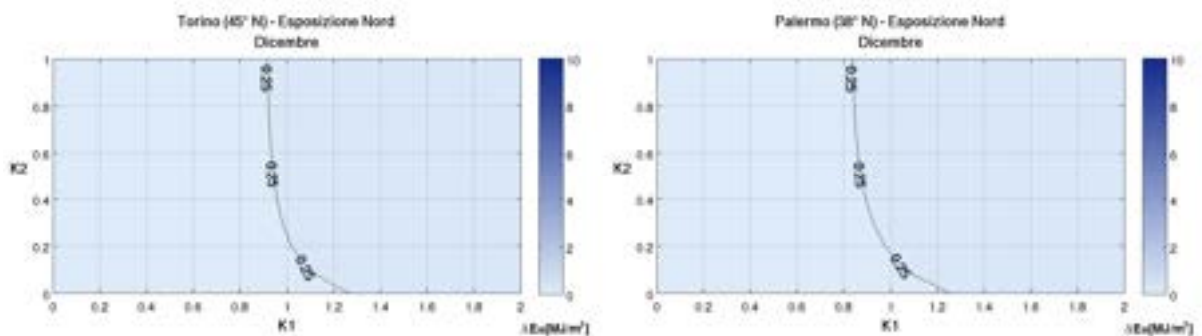


Figura 13.73 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da un aggetto orizzontale, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

### 13.2. Fattore di ombreggiamento medio mensile in presenza di bande laterali

Al fine di descrivere la geometria del sistema finestra-bande laterali, si introducono dei parametri adimensionali denominati K3 e K4, definiti dalle equazioni 13.6 e 13.7.

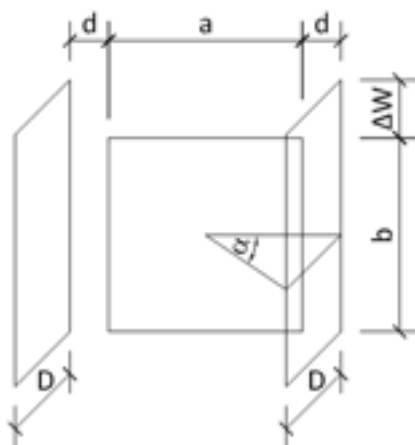


Figura 13.74 – Rappresentazione della geometria finestra-bande laterali.

$$K3 = \tan \alpha = \frac{D}{d + a/2} \quad [-] \quad 13.6$$

$$K4 = \frac{\Delta W}{b} \quad [-] \quad 13.7$$

Ogni sistema finestra-bande laterali può essere rappresentato da un punto su un diagramma K2-K3.

#### 13.2.1. Analisi dei risultati

Indagando le differenze dovute alla latitudine, si può osservare, per esposizione sud, che si hanno andamenti del fattore di ombreggiamento piuttosto simili tra Torino e Palermo, con un'efficacia delle bande laterali maggiore alle basse latitudini, specialmente nei mesi primaverili e autunnali. Anche per esposizioni est/ovest si osserva generalmente una maggiore riduzione dell'irraggiamento a Palermo, tuttavia le differenze tendono ad annullarsi durante i mesi estivi. Infine, per finestre rivolte a nord, è a latitudini più ridotte che è possibile ottenere una riduzione maggiore dell'energia entrante nei mesi estivi, contrariamente a ciò che avviene con l'utilizzo di aggetti orizzontali.

Con riferimento in particolare all'esposizione nord, si può osservare come incrementare la profondità delle bande laterali, durante i mesi estivi, tenda ad essere efficace solo fino a un valore limite di K3, superato il quale un incremento dell'altezza della banda risulta essere di maggiore utilità.

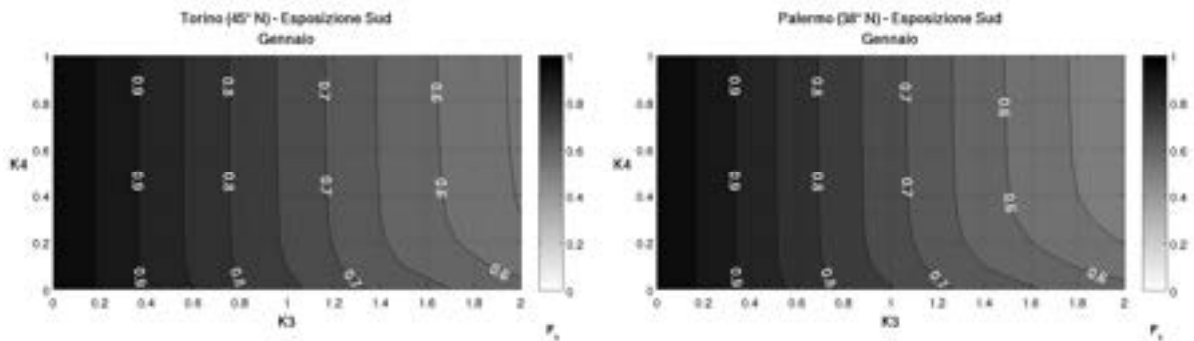


Figura 13.75 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

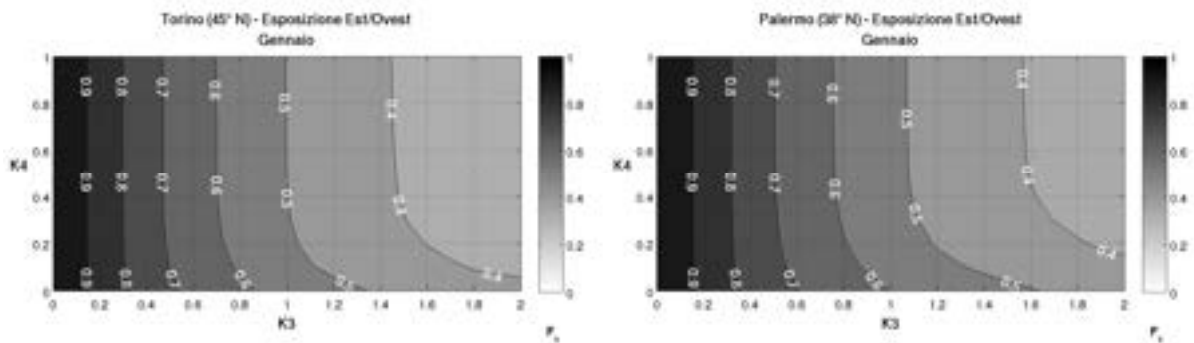


Figura 13.76 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

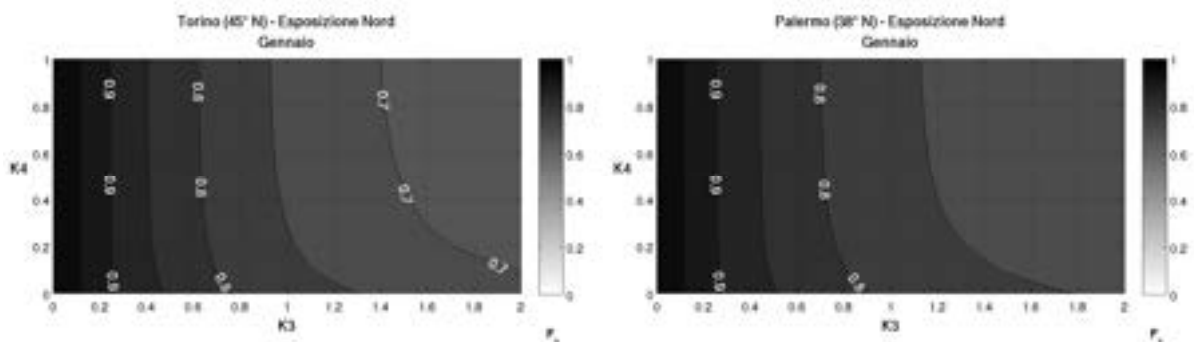


Figura 13.77 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

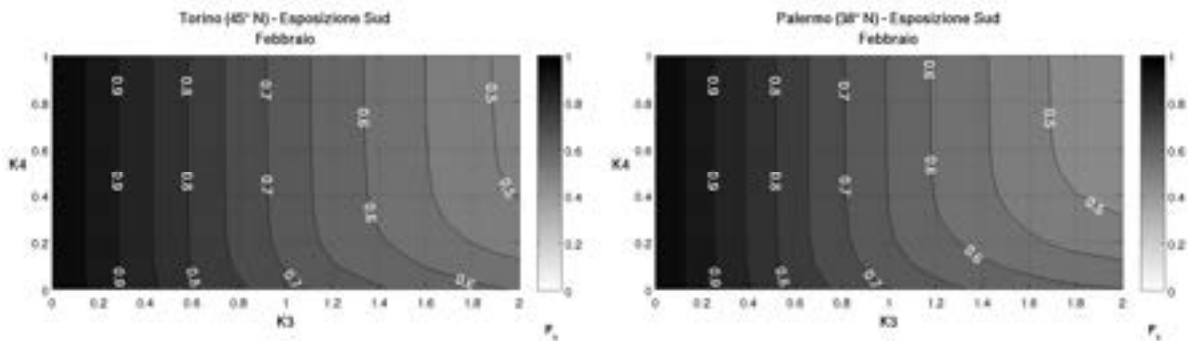


Figura 13.78 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

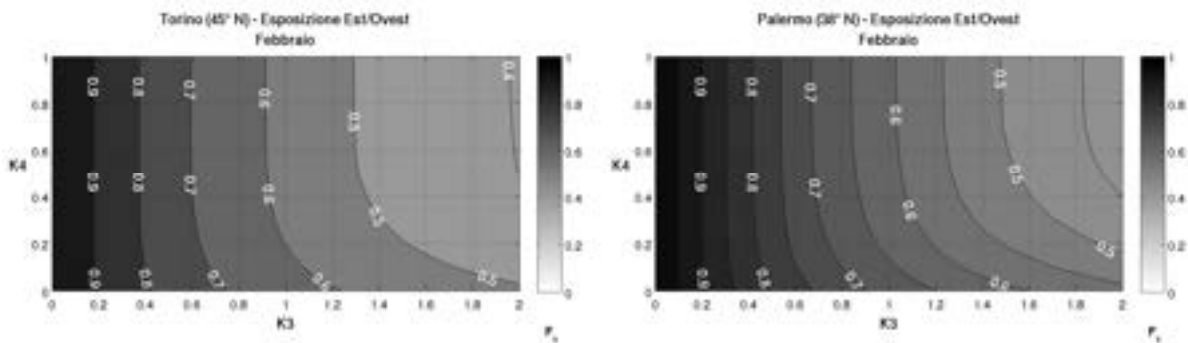


Figura 13.79 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

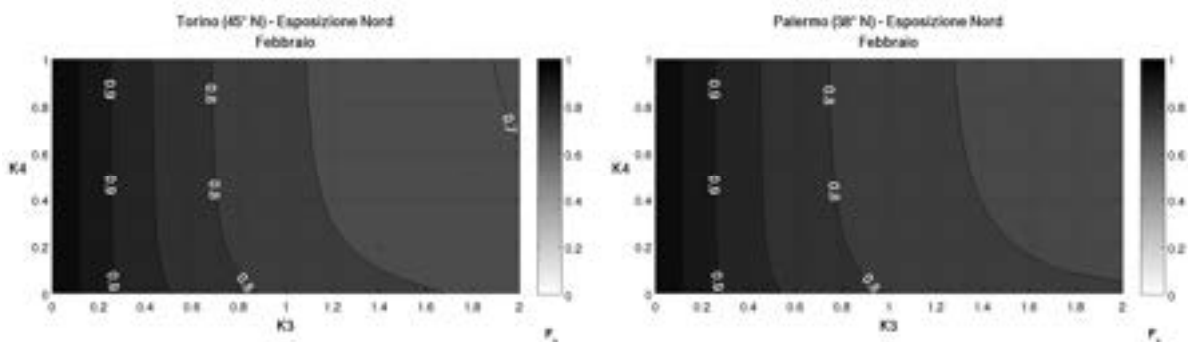


Figura 13.80 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

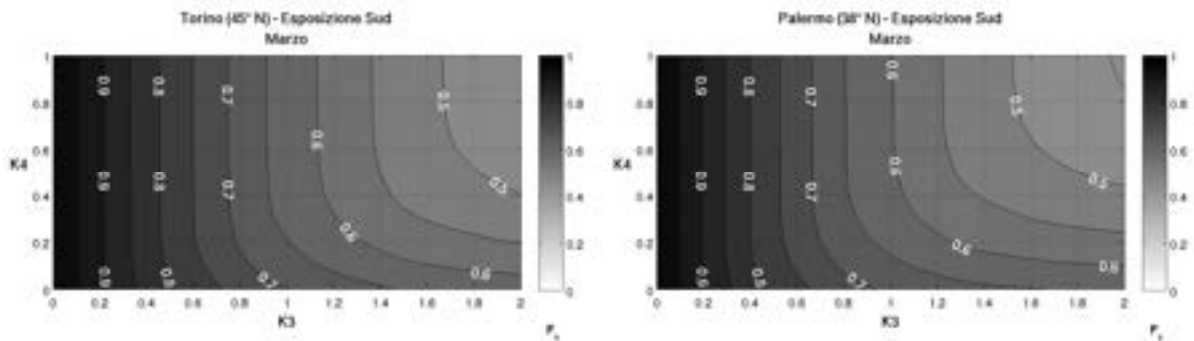


Figura 13.81 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

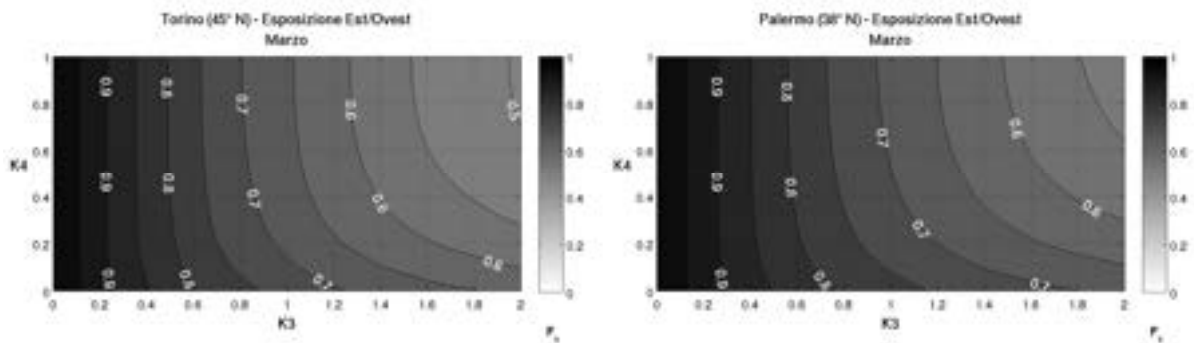


Figura 13.82 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

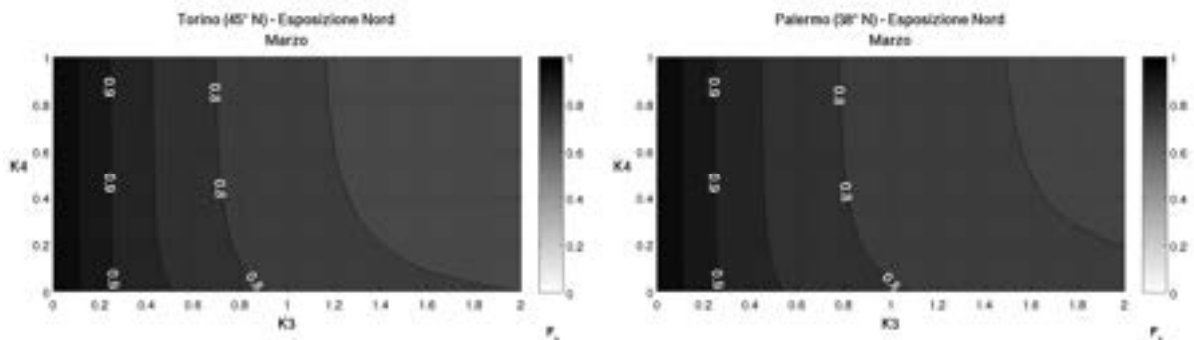


Figura 13.83 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

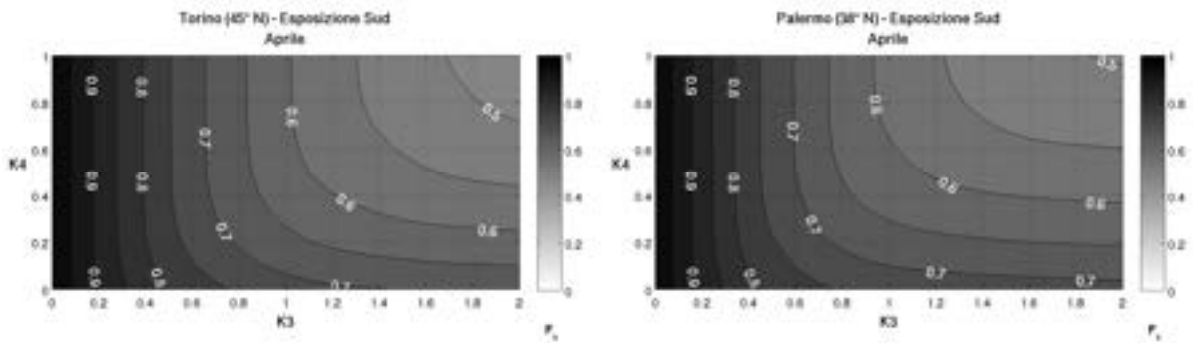


Figura 13.84 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

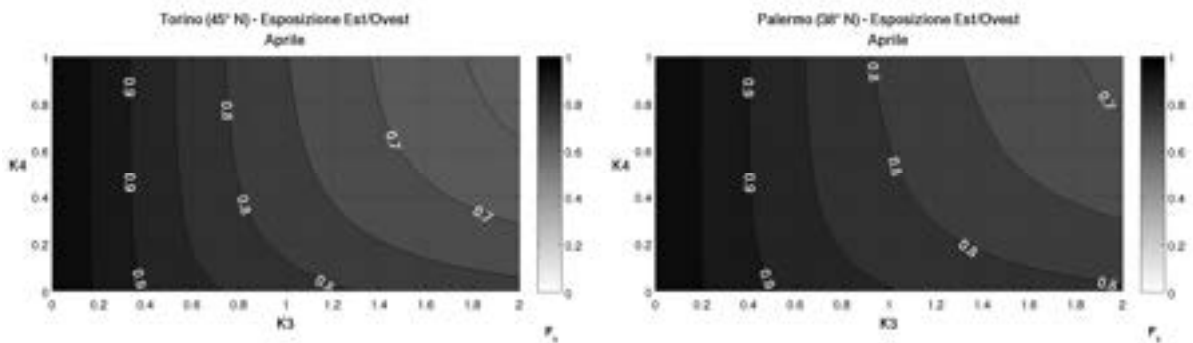


Figura 13.85 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

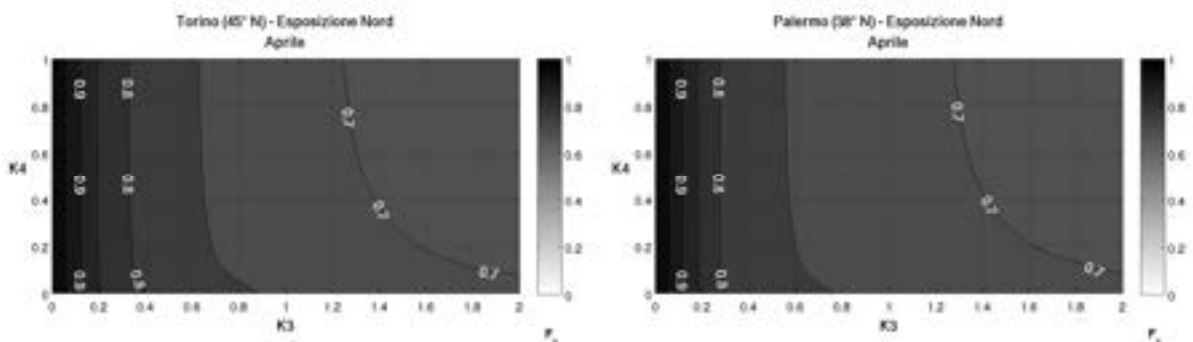


Figura 13.86 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

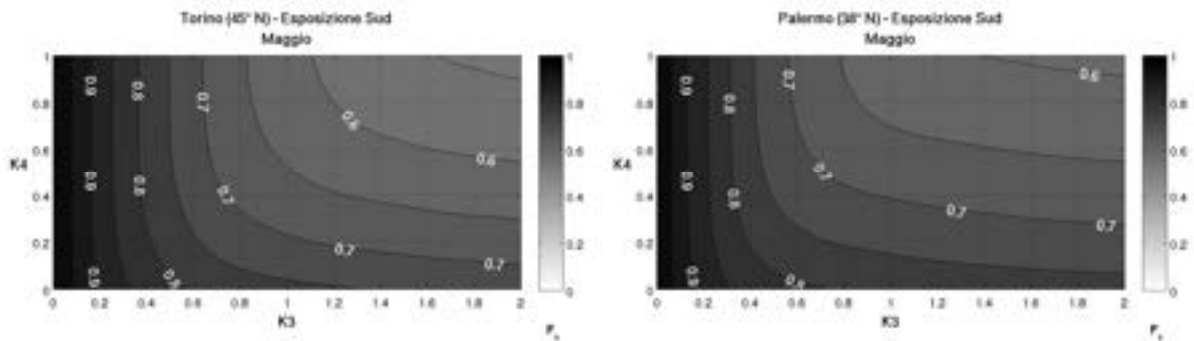


Figura 13.87 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

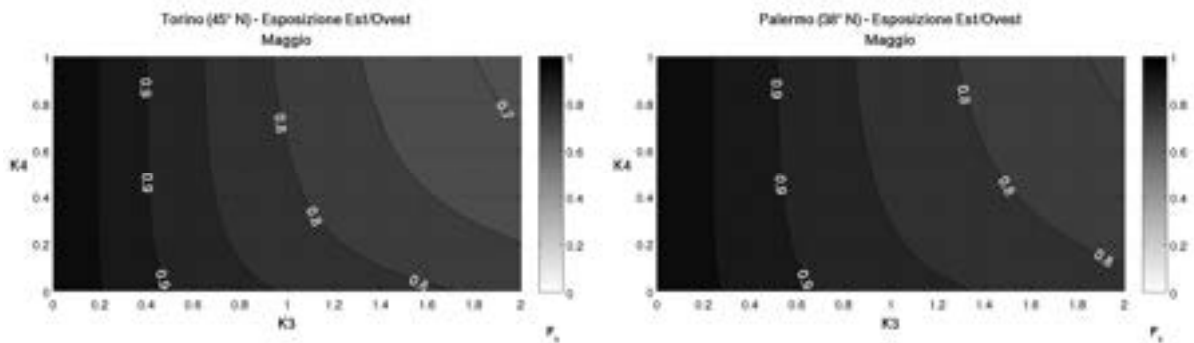


Figura 13.88 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

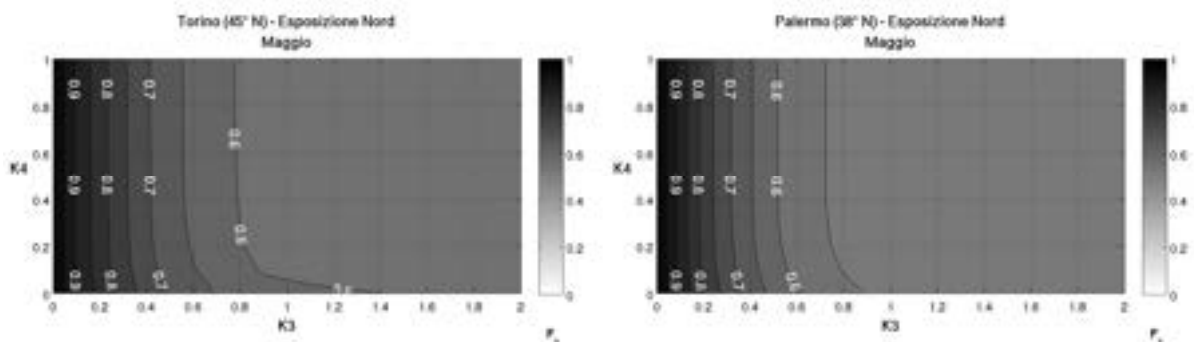


Figura 13.89 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

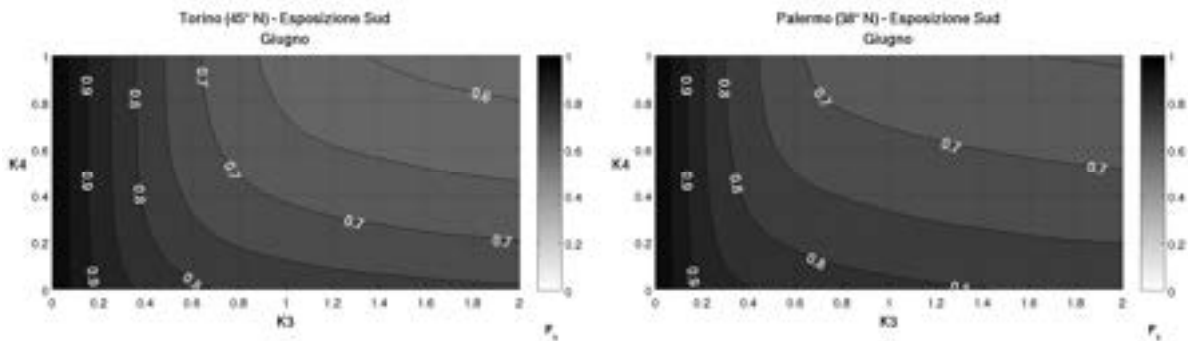


Figura 13.90 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

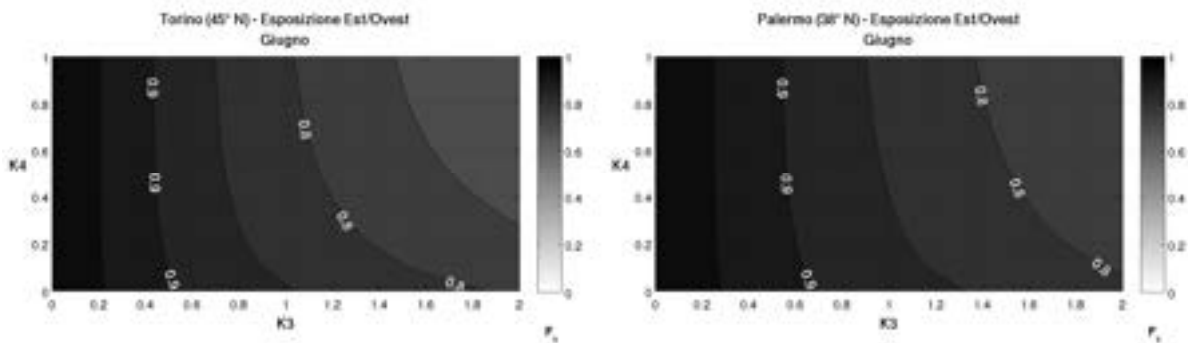


Figura 13.91 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

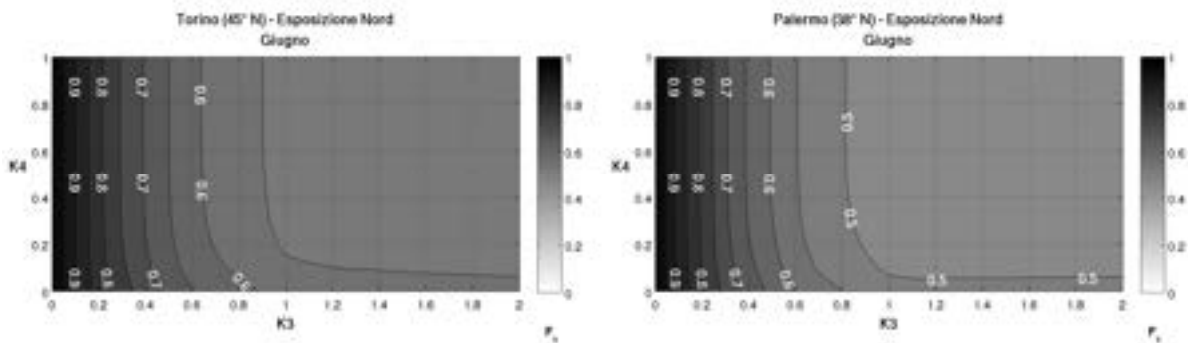


Figura 13.92 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).



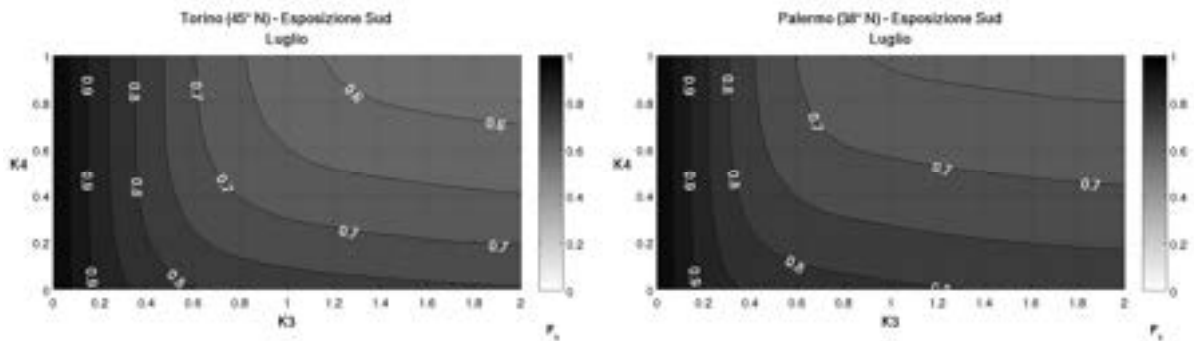


Figura 13.93 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

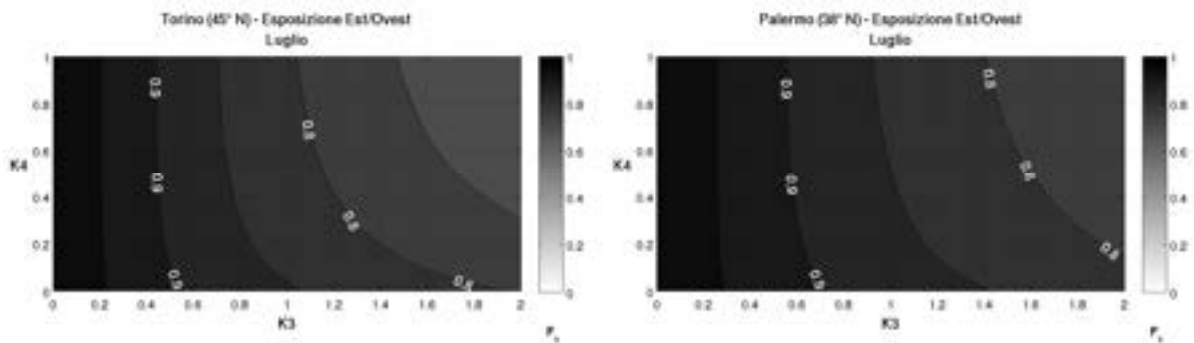


Figura 13.94 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

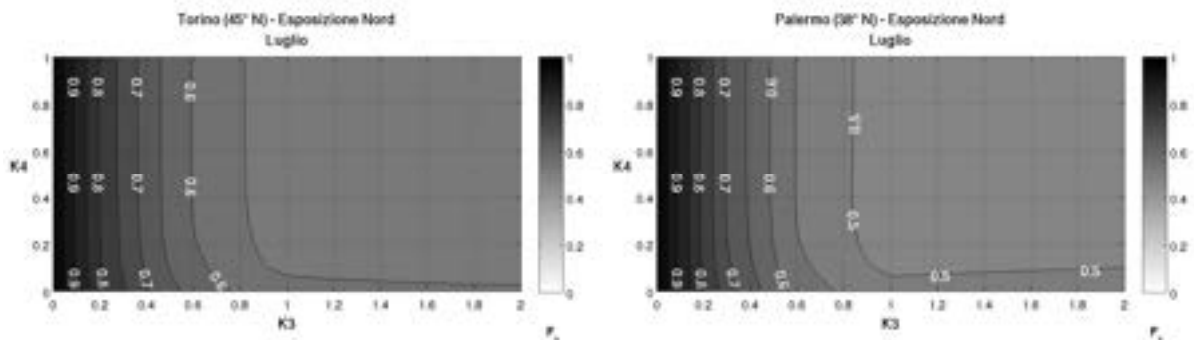


Figura 13.95 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

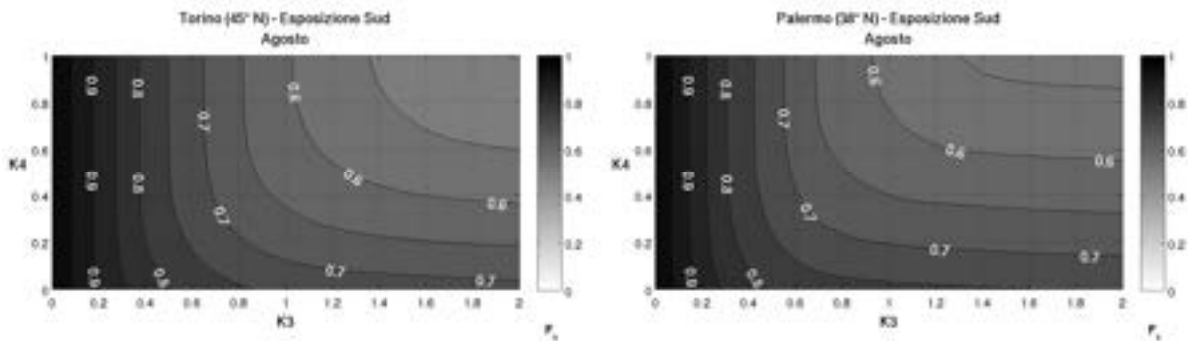


Figura 13.96 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

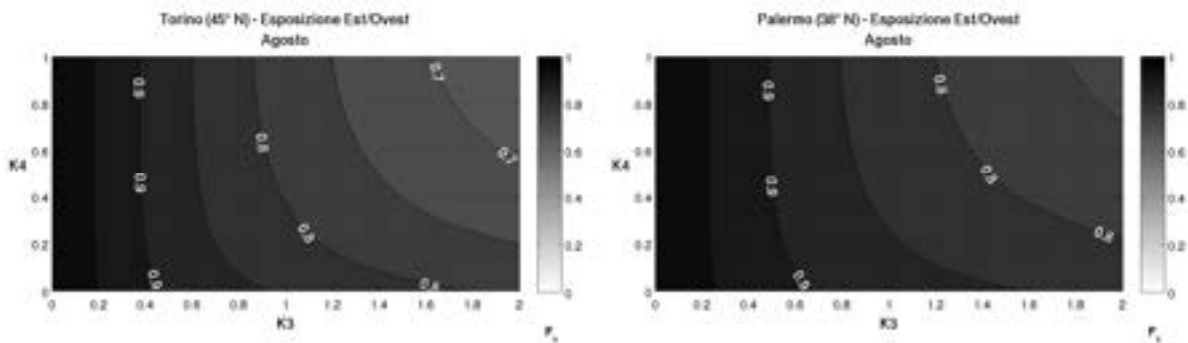


Figura 13.97 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

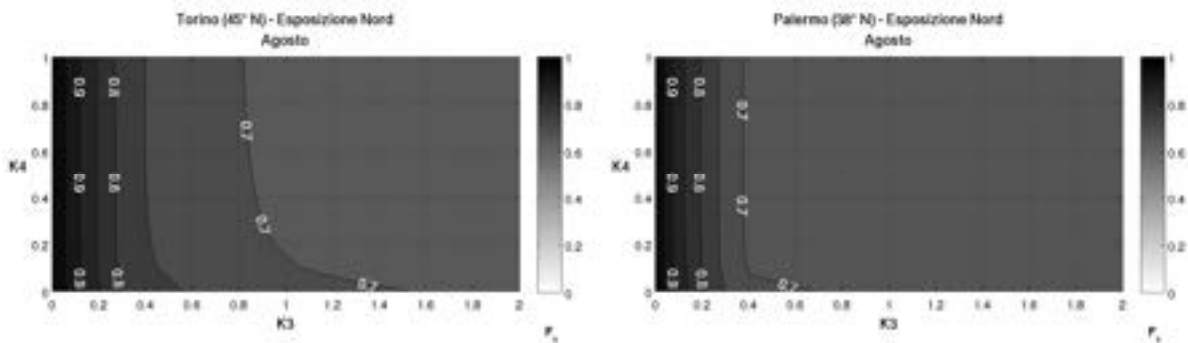


Figura 13.98 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

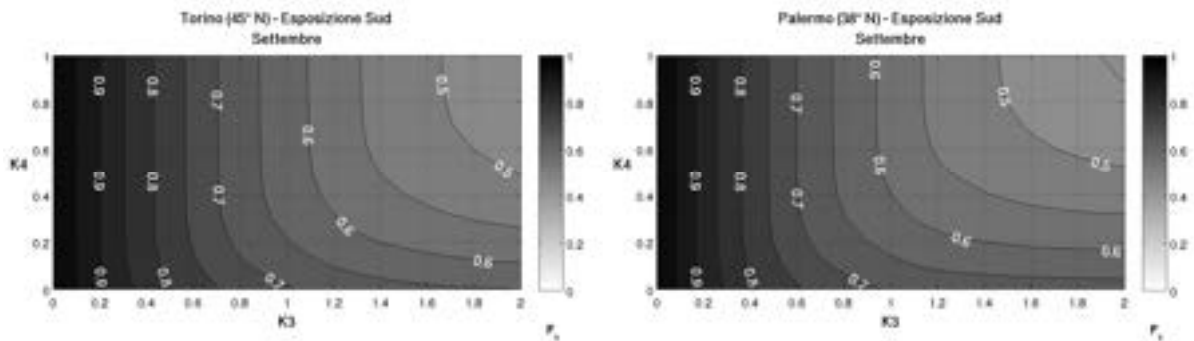


Figura 13.99 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

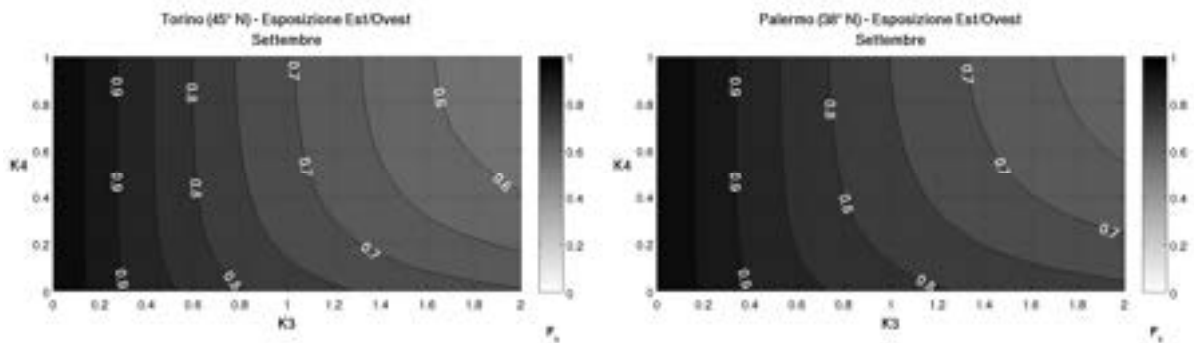


Figura 13.100 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

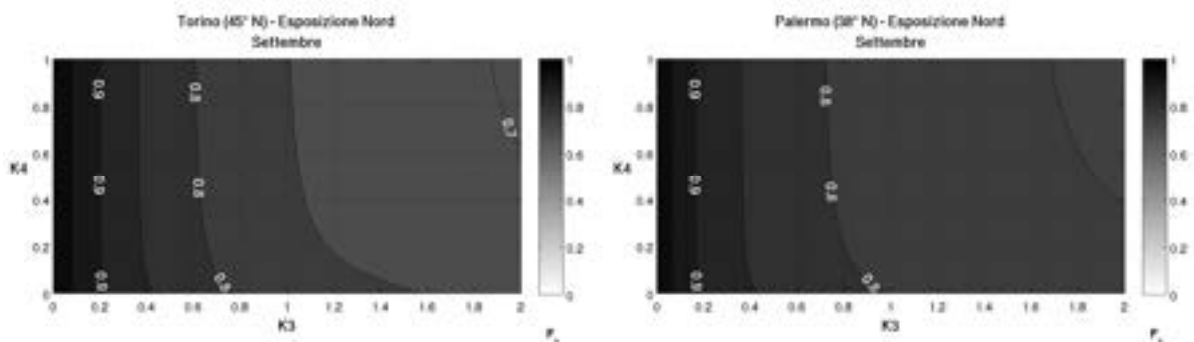


Figura 13.101 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

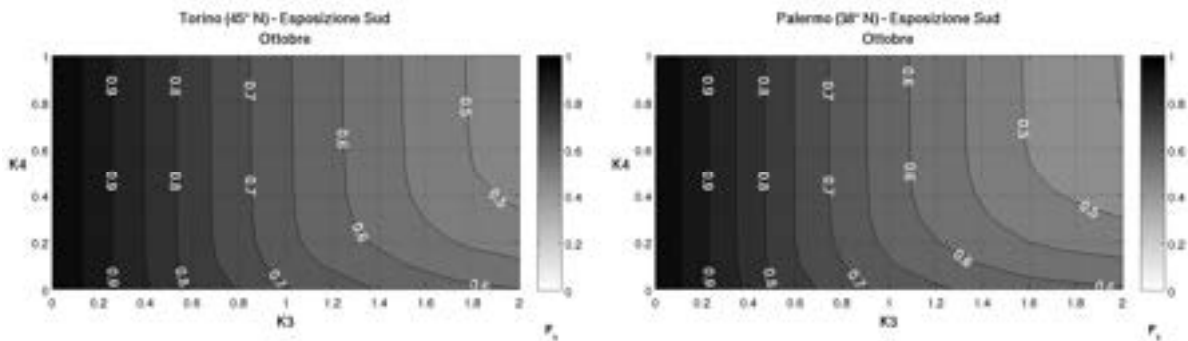


Figura 13.102 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

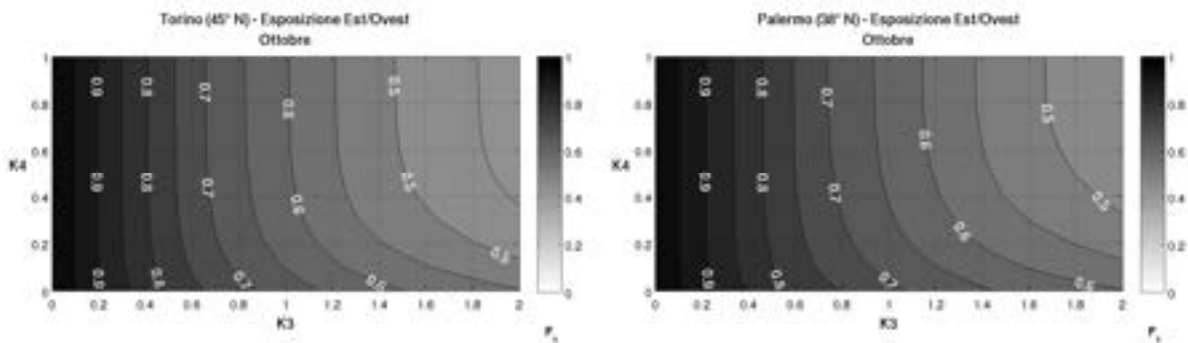


Figura 13.103 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

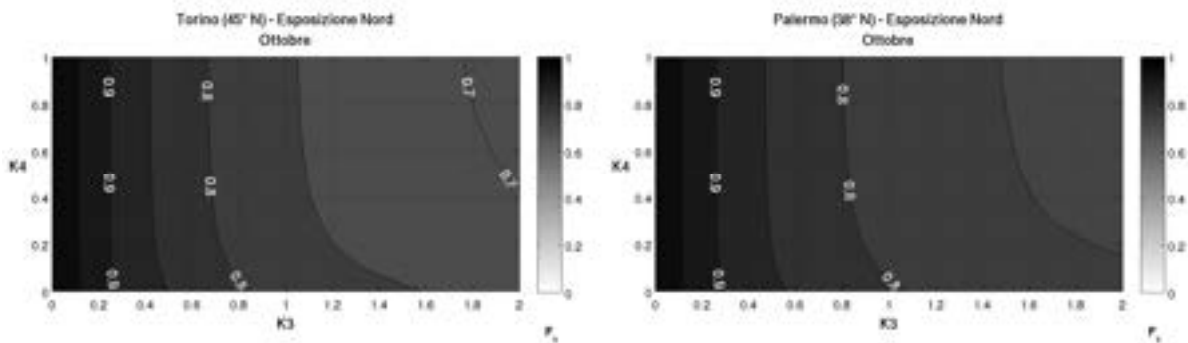


Figura 13.104 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

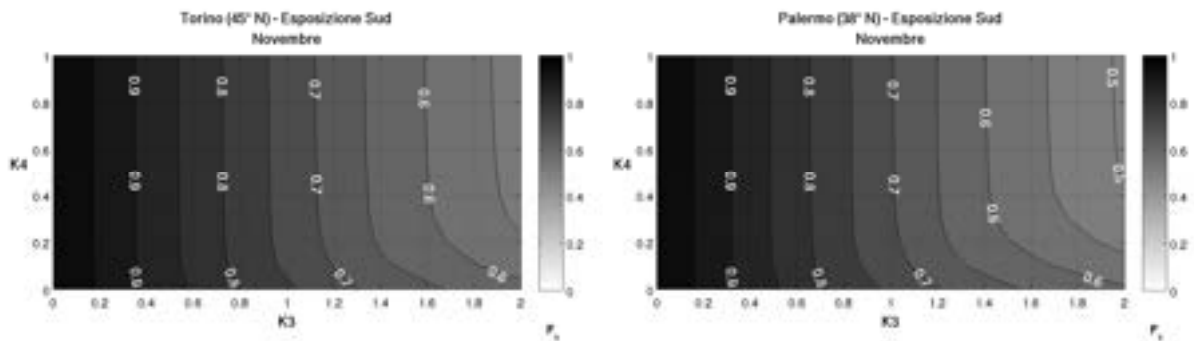


Figura 13.105 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

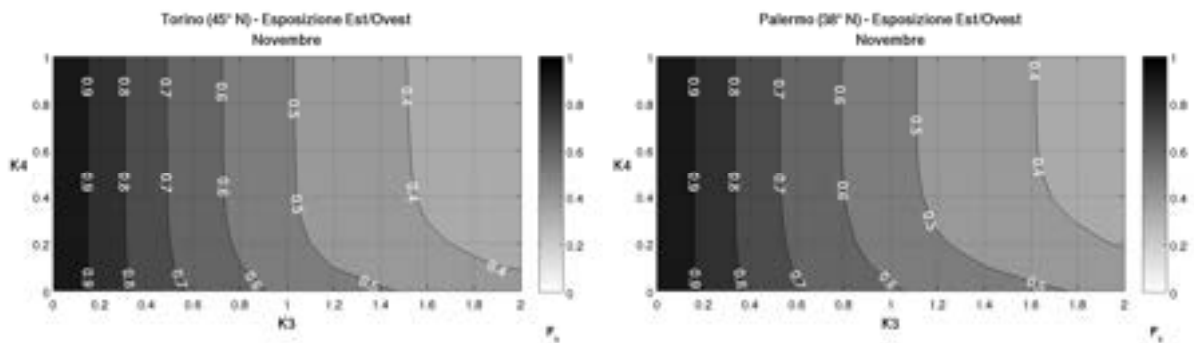


Figura 13.106 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

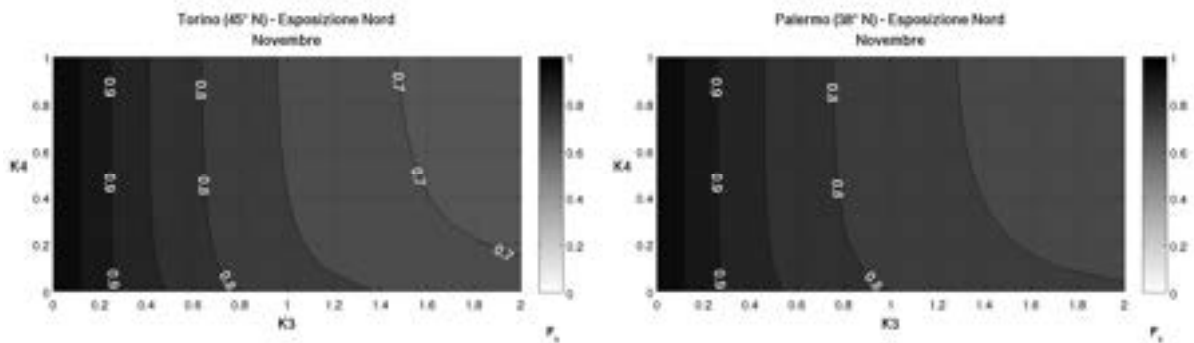


Figura 13.107 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

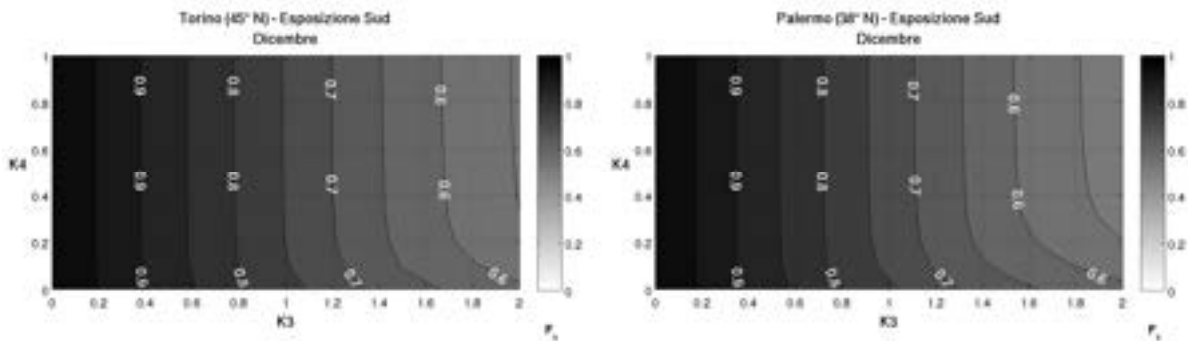


Figura 13.108 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione S, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

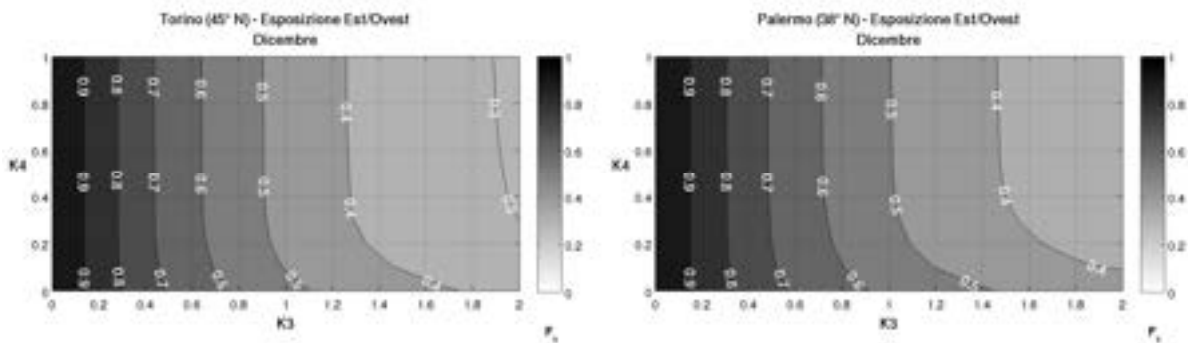


Figura 13.109 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione E/O, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

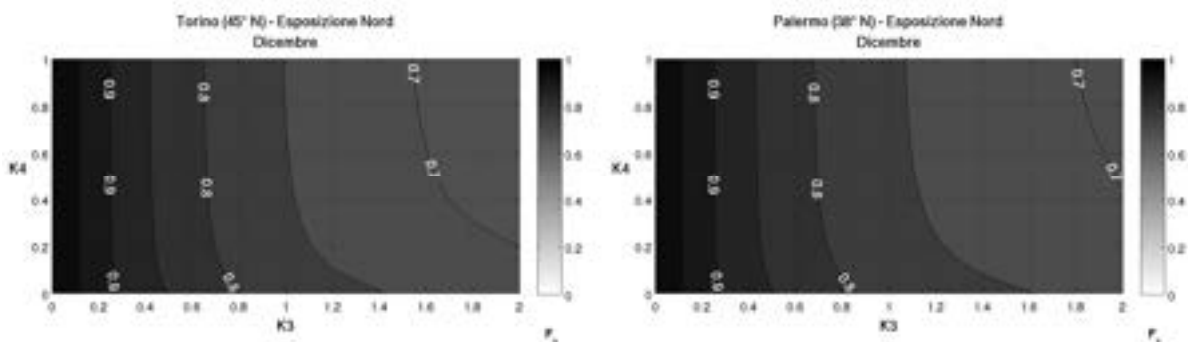


Figura 13.110 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata da bande laterali con esposizione N, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

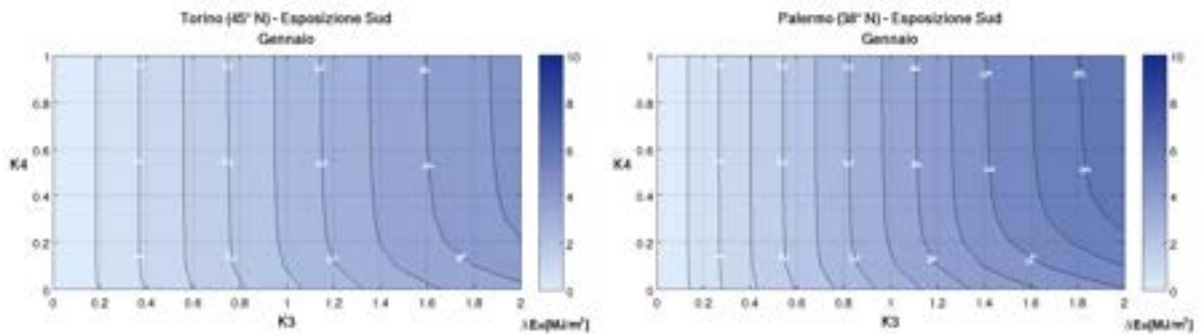


Figura 13.111 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

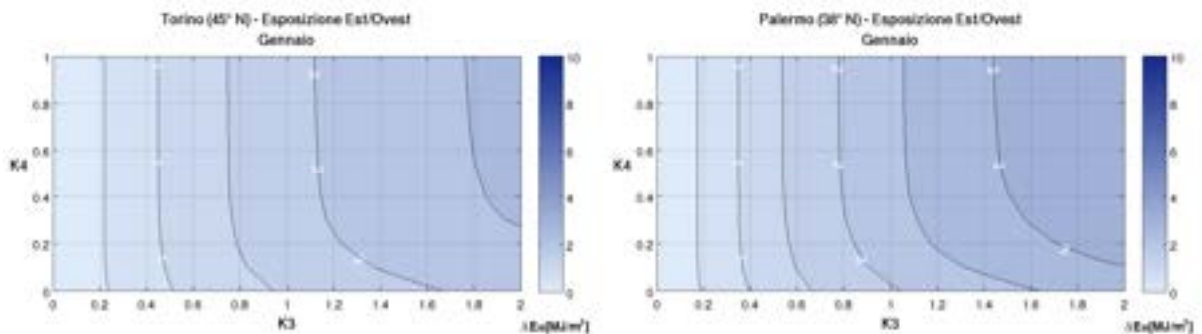


Figura 13.112 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

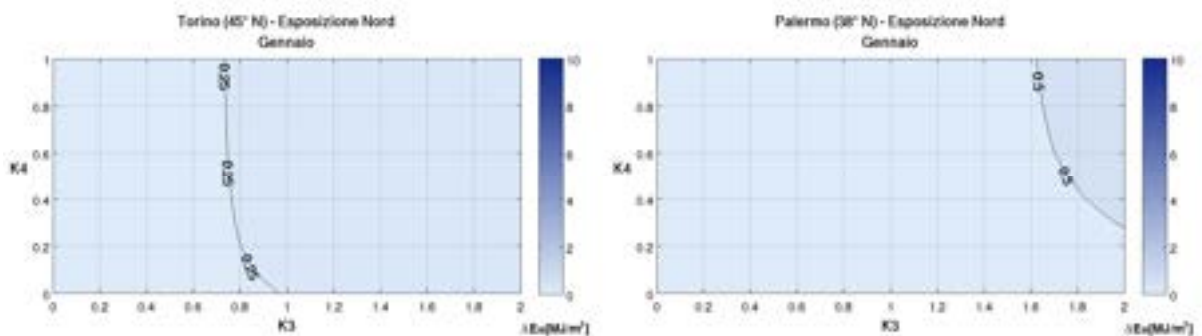


Figura 13.113 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

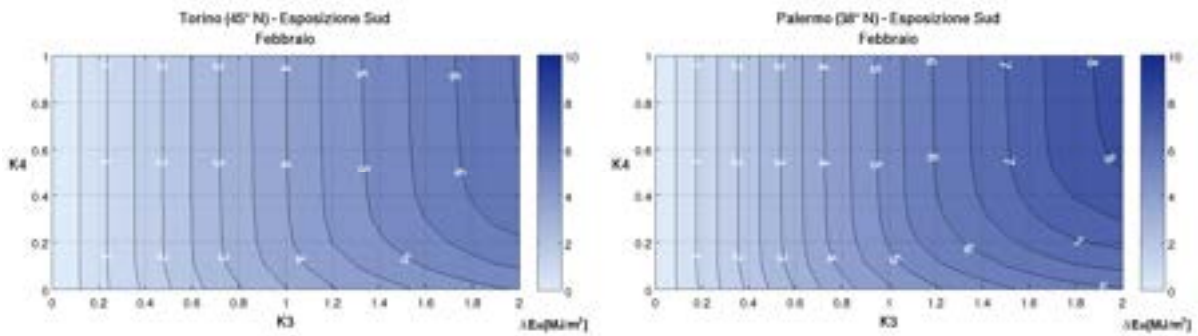


Figura 13.114 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

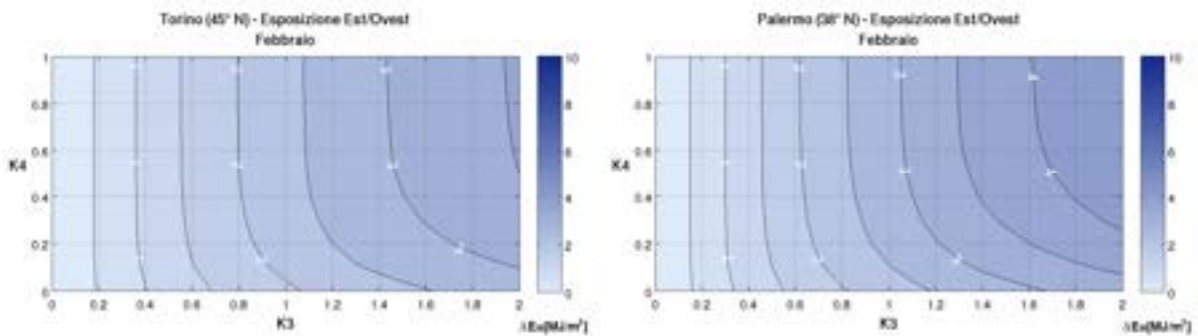


Figura 13.115 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

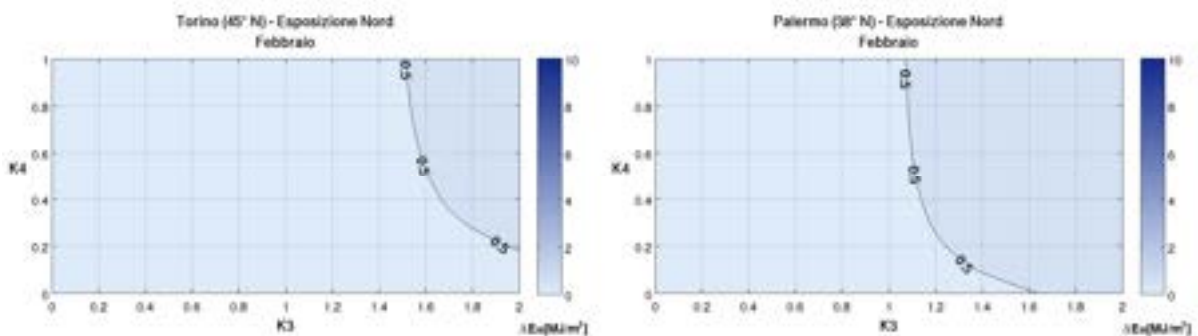


Figura 13.116 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).



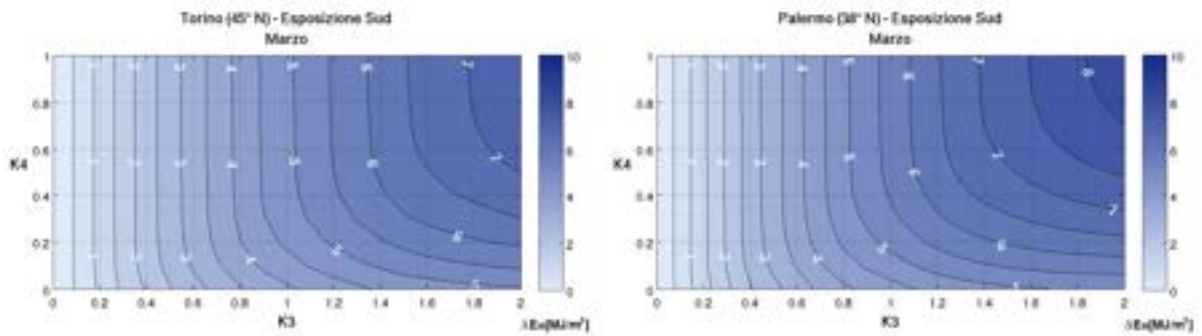


Figura 13.117 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

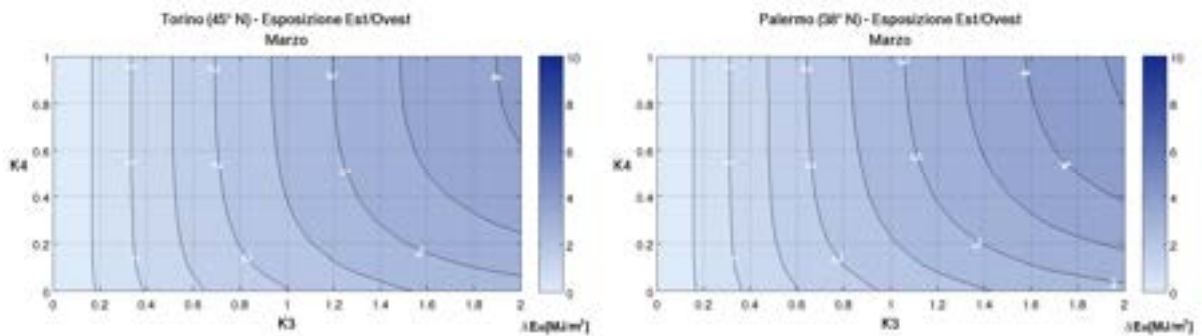


Figura 13.118 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

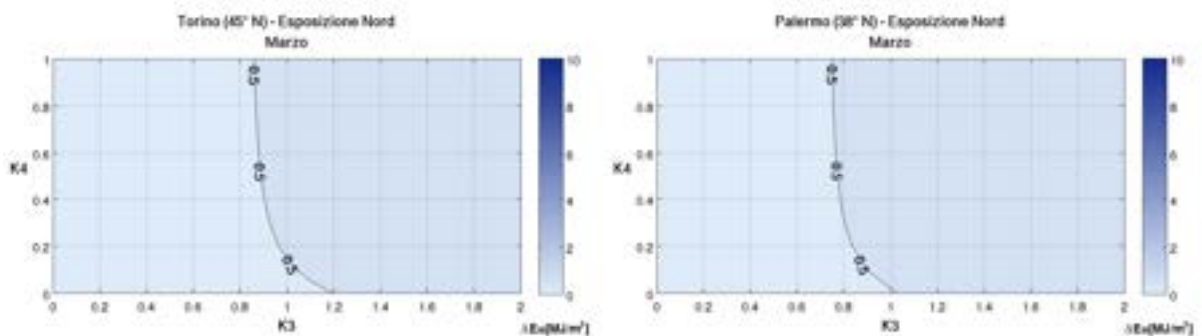


Figura 13.119 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

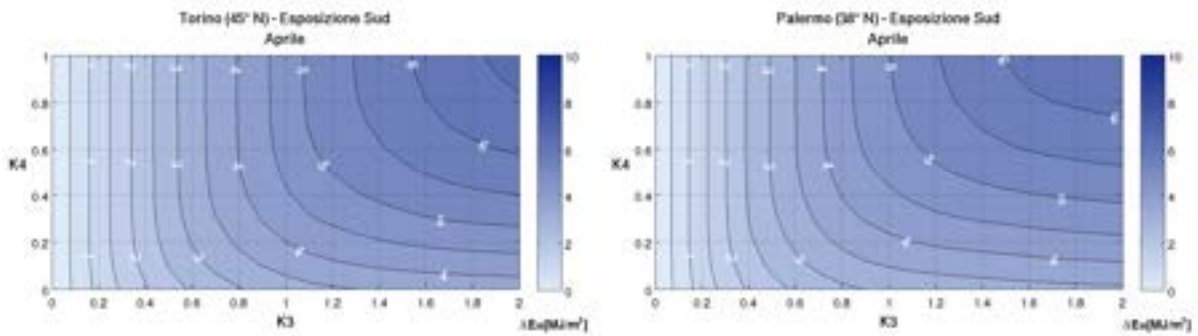


Figura 13.120 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

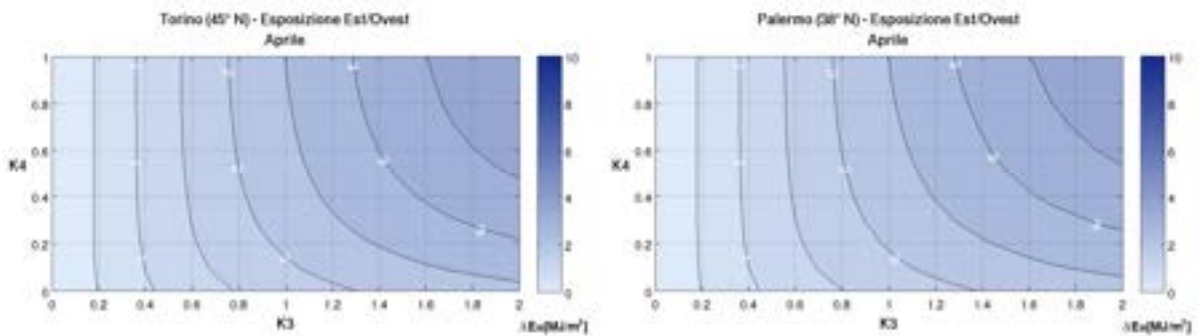


Figura 13.121 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

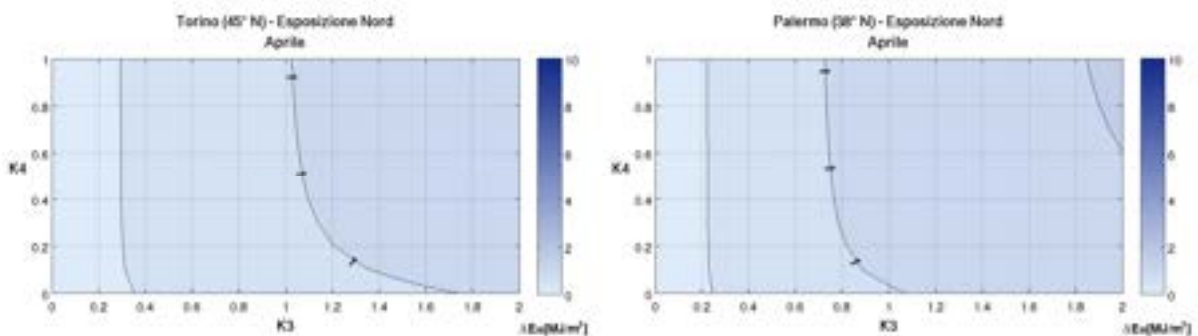


Figura 13.122 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

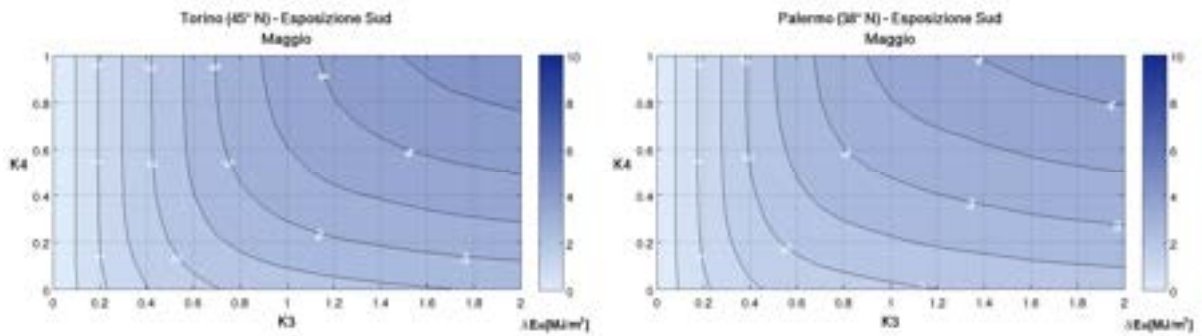


Figura 13.123 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

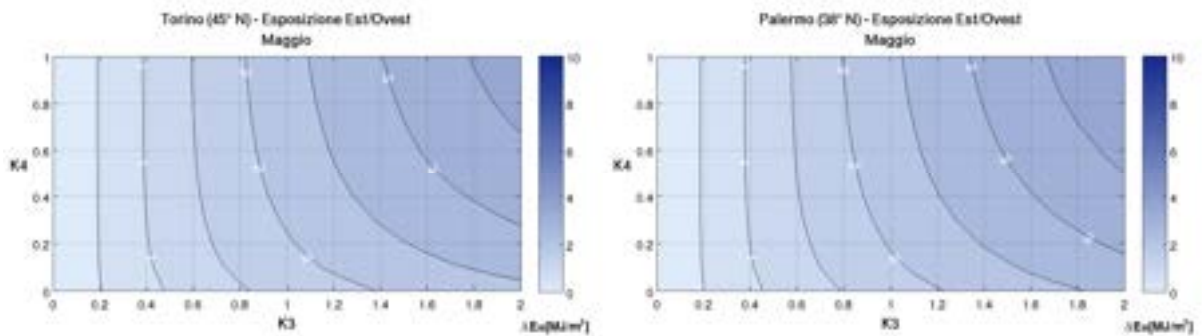


Figura 13.124 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

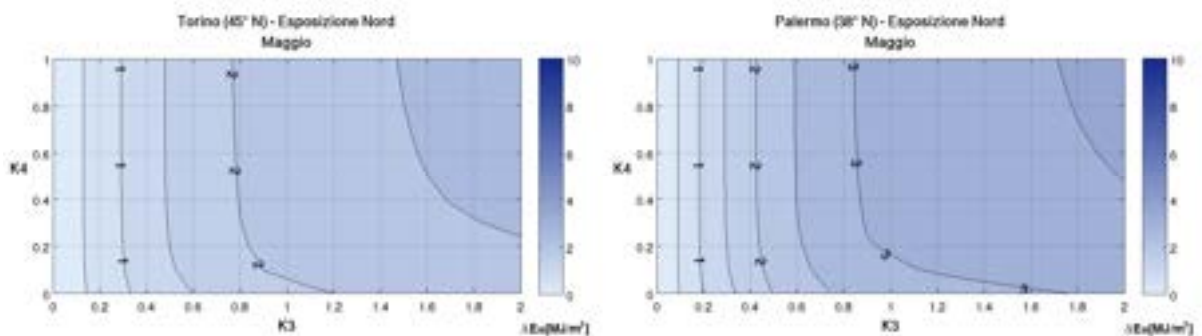


Figura 13.125 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

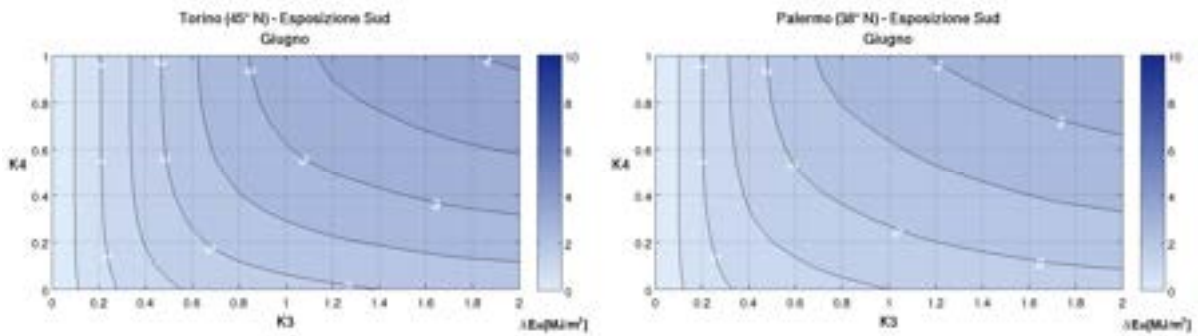


Figura 13.126 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

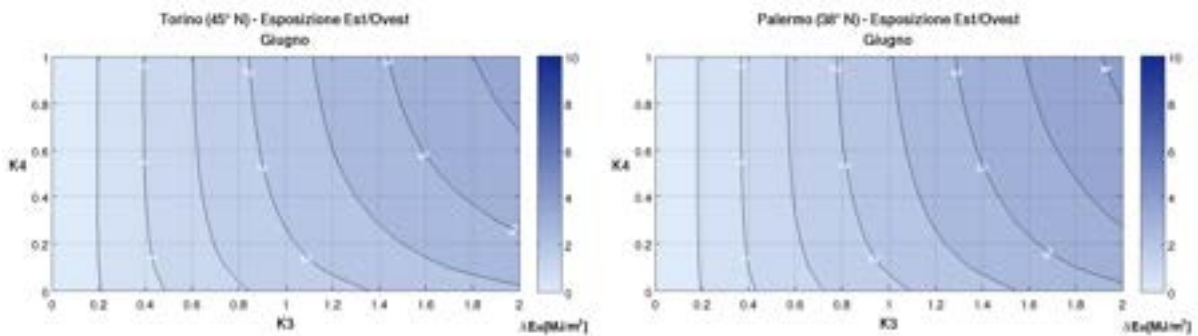


Figura 13.127 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

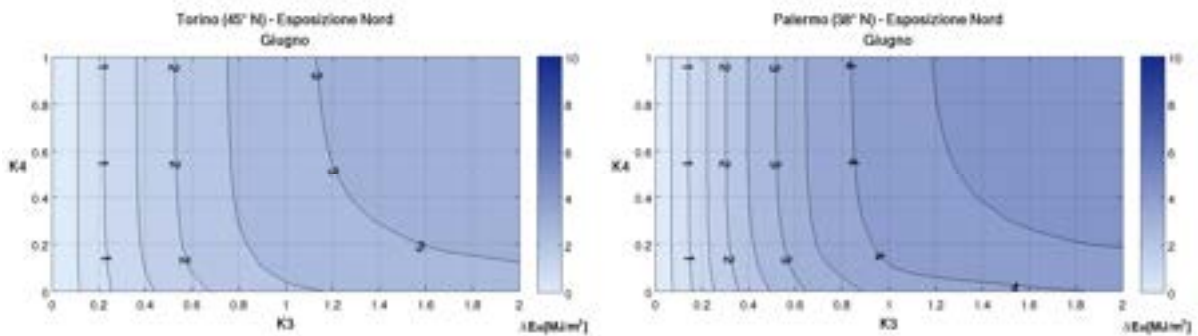


Figura 13.128 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

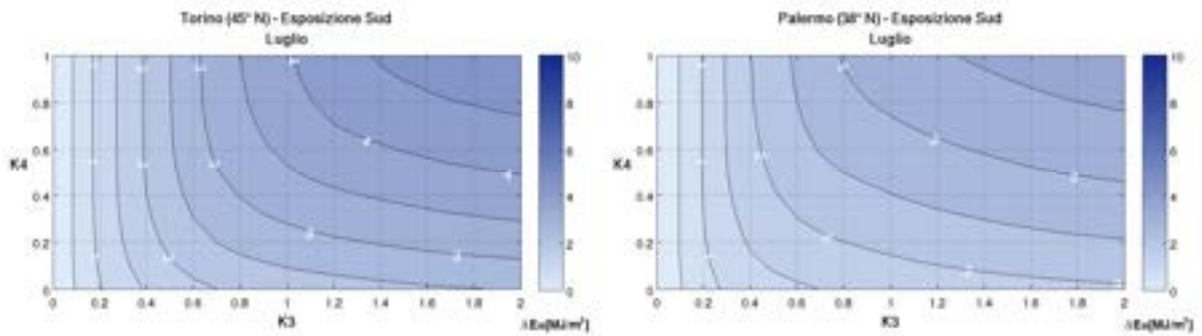


Figura 13.129 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

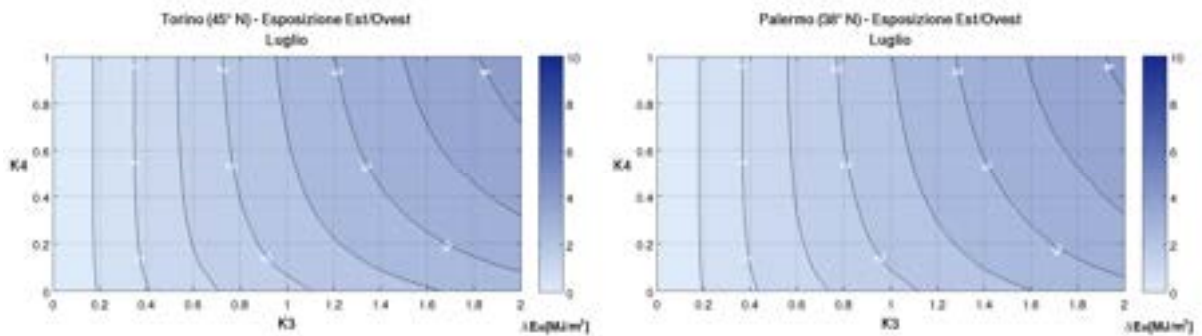


Figura 13.130 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

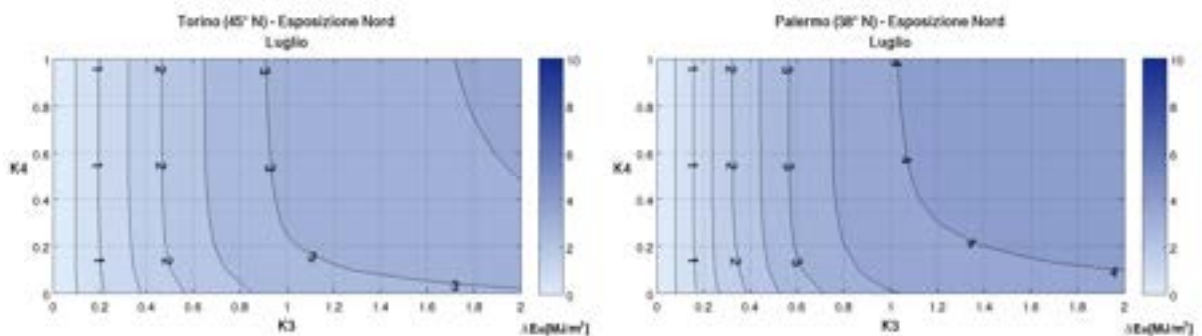


Figura 13.131 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

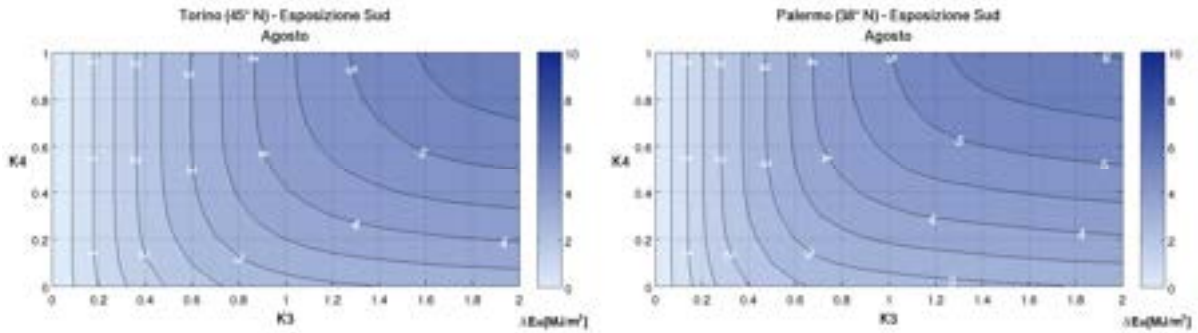


Figura 13.132 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

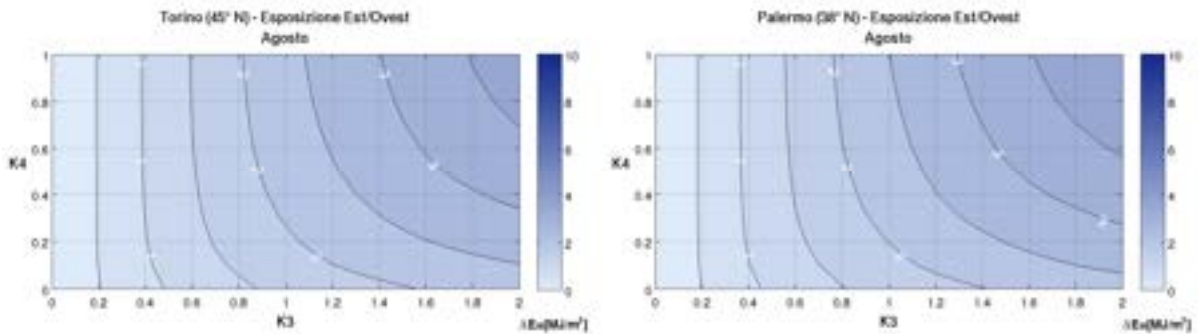


Figura 13.133 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

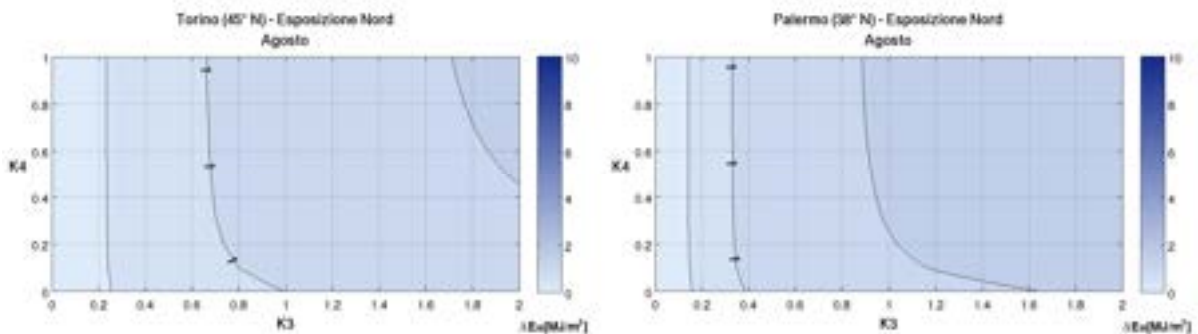


Figura 13.134 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

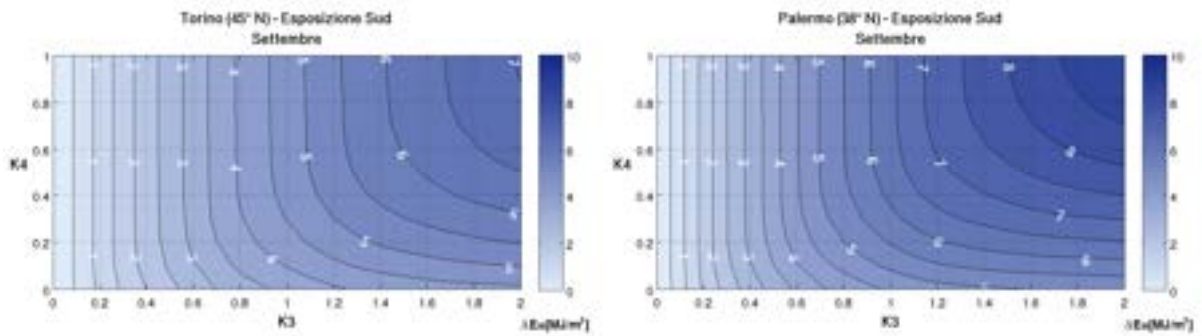


Figura 13.135 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

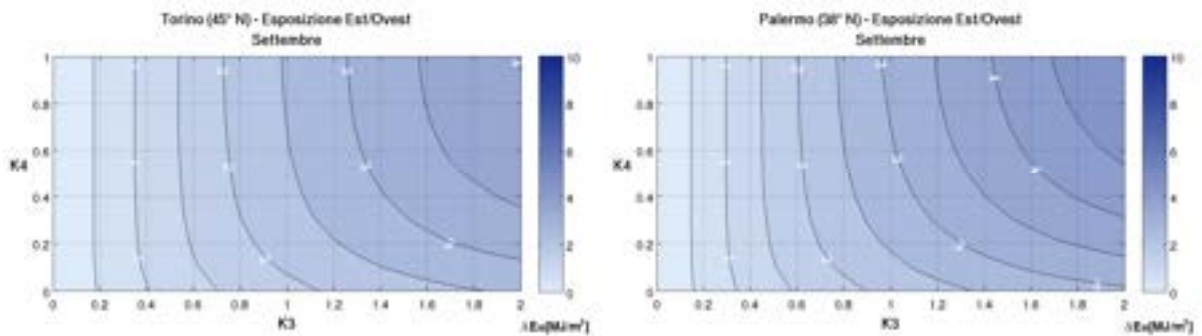


Figura 13.136 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

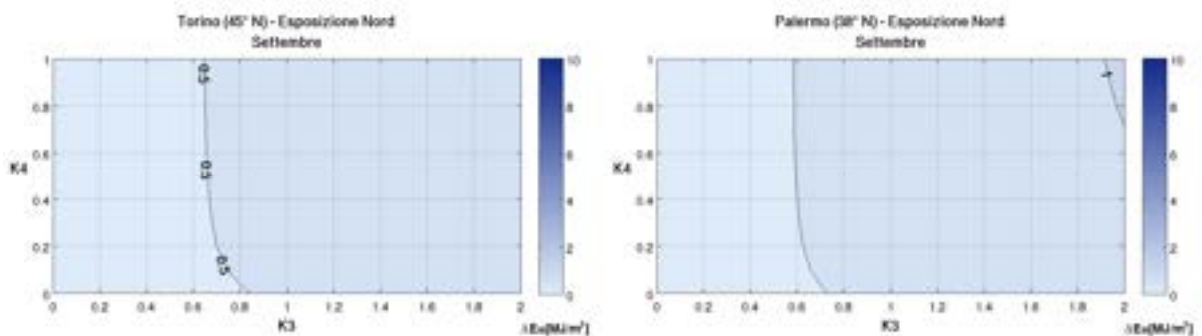


Figura 13.137 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

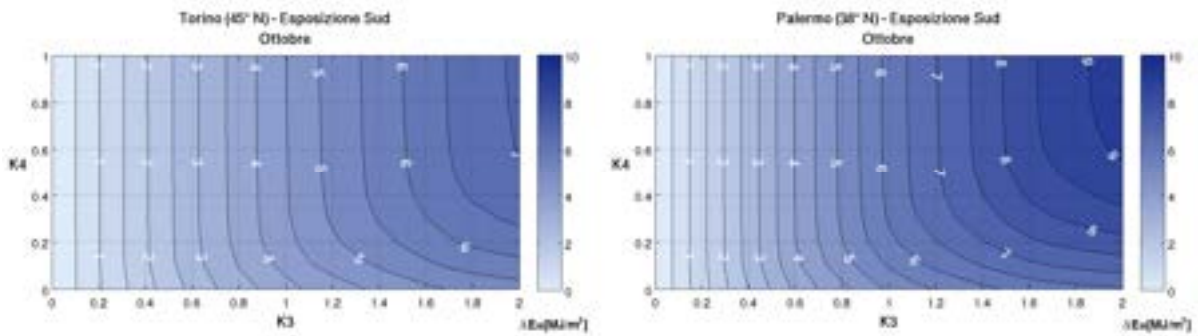


Figura 13.138 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

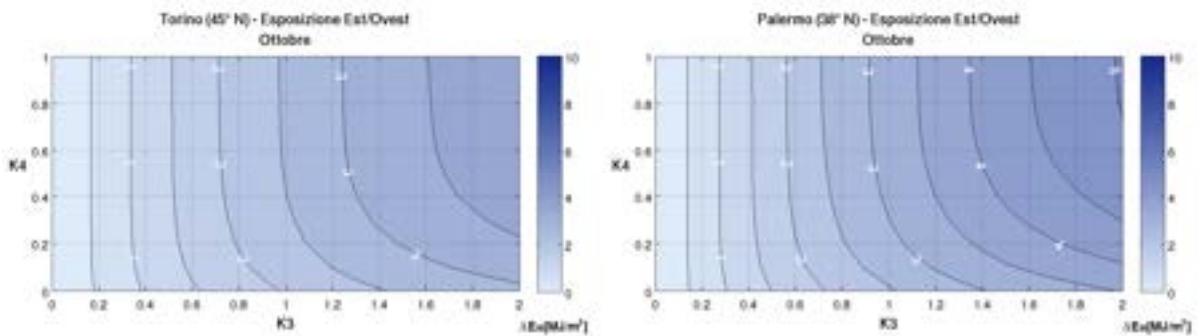


Figura 13.139 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

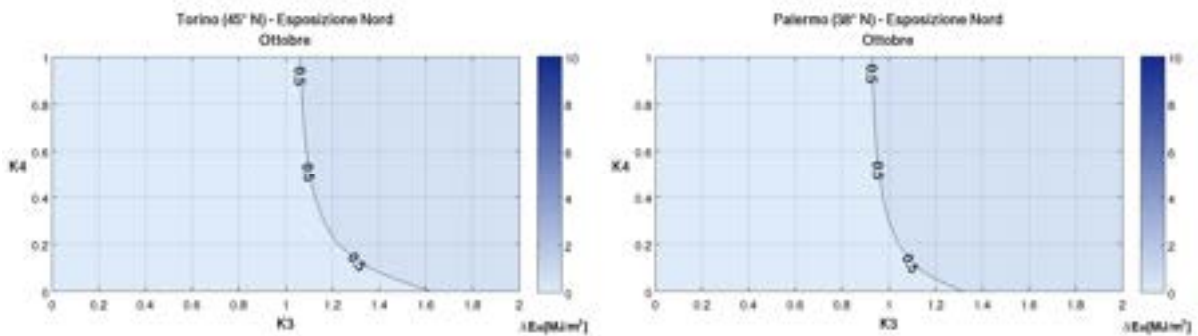


Figura 13.140 – Riduzione dell'irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).



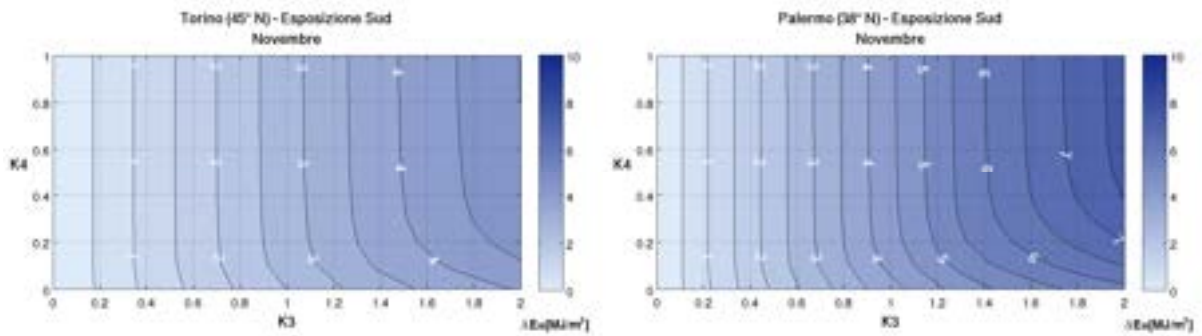


Figura 13.141 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

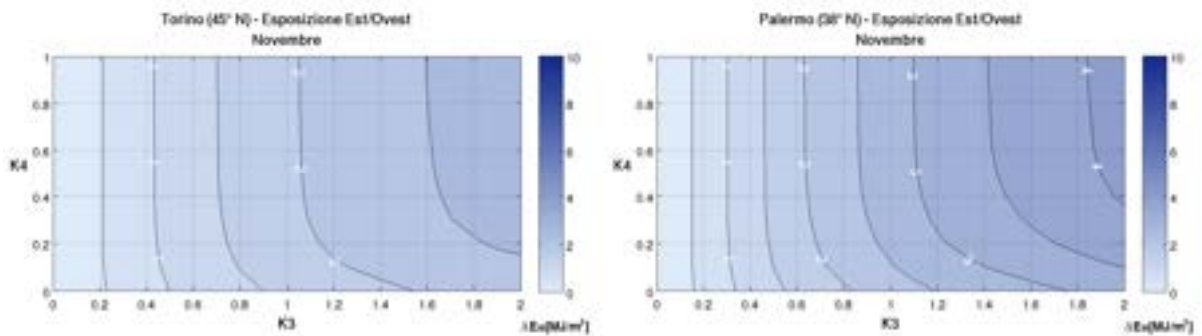


Figura 13.142 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

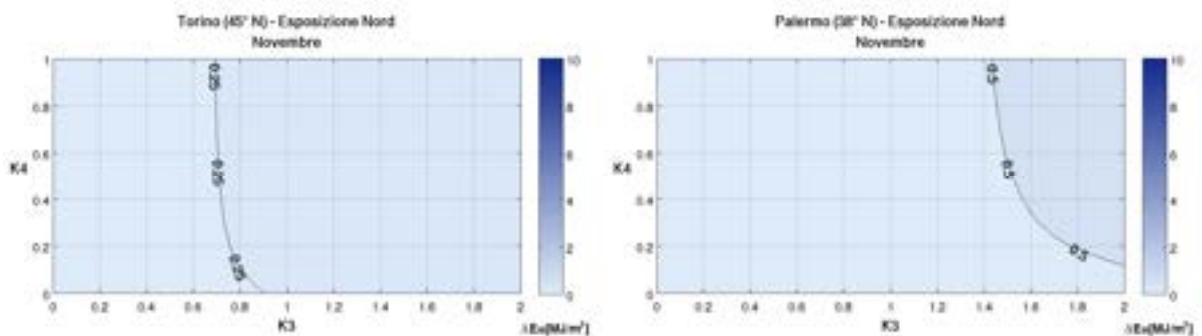


Figura 13.143 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

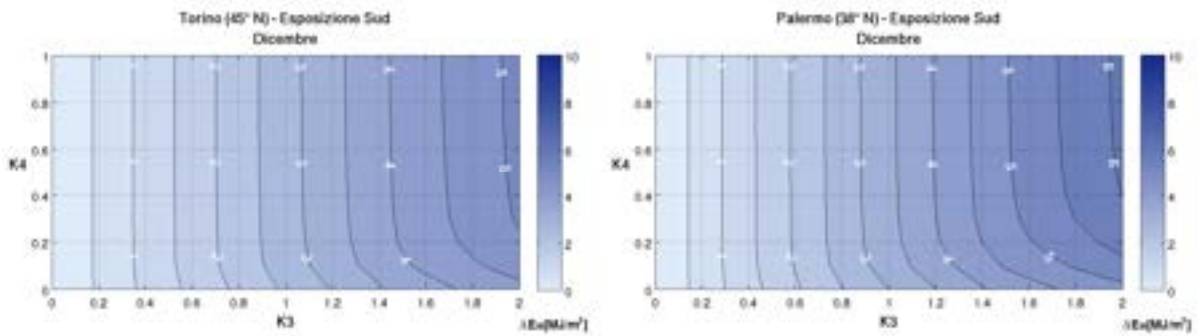


Figura 13.144 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata da bande laterali, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

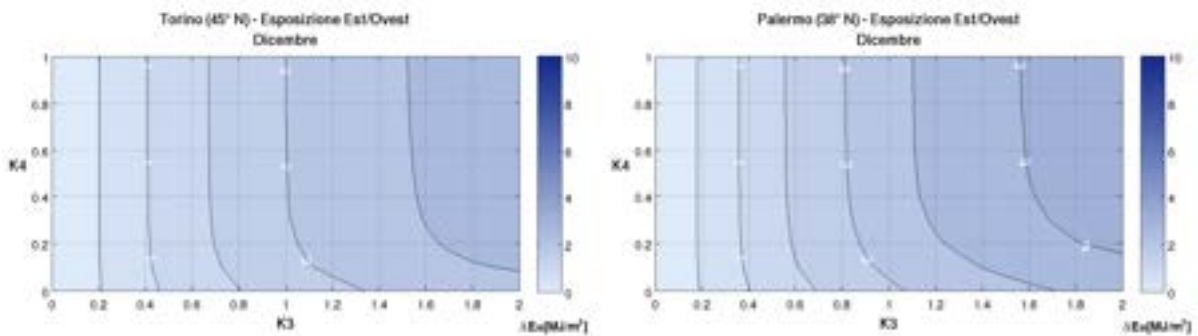


Figura 13.145 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata da bande laterali, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

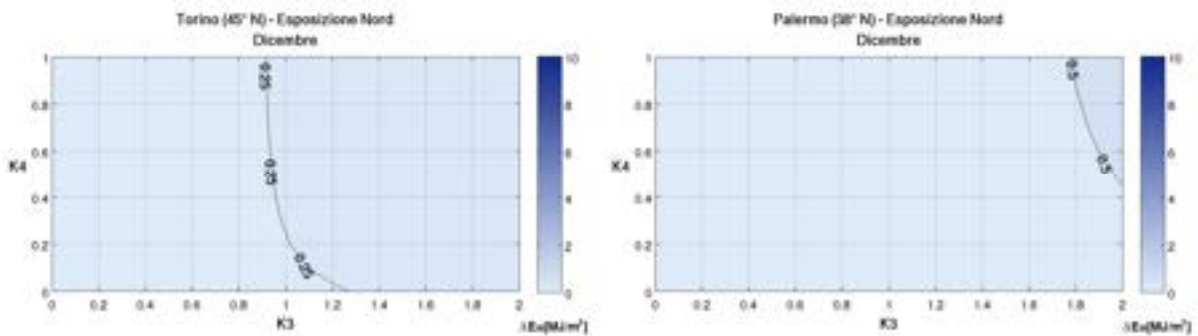


Figura 13.146 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata da bande laterali, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

### 13.3. Fattore di ombreggiamento medio mensile in presenza di aggetti e di bande

Al fine di descrivere la geometria del sistema finestra-aggetti orizzontali combinati con bande laterali, si considerano i parametri  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  e  $K_4$  definiti in precedenza. Tuttavia, per poter rappresentare una geometria simile in un diagramma bidimensionale, è necessario ridurre le variabili del sistema; sono stati perciò adottati  $K_1=K_3$  e  $K_2=K_4$ .

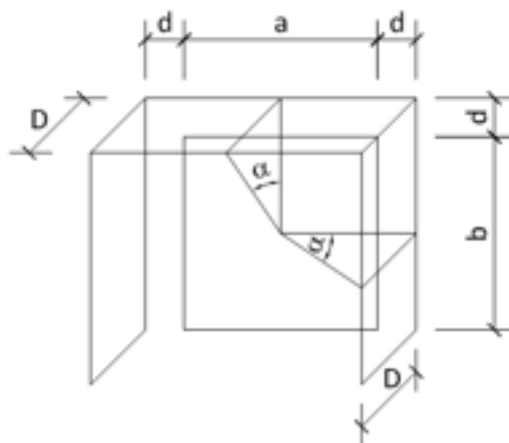


Figura 13.147 – Rappresentazione della geometria finestra-aggetti orizzontali combinati con bande laterali.

Fondere i parametri relativi ad aggetti orizzontali e bande laterali significa che il parametro  $K_1$  (o  $K_3$ ) gestisce la profondità degli aggetti e delle bande, assunta uguale tra loro, mentre il parametro  $K_2$  (o  $K_4$ ) gestisce l'estensione degli aggetti e delle bande oltre i bordi della finestra, assunta uguale tra loro. In questo modo, l'estensione di aggetti e bande equivale alla distanza che hanno dalla finestra.

#### 13.3.1. Analisi dei risultati

Indagando le differenze dovute alla latitudine, si può osservare, per tutte le esposizioni, che si hanno andamenti del fattore di ombreggiamento piuttosto simili tra Torino e Palermo, con una possibilità di maggiore riduzione dell'irraggiamento a Palermo.

La distanza dei sistemi ombreggianti ha un effetto negativo sulla loro efficacia. L'influenza di questo parametro è massima per esposizione sud, durante i mesi invernali.

Sempre per esposizione sud, inoltre, si può osservare come incrementare la profondità di aggetti e bande tenda ad essere efficace solo fino a un valore limite di  $K_1$  (o  $K_3$ ).

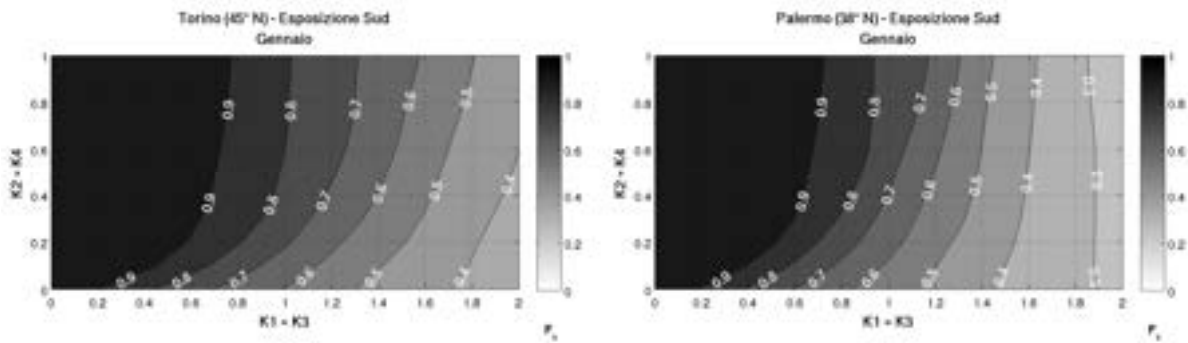


Figura 13.148 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

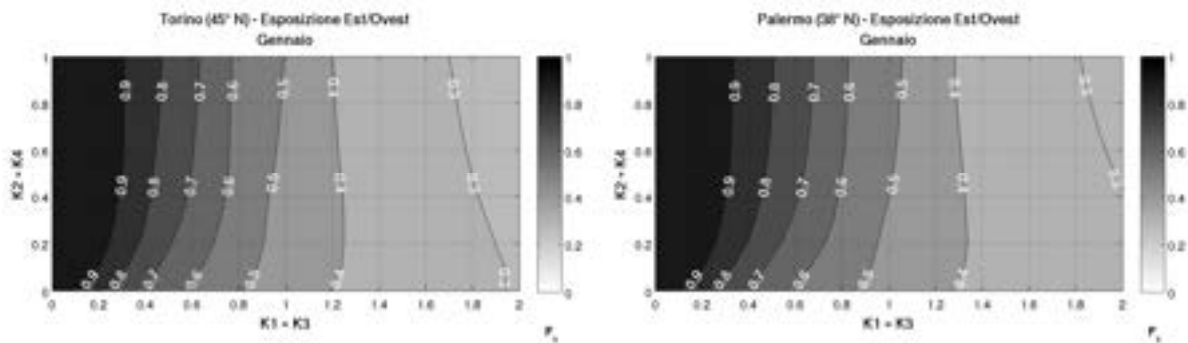


Figura 13.149 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

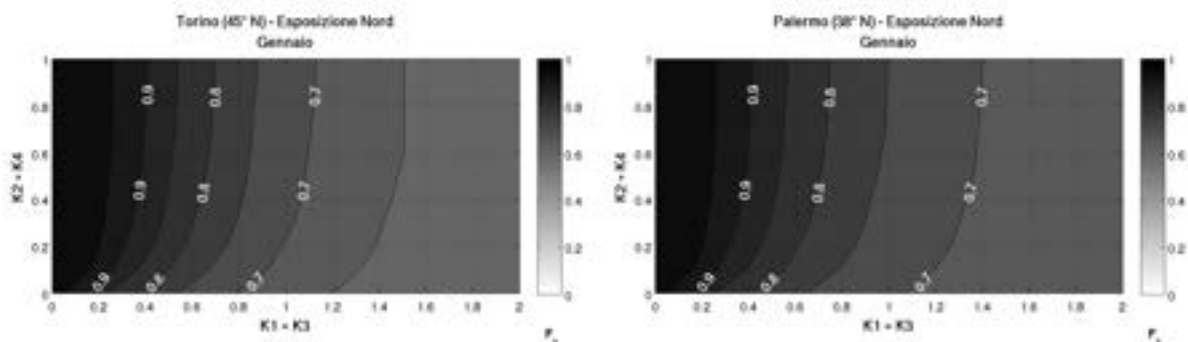


Figura 13.150 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di gennaio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

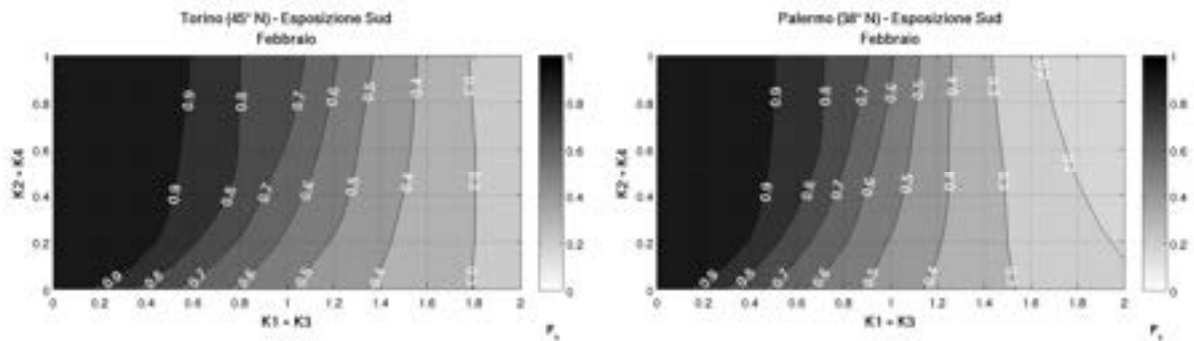


Figura 13.151 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

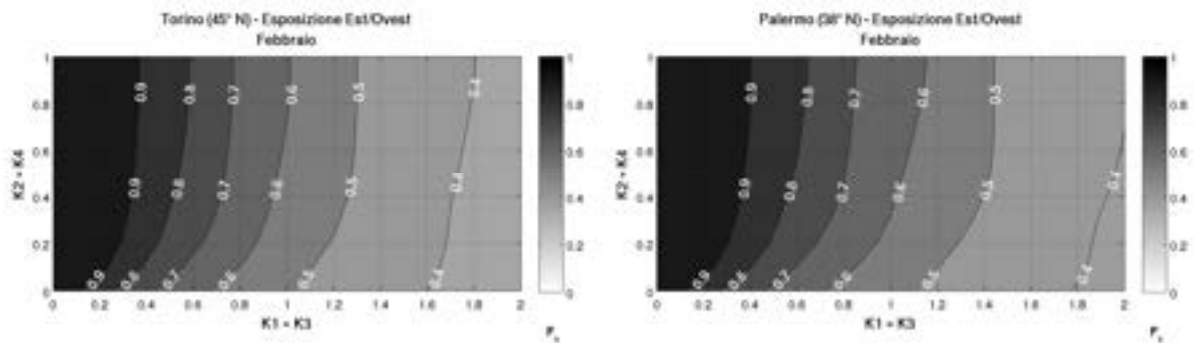


Figura 13.152 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

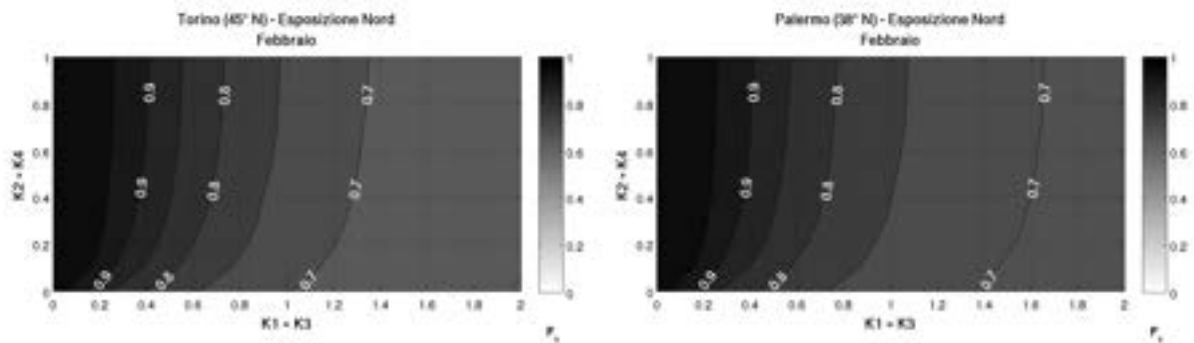


Figura 13.153 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di febbraio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

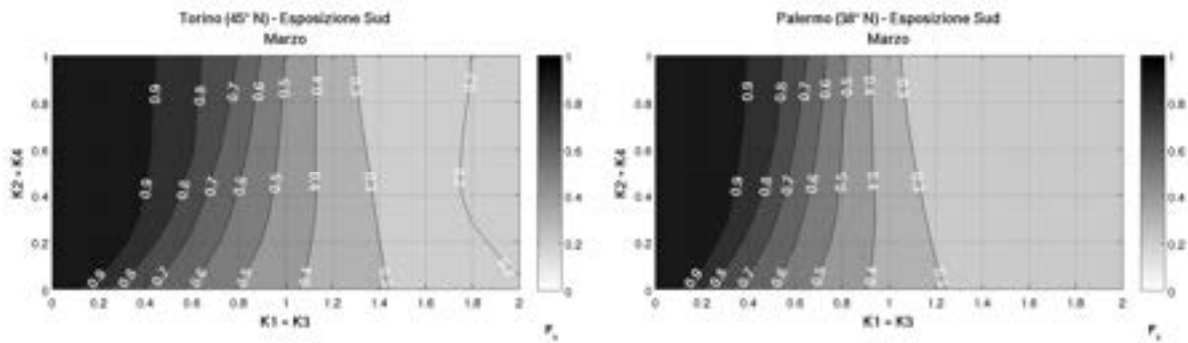


Figura 13.154 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

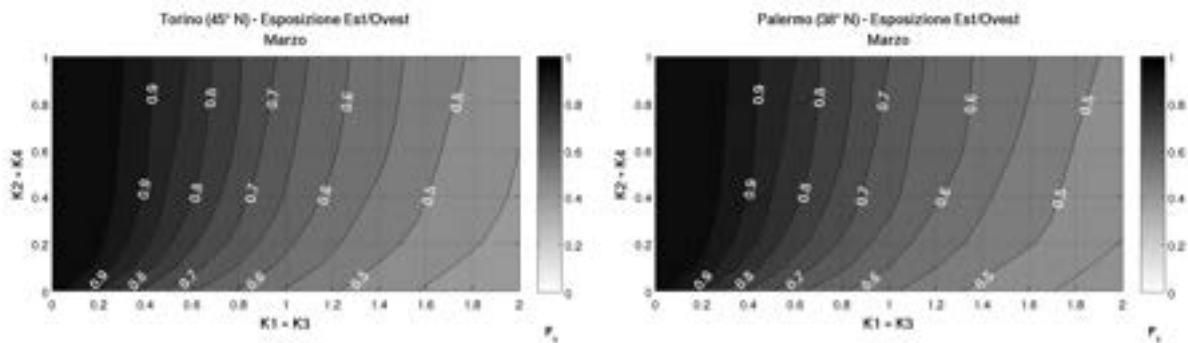


Figura 13.155 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

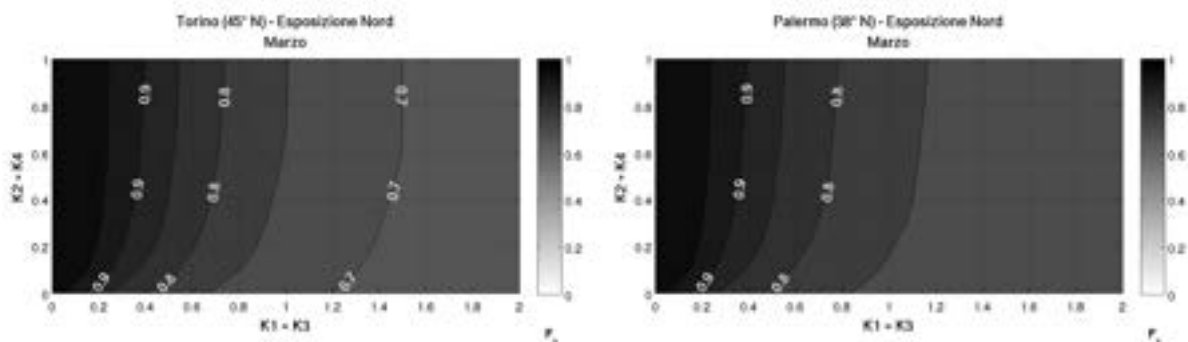


Figura 13.156 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di marzo, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

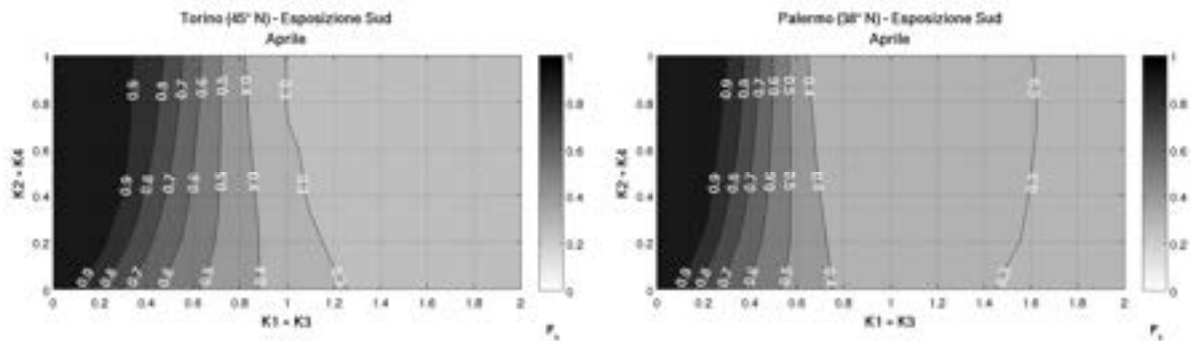


Figura 13.157 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

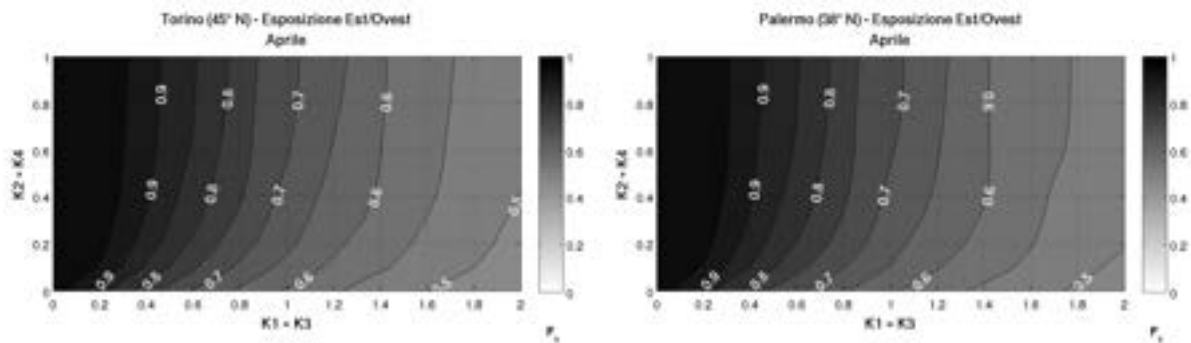


Figura 13.158 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

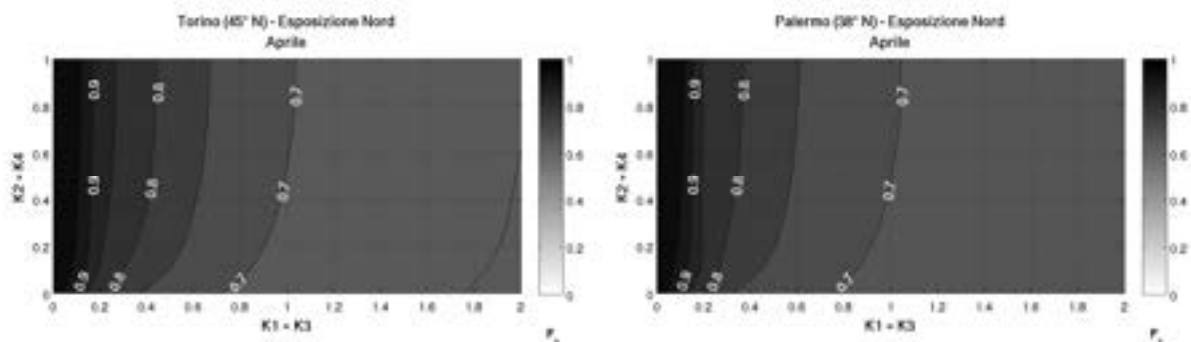


Figura 13.159 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di aprile, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

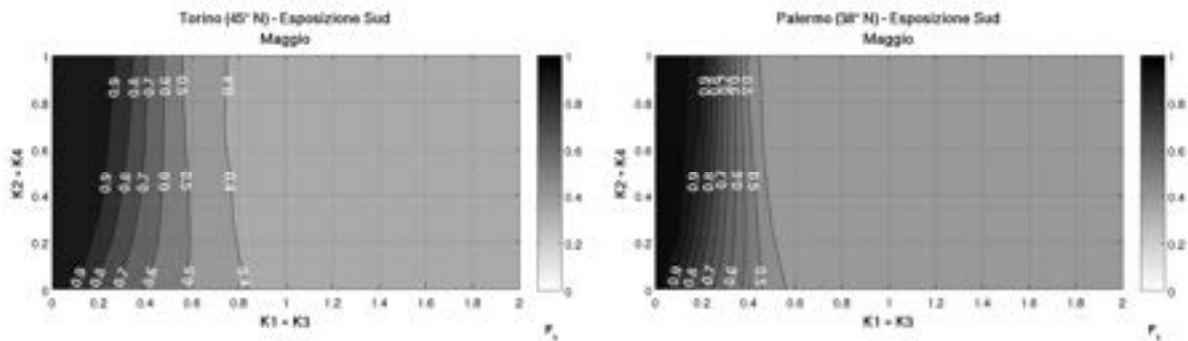


Figura 13.160 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

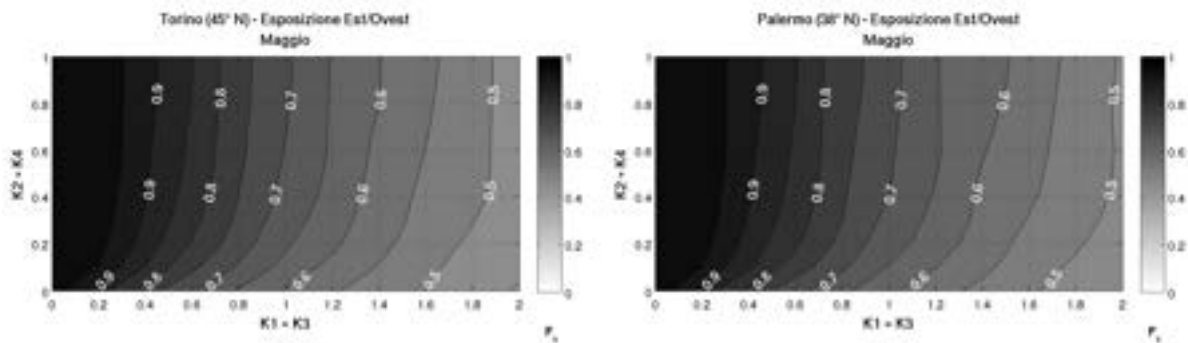


Figura 13.161 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

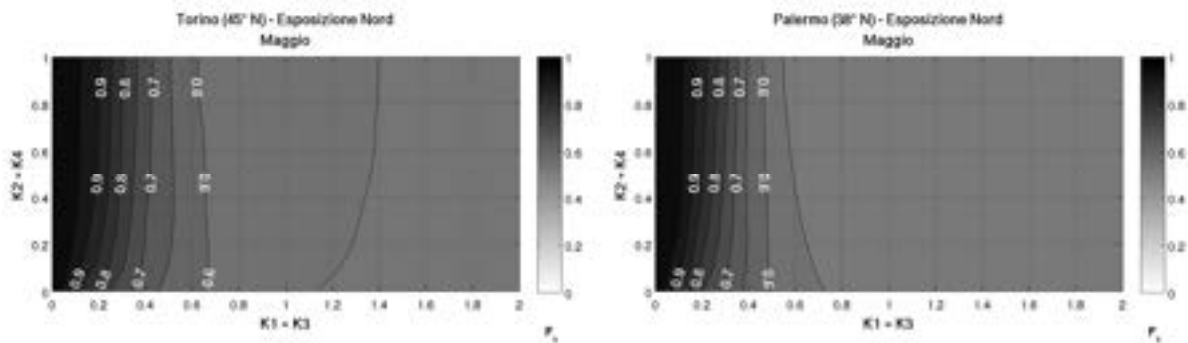


Figura 13.162 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di maggio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).



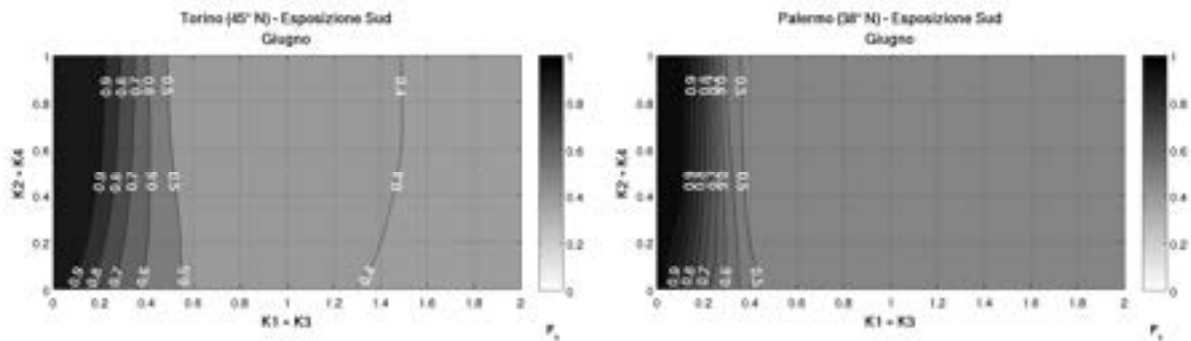


Figura 13.163 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

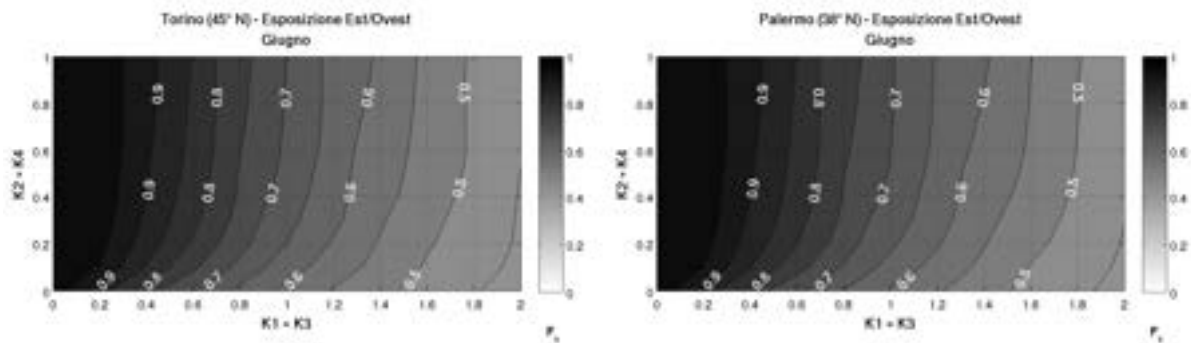


Figura 13.164 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

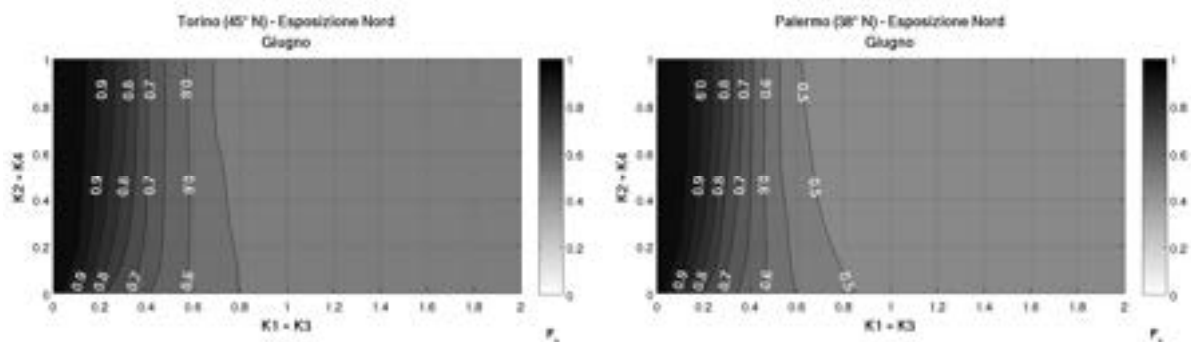


Figura 13.165 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di giugno, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

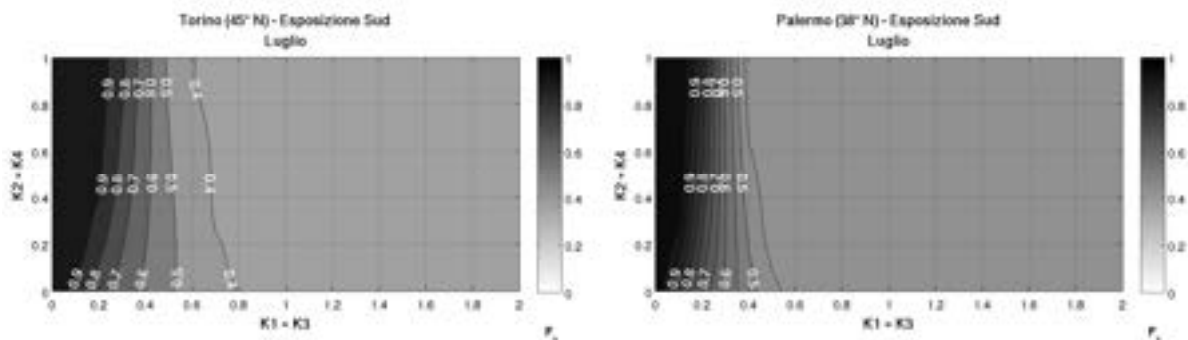


Figura 13.166 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

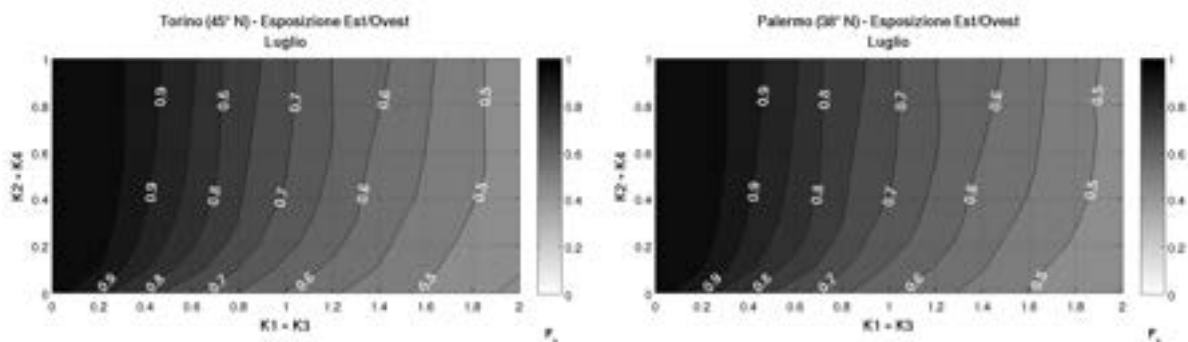


Figura 13.167 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

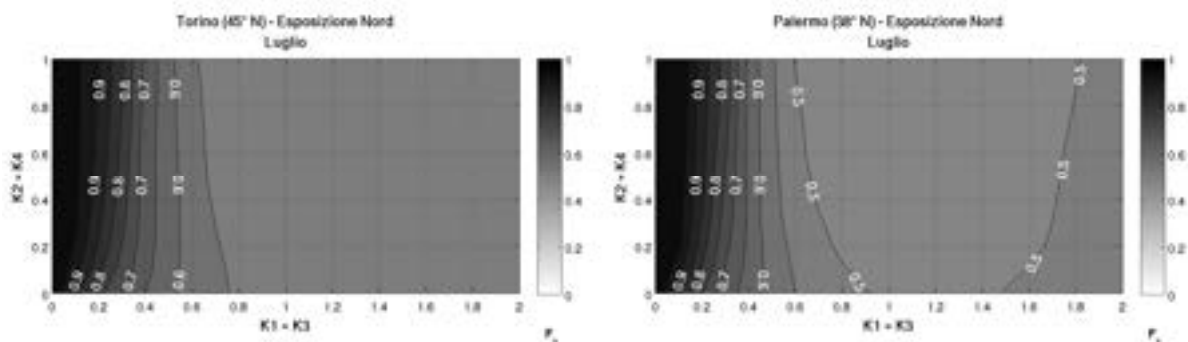


Figura 13.168 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di luglio, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

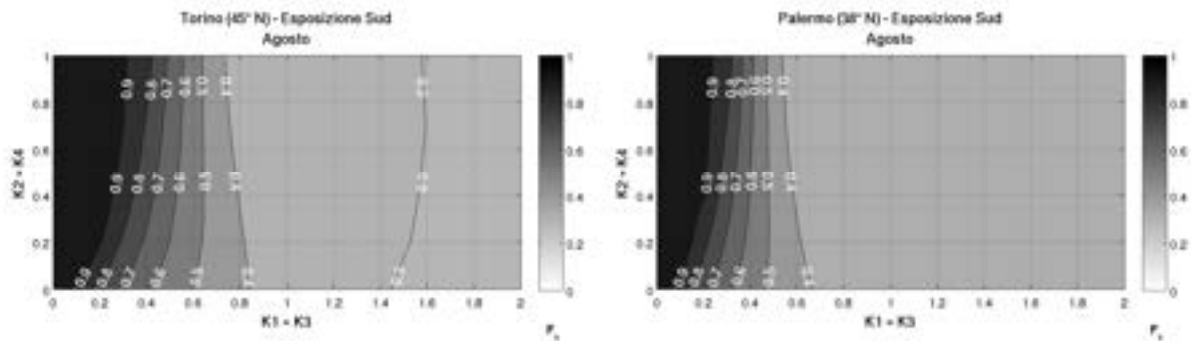


Figura 13.169 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

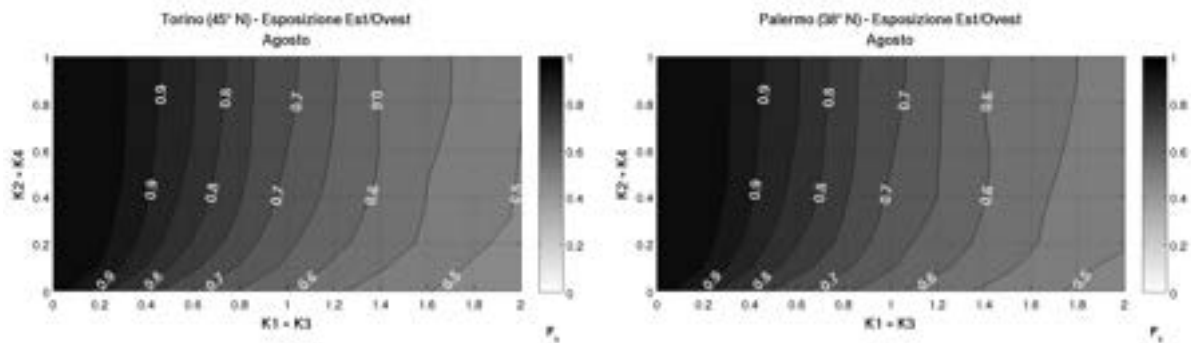


Figura 13.170 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

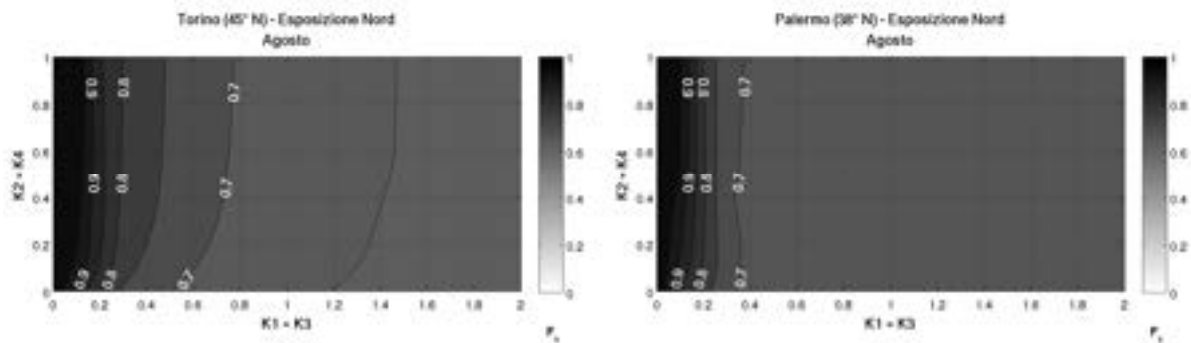


Figura 13.171 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di agosto, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

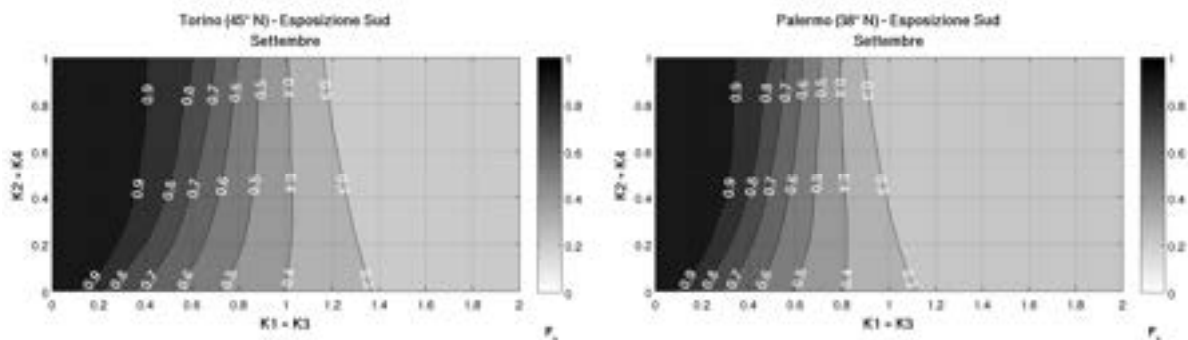


Figura 13.172 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

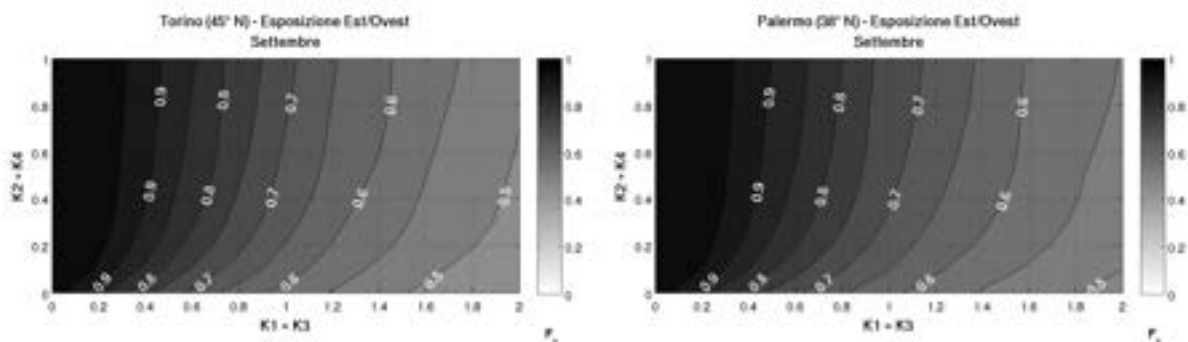


Figura 13.173 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

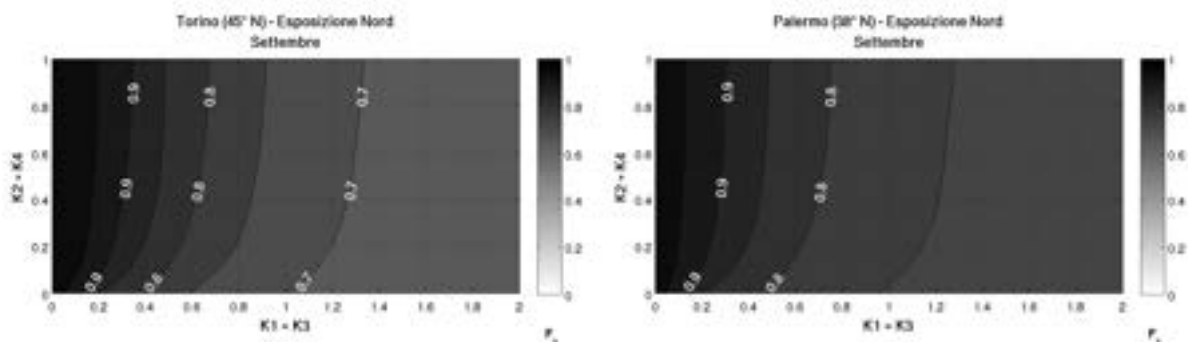


Figura 13.174 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di settembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

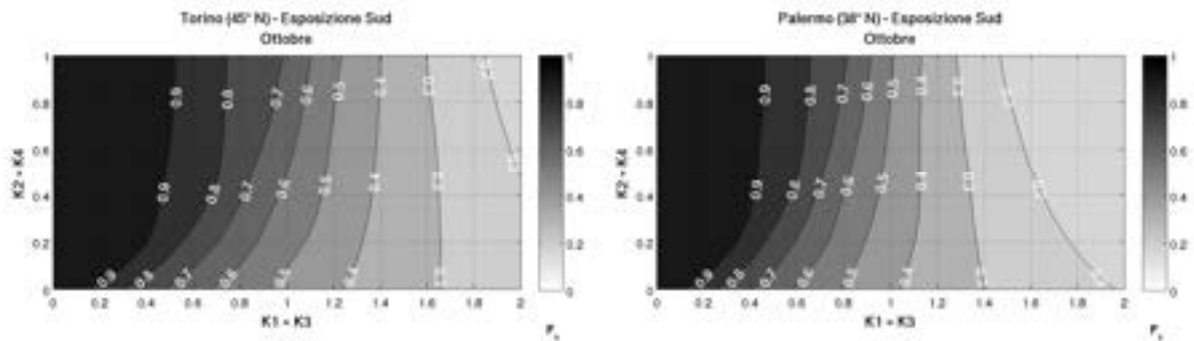


Figura 13.175 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

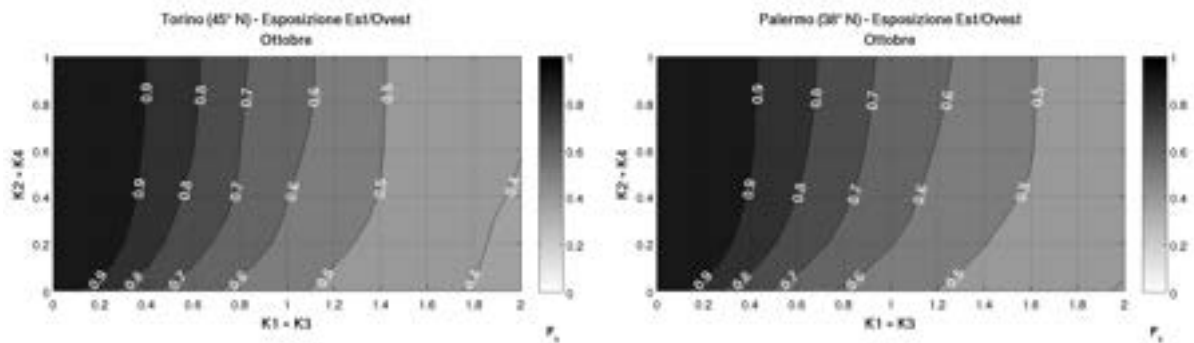


Figura 13.176 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

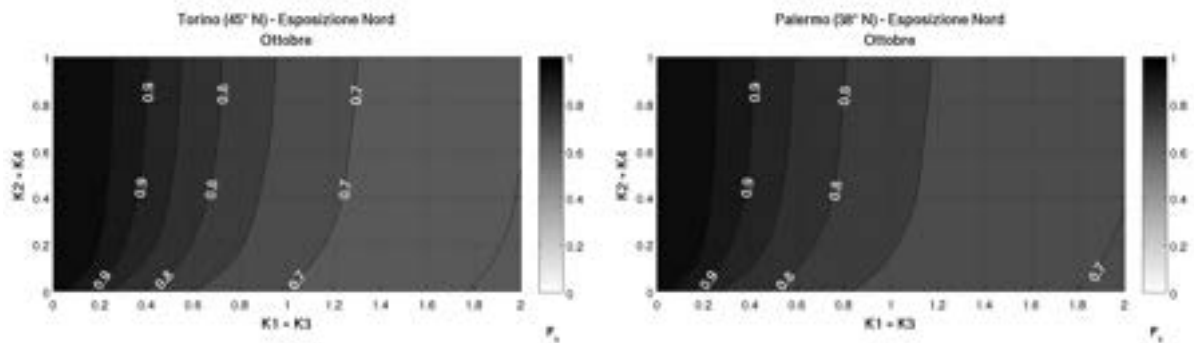


Figura 13.177 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di ottobre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

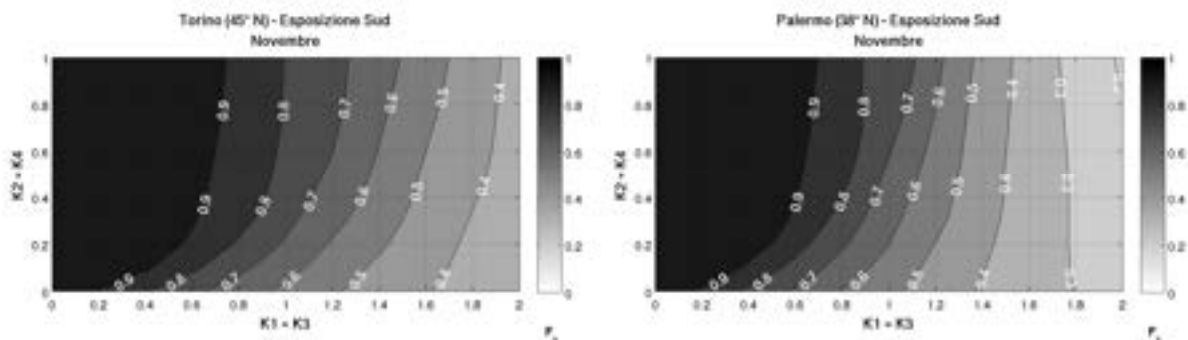


Figura 13.178 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

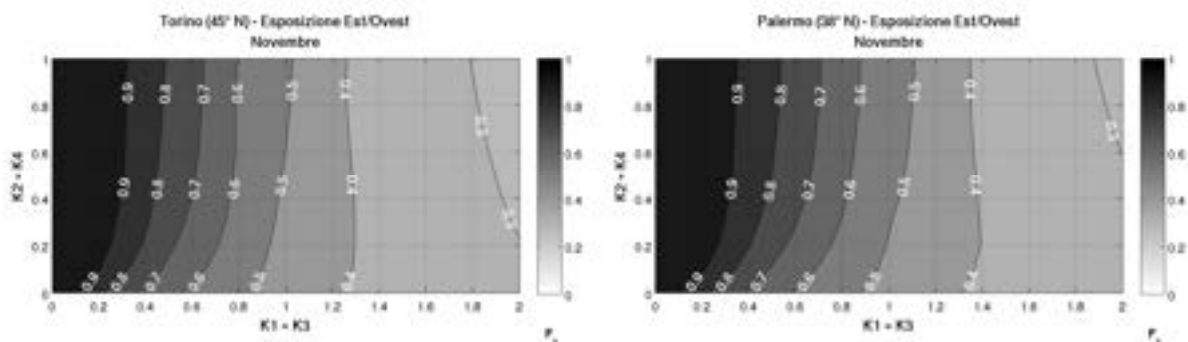


Figura 13.179 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

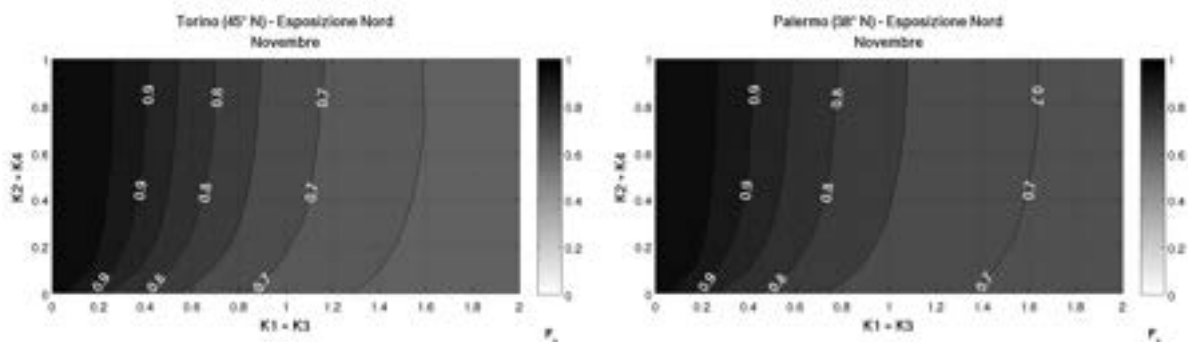


Figura 13.180 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di novembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

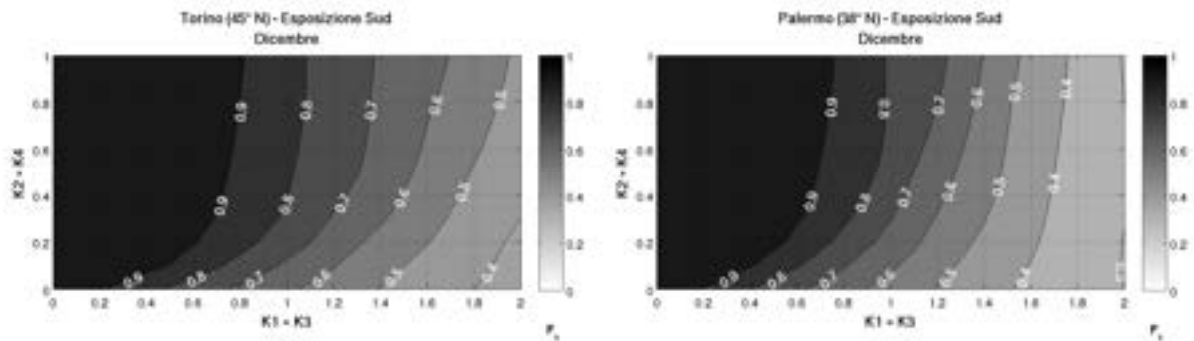


Figura 13.181 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione S, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

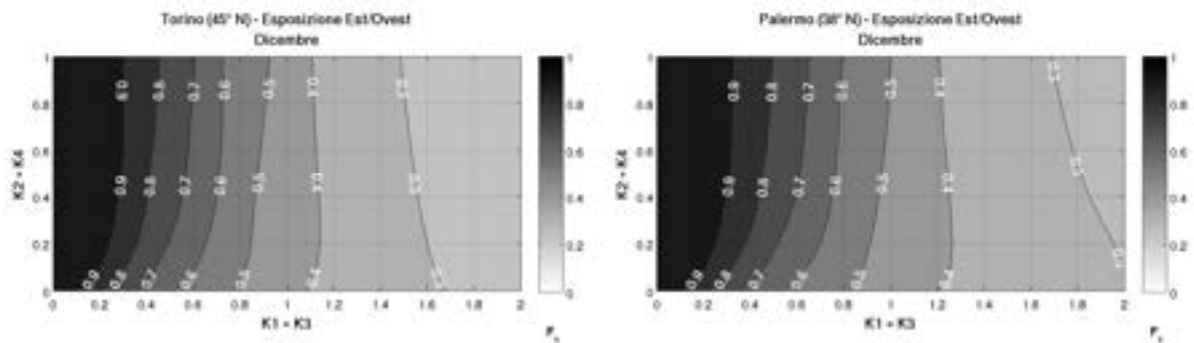


Figura 13.182 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione E/O, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

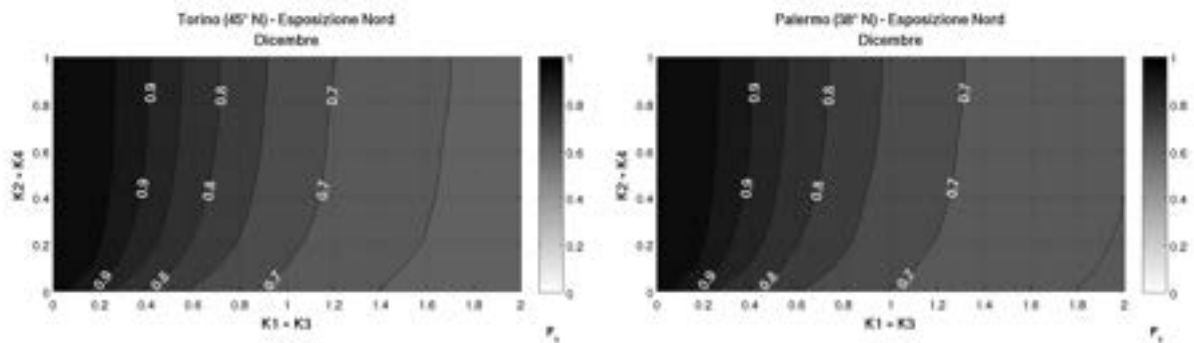


Figura 13.183 – Fattori di ombreggiamento per una finestra quadrata ombreggiata sia da aggetti orizzontali che bande con esposizione N, nel mese di dicembre, a Torino (45°N) e a Palermo (38°N).

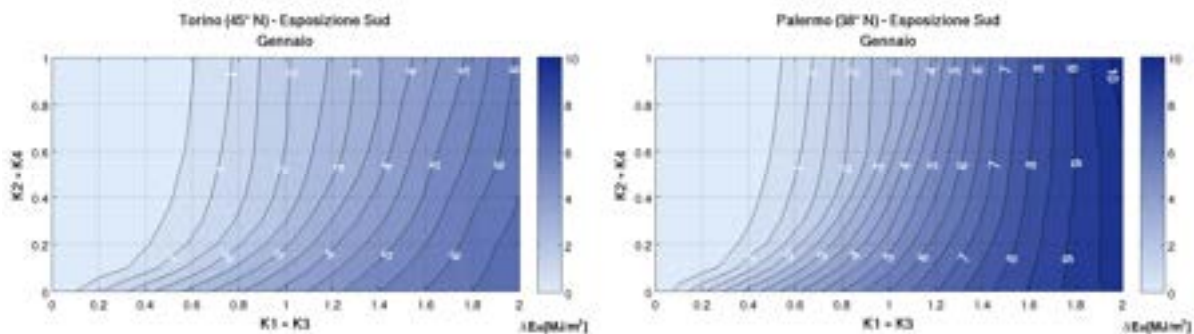


Figura 13.184 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

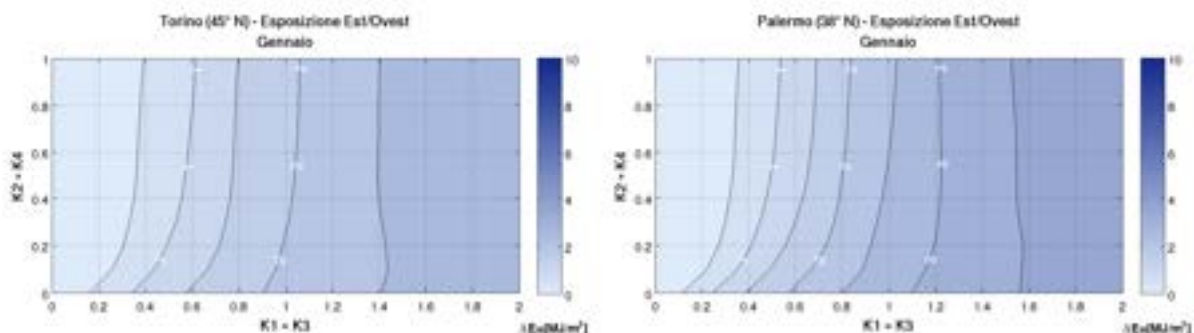


Figura 13.185 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

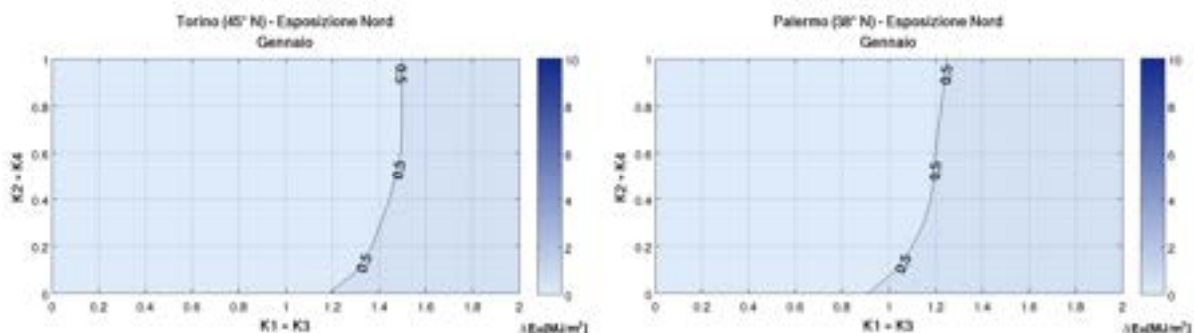


Figura 13.186 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di gennaio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).



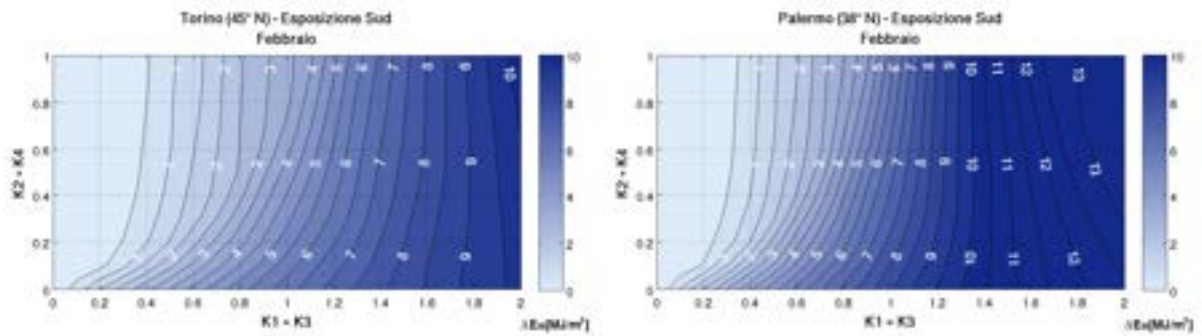


Figura 13.187 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

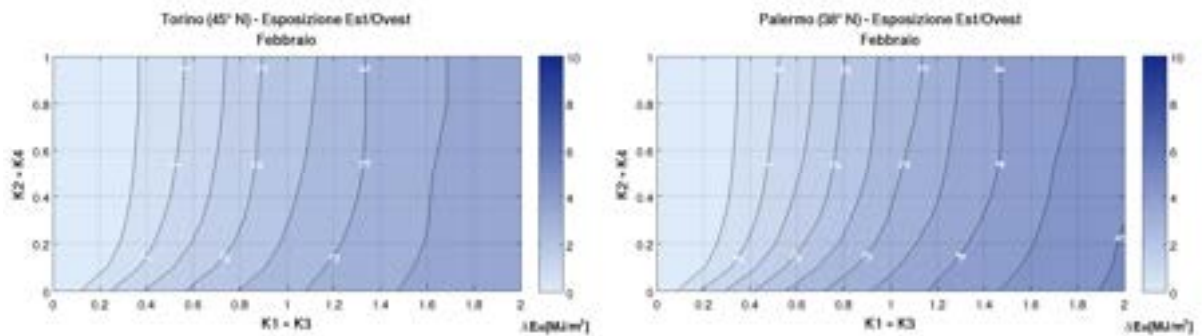


Figura 13.188 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

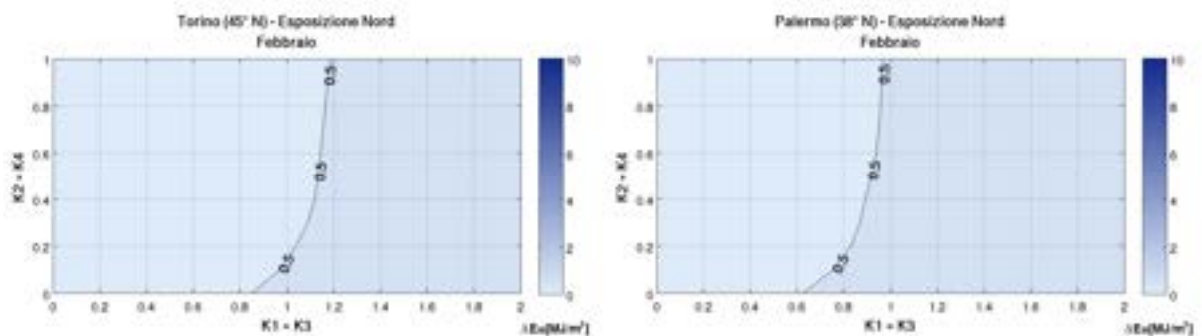


Figura 13.189 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di febbraio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

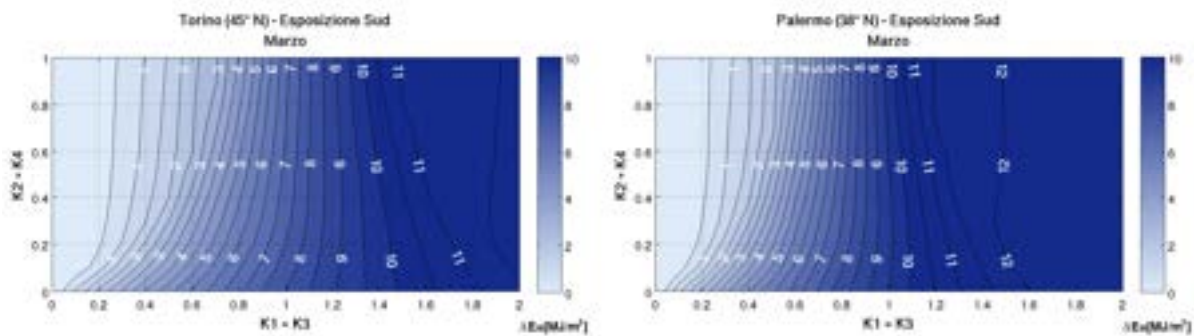


Figura 13.190 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

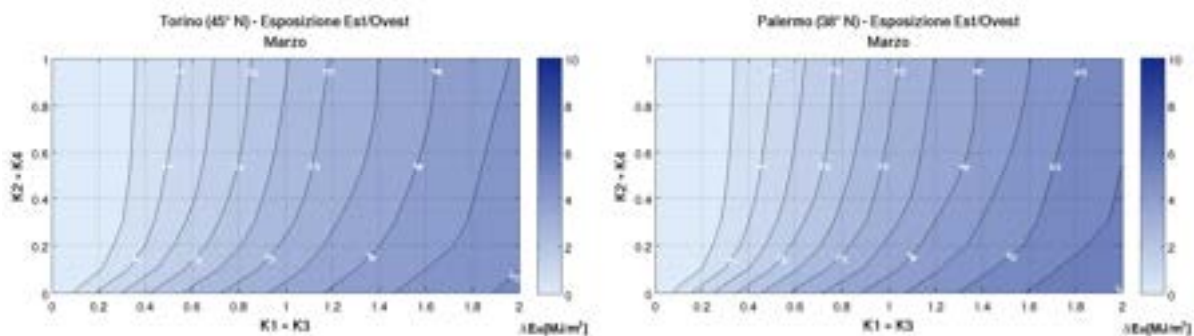


Figura 13.191 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

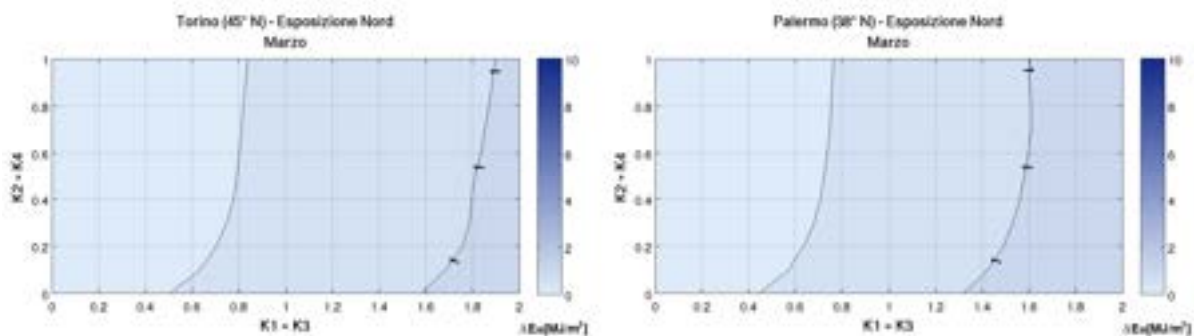


Figura 13.192 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di marzo, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

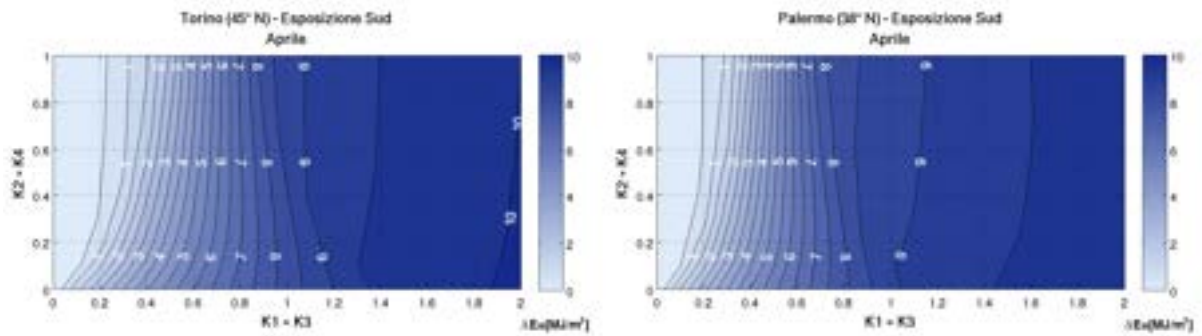


Figura 13.193 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

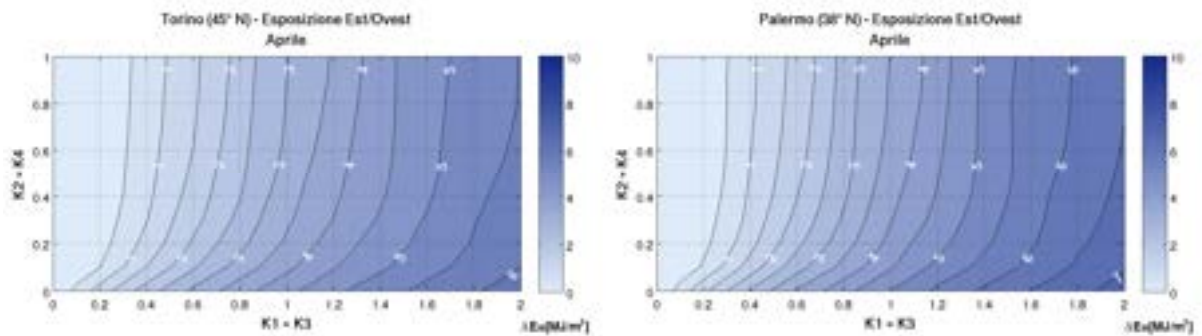


Figura 13.194 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

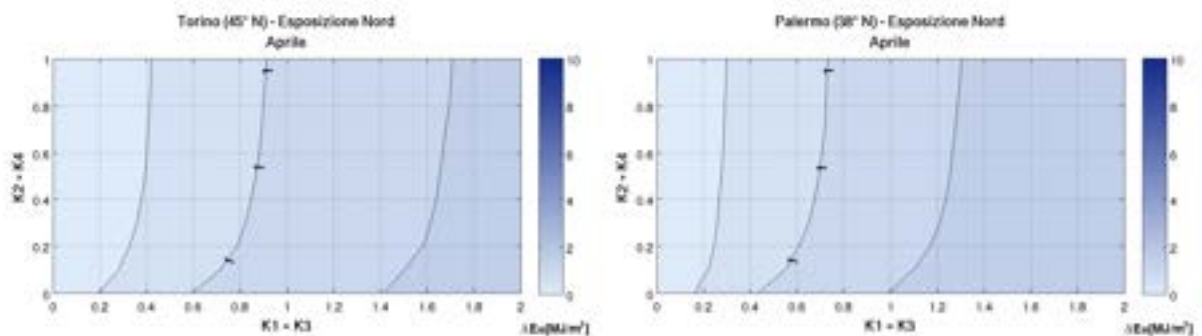


Figura 13.195 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di aprile, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

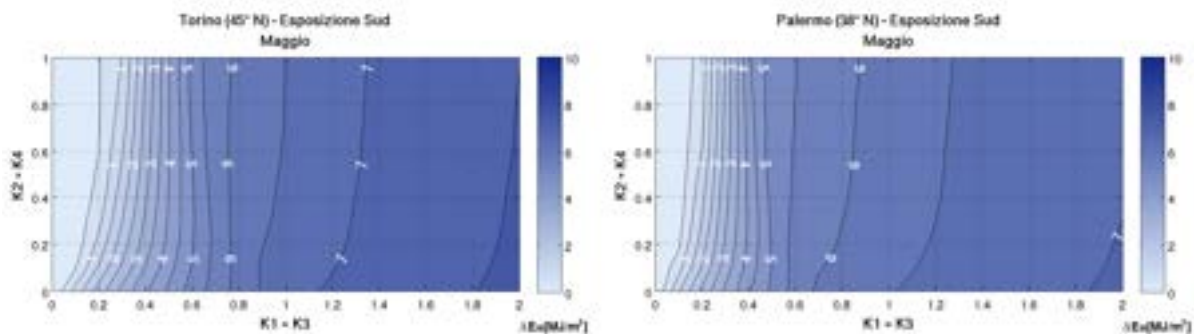


Figura 13.196 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

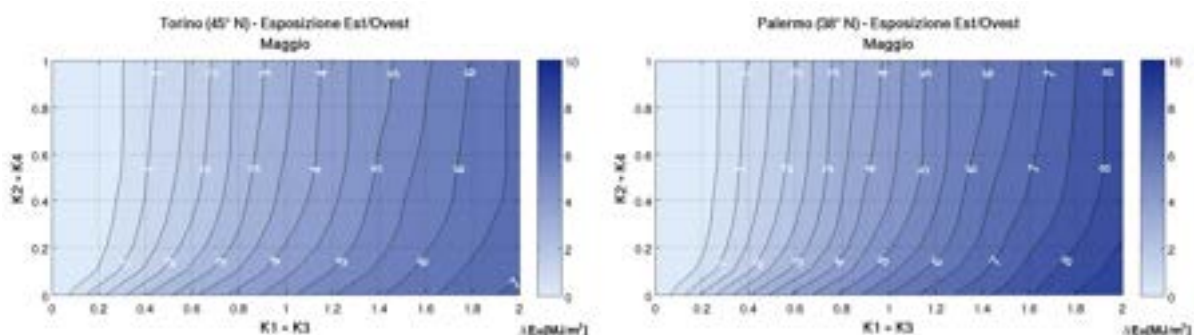


Figura 13.197 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

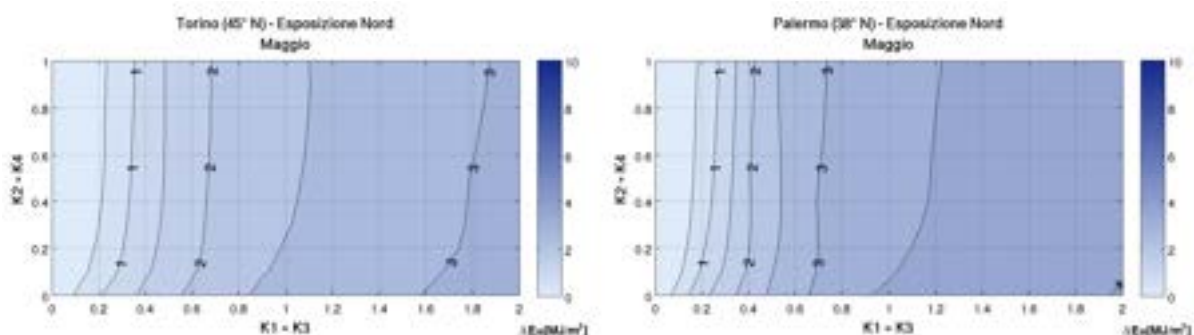


Figura 13.198 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di maggio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

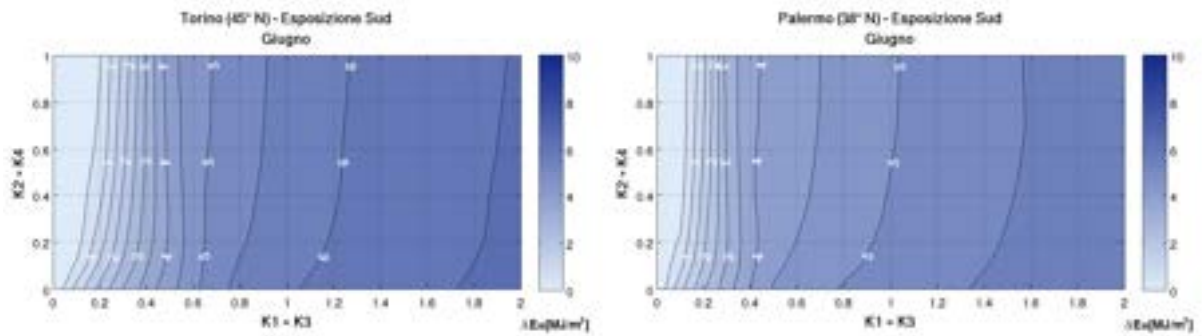


Figura 13.199 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

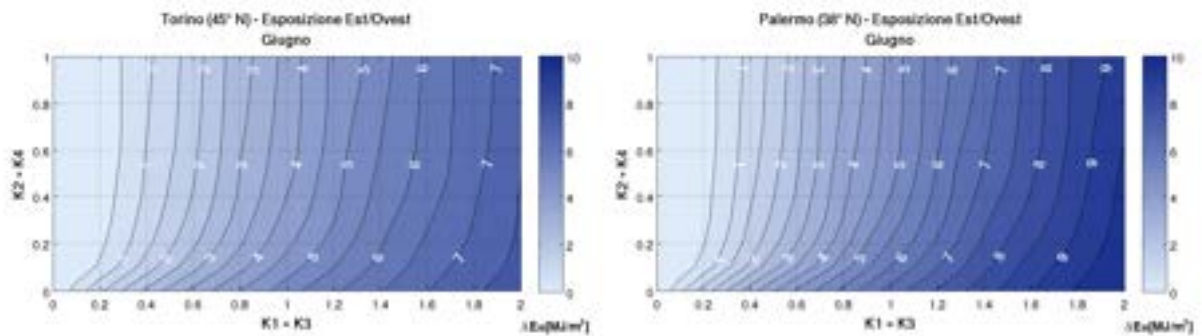


Figura 13.200 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

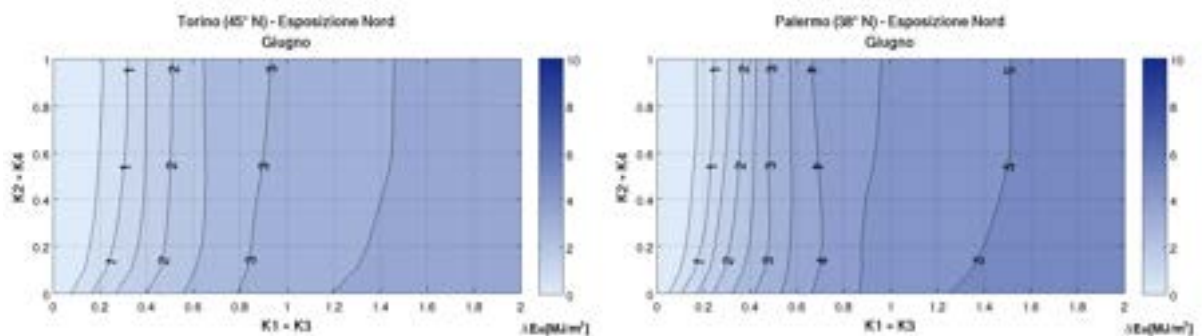


Figura 13.201 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di giugno, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

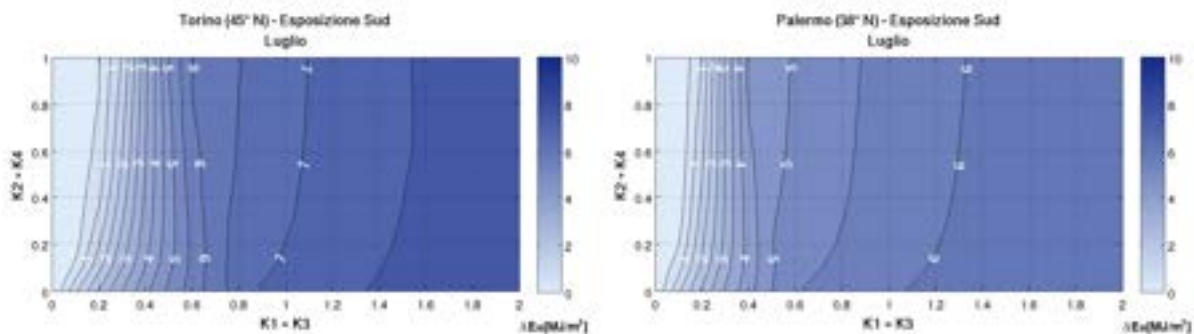


Figura 13.202 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

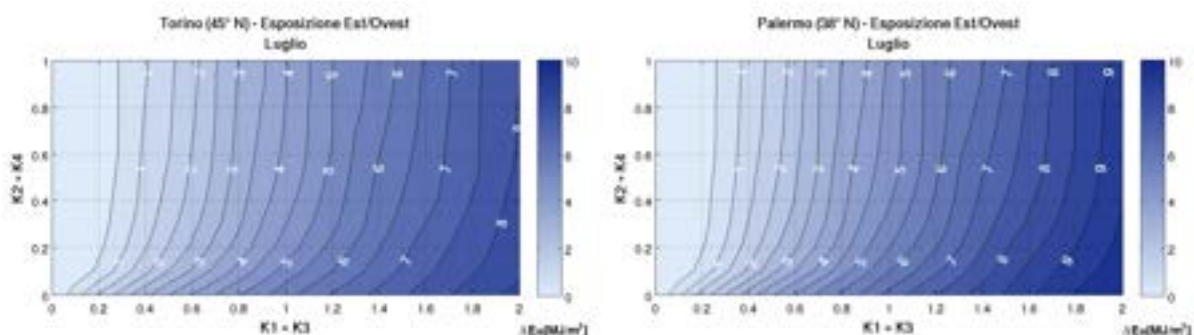


Figura 13.203 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

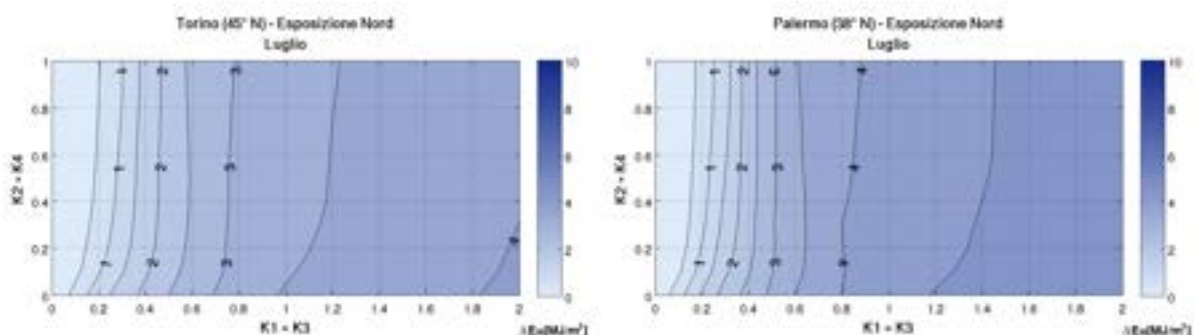


Figura 13.204 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di luglio, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

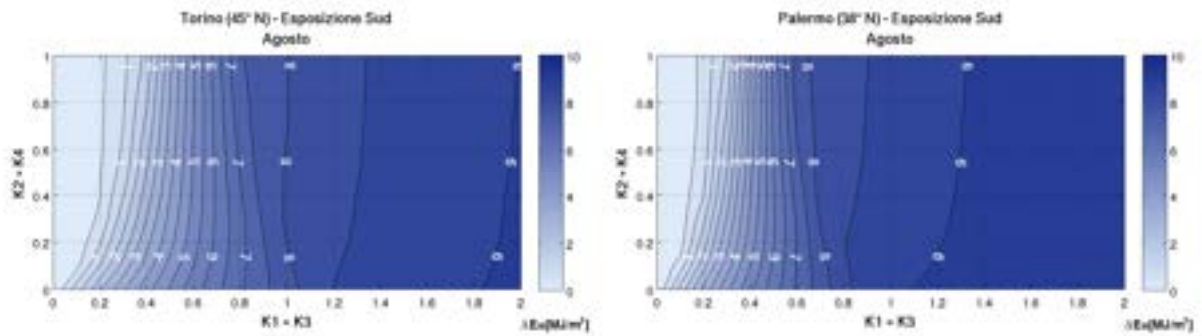


Figura 13.205 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

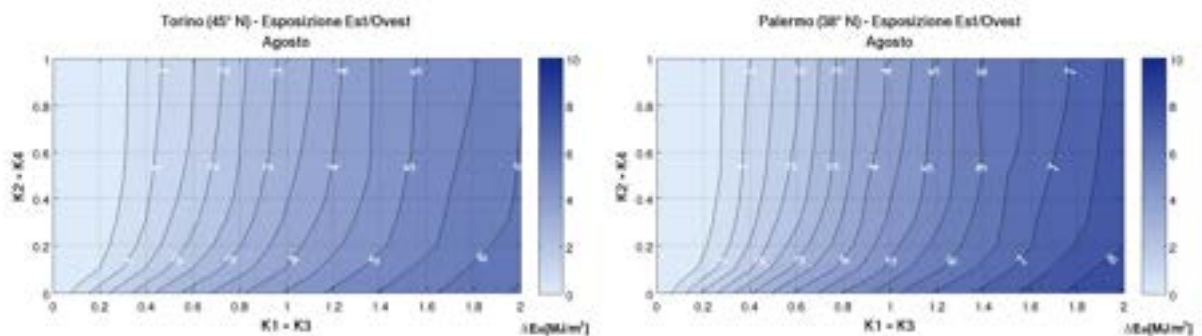


Figura 13.206 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

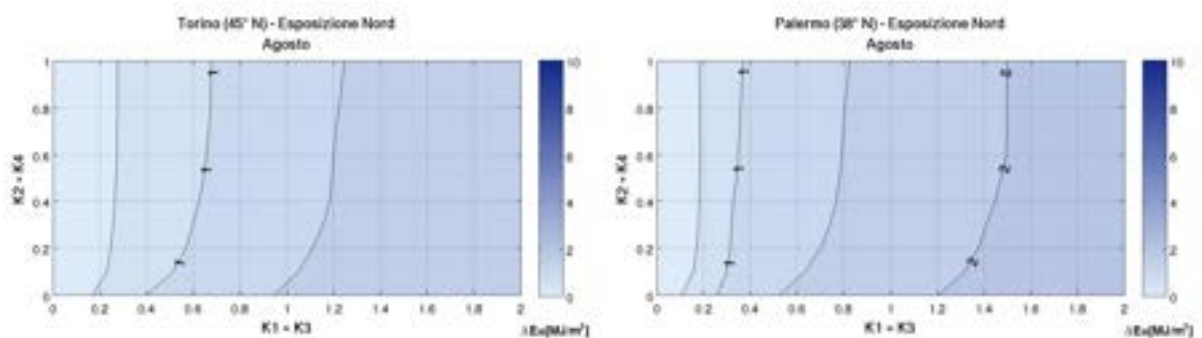


Figura 13.207 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di agosto, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

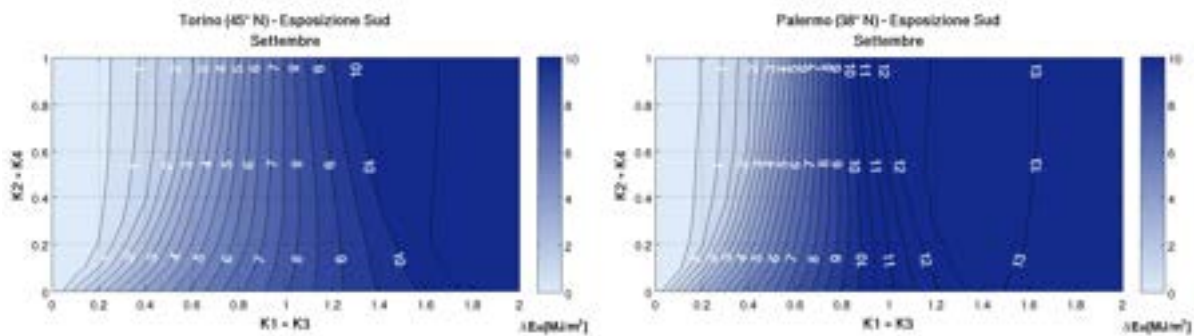


Figura 13.208 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

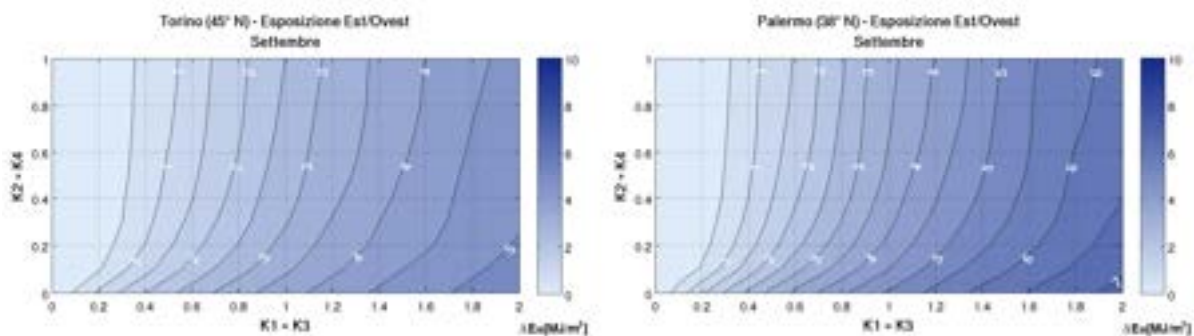


Figura 13.209 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

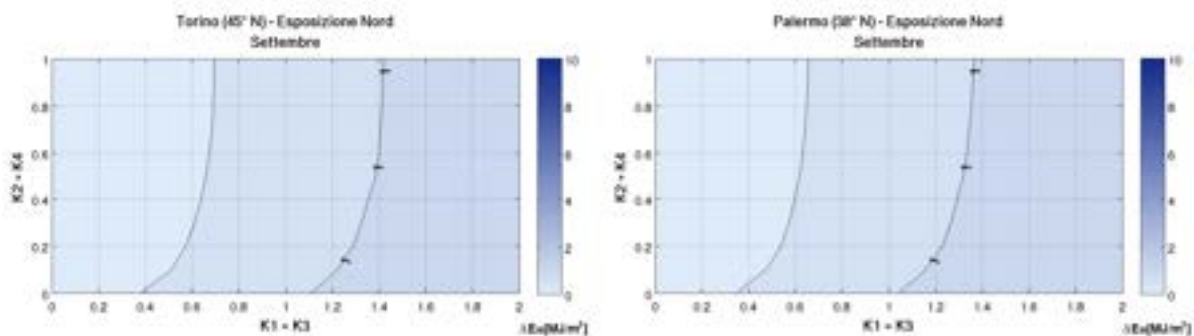


Figura 13.210 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di settembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).



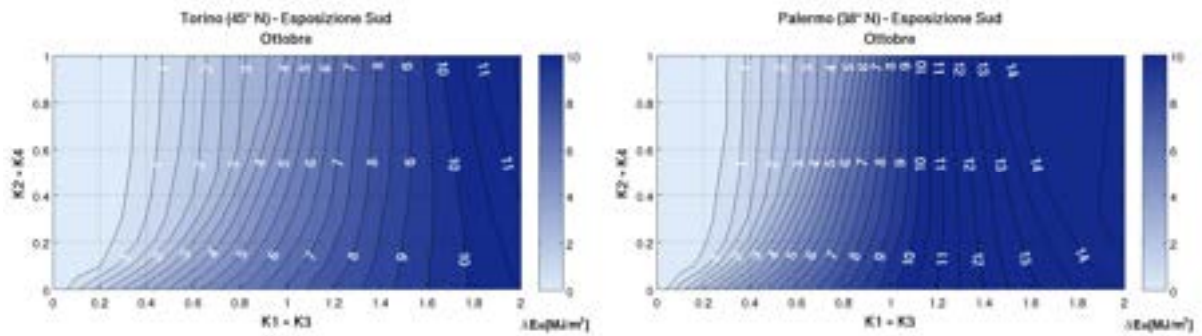


Figura 13.211 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

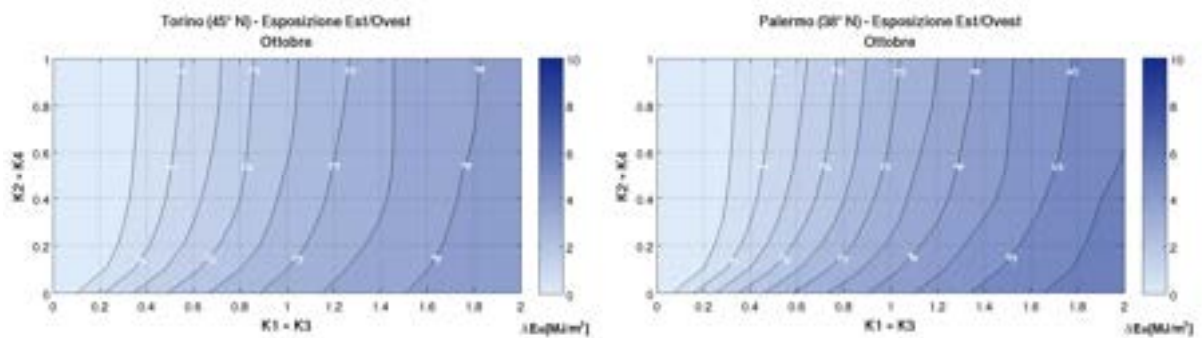


Figura 13.212 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

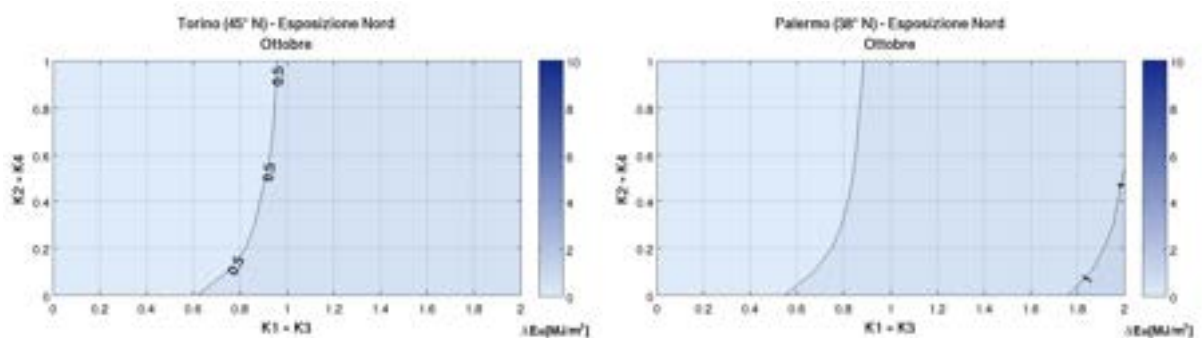


Figura 13.213 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di ottobre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

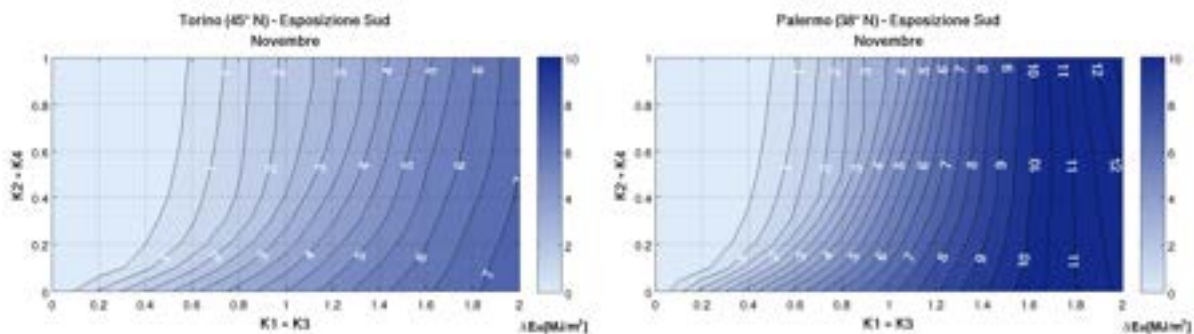


Figura 13.214 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

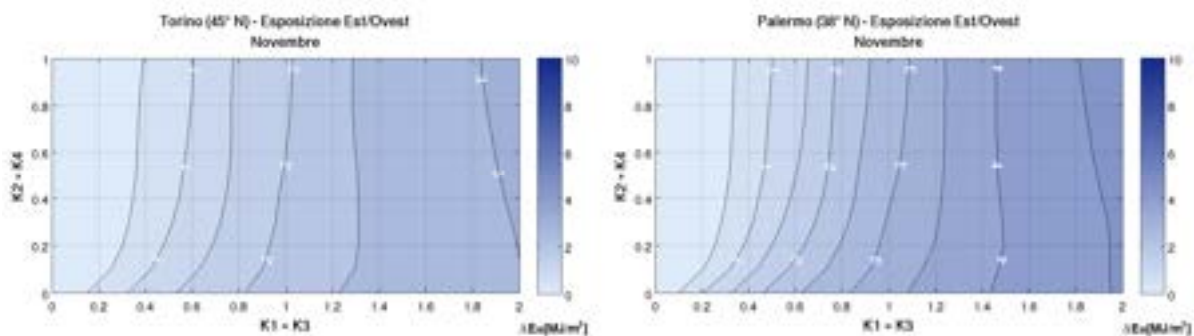


Figura 13.215 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

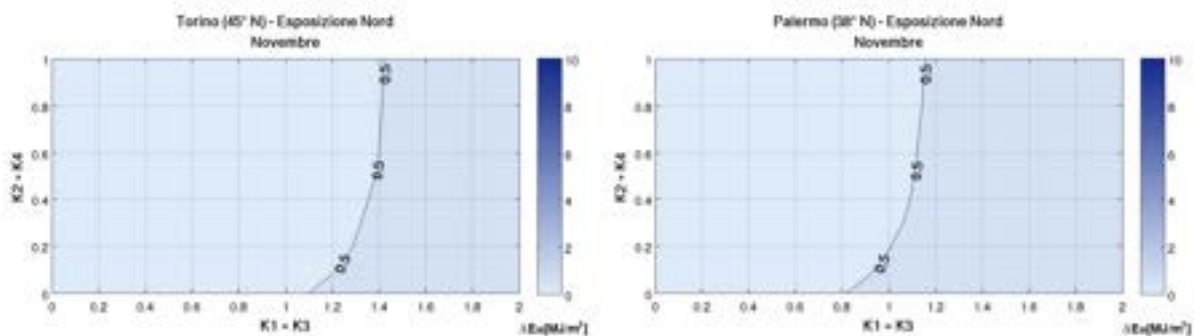


Figura 13.216 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di novembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

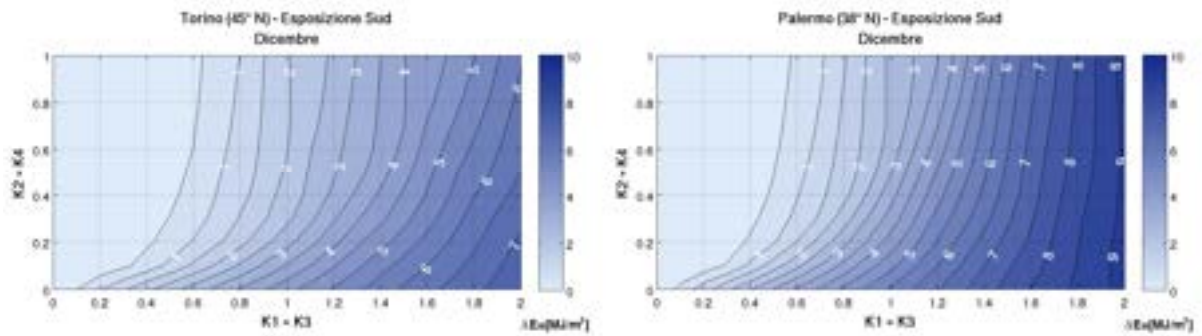


Figura 13.217 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione S ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

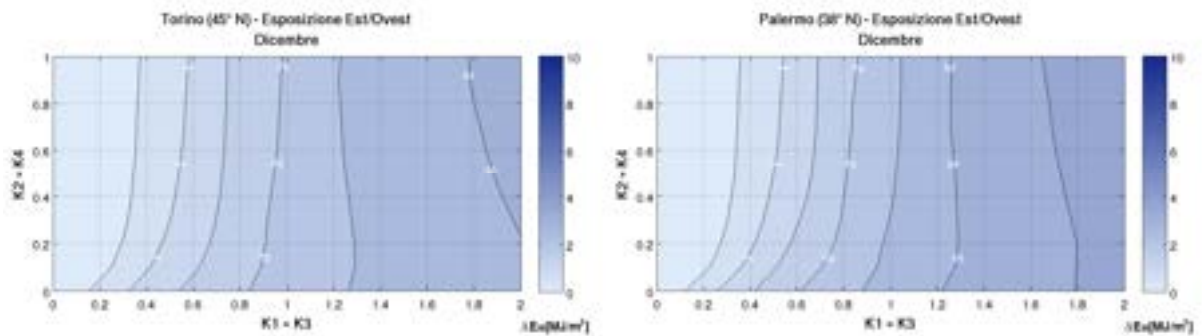


Figura 13.218 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione E/O ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).

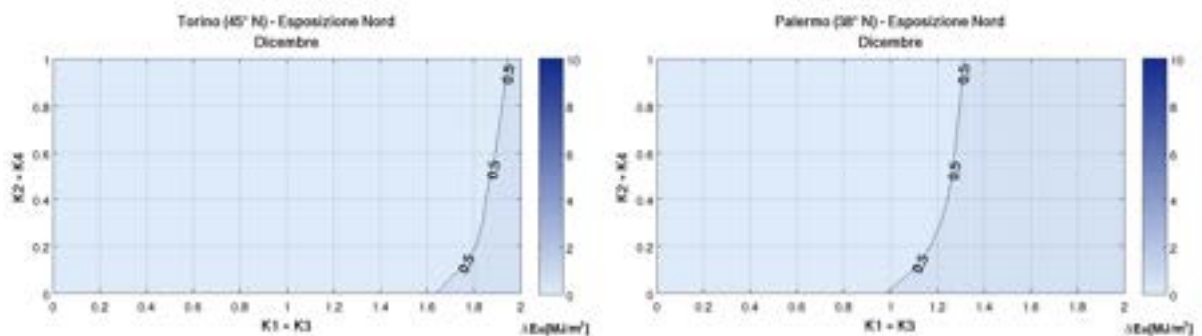


Figura 13.219 – Riduzione dell’irraggiamento medio giornaliero per una finestra quadrata con esposizione N ombreggiata sia da aggetti orizzontali che da bande laterali, nel mese di dicembre, a Torino (45° N) e a Palermo (38° N).



## 14. SIMBOLOGIA

<b>A<sub>w</sub></b>	Area totale della finestra	[m <sup>2</sup> ]
<b>A<sub>w,s</sub></b>	Area soleggiata della finestra	[m <sup>2</sup> ]
<b>ET</b>	Equazione del tempo	[']
<b>F<sub>s</sub></b>	Fattore di ombreggiamento istantaneo	[-]
<b>F<sub>s,b</sub></b>	Fattore di ombreggiamento istantaneo per radiazione diretta	[-]
<b>F<sub>s,d</sub></b>	Fattore di ombreggiamento istantaneo per radiazione diffusa	[-]
<b>F<sub>s,m</sub></b>	Fattore di ombreggiamento medio	[-]
<b>F<sub>s,b,m</sub></b>	Fattore di ombreggiamento medio per radiazione diretta	[-]
<b>F<sub>s,d,m</sub></b>	Fattore di ombreggiamento medio per radiazione diffusa	[-]
<b>F<sub>s,r,m</sub></b>	Fattore di ombreggiamento medio per radiazione riflessa	[-]
<b>F<sub>sc</sub></b>	Fattore di vista della volta celeste	[-]
<b>g</b>	Giorno dell'anno	[-]
<b>h</b>	Altitudine	[m]
<b>h<sub>c</sub></b>	Ora convenzionale	[h]
<b>h<sub>s</sub></b>	Ora solare	[h]
<b>H<sub>h</sub></b>	Irraggiamento giornaliero su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>H<sub>bh</sub></b>	Irraggiamento giornaliero diretto su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>H<sub>dh</sub></b>	Irraggiamento giornaliero diffuso su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>H<sub>oh</sub></b>	Irraggiamento giornaliero extratmosferico su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>H<sub>h,h</sub></b>	Irraggiamento orario su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>H<sub>bh,h</sub></b>	Irraggiamento orario diretto su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>H<sub>dh,h</sub></b>	Irraggiamento orario diffuso su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>H<sub>oh,h</sub></b>	Irraggiamento orario extratmosferico su superficie orizzontale	[J/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>sc</sub></b>	Costante solare	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>b</sub></b>	Irradianza diretta su superficie inclinata	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>bh</sub></b>	Irradianza diretta su superficie orizzontale	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>bn</sub></b>	Irradianza diretta normale	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>d</sub></b>	Irradianza diffusa su superficie inclinata	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>dh</sub></b>	Irradianza diffusa su superficie orizzontale	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>o</sub></b>	Irradianza extratmosferica su superficie inclinata	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>oh</sub></b>	Irradianza extratmosferica su superficie orizzontale	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>on</sub></b>	Irradianza extratmosferica su un piano normale alla radiazione	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>r</sub></b>	Irradianza riflessa	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>t</sub></b>	Irradianza globale su superficie inclinata	[W/m <sup>2</sup> ]
<b>I<sub>t,s</sub></b>	Irradianza globale su superficie ombreggiata	[W/m <sup>2</sup> ]

$I_{th}$	Irradianza globale su superficie orizzontale	[W/m <sup>2</sup> ]
$k_b$	Trasmittanza alla radiazione diretta	[-]
$k_d$	Frazione oraria di irraggiamento diffuso	[-]
$k_t$	Indice di serenità orario	[-]
$K_t$	Indice di serenità giornaliero	[-]
$m$	Massa d'aria	[-]
$N$	Numero di ore si sole	[h]
$p$	Pressione atmosferica del sito	[hPa]
$p_0$	Pressione atmosferica di riferimento	[hPa]
$R$	Radianza	[W/(m <sup>2</sup> sr)]
$R_b$	Rapporto tra l'irradianza su superficie inclinata e orizzontale	[-]
$r_d$	Rapporto tra irraggiamento diffuso orario e diffuso giornaliero	[-]
$r_t$	Rapporto tra irraggiamento globale orario e globale giornaliero	[-]
$T_L$	Coefficiente di torbidezza Linke	[-]
$T_{L,AM2}$	Coefficiente di torbidezza Linke per massa d'aria pari a 2	[-]
<b>U.R.</b>	Umidità relativa	[%]
$u_g$	Percorso ridotto attraverso la miscela uniforme di gas	[atm-cm]
$u_n$	Percorso ridotto attraverso il biossido di azoto	[atm-cm]
$u_o$	Percorso ridotto attraverso l'ozono	[atm-cm]
$w$	Contenuto d'acqua precipitabile	[cm]
$y$	Anno	[-]
$z$	Angolo zenitale	[°]
$z_i$	Angolo zenitale di un elementino di volta celeste	[°]
$\alpha$	Esponente della lunghezza d'onda	[-]
$\beta$	Altezza solare	[°]
$\beta_A$	Coefficiente di torbidezza di Ångström	[-]
$\beta_i$	Angolo di altezza di un elementino di volta celeste	[°]
$\beta_s$	Altezza solare corretta per rifrazione	[°]
$\gamma$	Azimut della superficie	[°]
$\delta$	Declinazione	[°]
$\delta_R$	Spessore ottico integrale di Rayleigh	[-]
$\epsilon$	Fattore di correzione della costante solare	[-]
$\theta$	Angolo di incidenza	[°]
$\lambda$	Lunghezza d'onda	[μm]
$\lambda_L$	Longitudine	[°]
$\rho$	Albedo	[-]
$\rho_s$	Albedo del cielo	[-]

$\Sigma$	Inclinazione della superficie	[°]
$\tau_a$	Spessore ottico degli aerosol	[-]
$\varphi$	Latitudine	[°]
$\psi_i$	Azimut di un elementino di volta celeste	[°]
$\Psi$	Azimut solare	[°]
$\omega$	Angolo orario	[°]
$\omega_s$	Angolo orario all'alba	[°]
$\omega_{ss}$	Angolo orario al tramonto	[°]
$\Omega$	Angolo solido	[sr]





## 15. BIBLIOGRAFIA

- American Society of Heating, Refrigeration and Air-conditioning Engineers, *ASHRAE Handbook of Fundamentals, Chapter 31*, Atlanta 2005;
- American Society of Heating, Refrigeration and Air-conditioning Engineers, *ASHRAE Handbook of Fundamentals, Chapter 14*, Atlanta 2009;
- Seok-Hyung Bae, Hayong Shin, Won-Hyung Jung, Byoung K. Choi, *Parametric-surface adaptive tessellation based on degree reduction*, Computers & Graphics, Vol. 26, n° 5, 2002;
- Ilaria Ballarini, Vincenzo Corrado, *Determinazione dei fattori di ombreggiatura per l'applicazione della metodologia di calcolo del fabbisogno termico annuale degli edifici*, 63° Congresso Nazionale ATI "Energia per lo sviluppo sostenibile", Palermo, 23-26 settembre 2008;
- F.J. Batlles, M.A. Rubio, J.Tovar, F.J. Olmo, L. Alados-Arboledas, *Empirical modeling of hourly direct irradiance by means of hourly global irradiance*, Energy, Vol. 25, n° 7, 2000;
- R.G. Bekooy, *Computer Shadow Analysis Technique for Tilted Windows Shaded by Overhangs, Vertical Projections, and Side fins*, ASHRAE Transactions, Vol. 89, Pt. 1, 1983;
- R. Bellio, R. Pividori - *Caratteri strutturali in giovani impianti planiziali a prevalenza di farnia e carpino bianco nel Veneto*, Forest@, Vol. 6 (1): 4-18, 2009;
- Alfred Brunger, Frank C. Hooper, *Anisotropic Sky Radiance Model Based on Narrow Field of View Measurements of Shortwave Radiance*, Solar Energy, Vol. 51, n° 1, 1993;
- R. Budin, L. Budin, *A mathematical model for shading calculations*, Solar Energy, Vol. 29, n° 4, 1982;
- Wonjoon Cho, Nicholas M Patrikalakis, Jaime Peraire, *Approximate development of trimmed patches for surface tessellation*, Computer-Aided Design, Vol. 30, n° 14, 1998;
- Vincenzo Corrado, Marco Filippi, Valentina Serra, *A Detailed Analysis of the Effects of External Shading Systems on Window Solar Gain*, Clima 2000/Napoli 2001 World Congress, Napoli, 15-18 settembre 2001;
- Vincenzo Corrado, Valentina Serra, Andrea Vosilla, *Performance analysis of external shading devices*, Atti del "The 21<sup>st</sup> Conference on Passive and Low Energy Architecture (PLEA 2004)". Eindhoven, The Netherlands, 19-22 settembre 2004;
- M. Cucumo, D. Kaliakatsos, V. Marinelli, *A Calculation Method for the Estimation of the Linke Turbidity Factor*, Renewable Energy, Vol. 19, n° 1-2, 2000;
- E. Dimas, D. Briassoulis, *3D geometric modelling based on NURBS: a review*, Advances in Engineering Software, Vol. 30, N° 9-11, 1999;
- John A. Duffie, William A. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken (New Jersey) 2006;
- D.G. Erbs, S.A. Klein, J.A. Duffie, *Estimation of the diffuse radiation fraction for hourly, daily and monthly-average global radiation*, Solar Energy, Vol. 28, n° 4, 1982;
- R. Festa, C.F. Ratto, *About the importance of correct albedo determination in modeling the diffuse irradiation on tilted surfaces*, Solar & Wind Technology, Vol. 6, n° 2, 1989;
- Gary R. Feuerstein, *General Case Analysis of Shadow Area Equations for Window Overhang, Sidefins, and Parapets*, ASHRAE Transactions, Vol. 85, Pt. 2, 1979;
- Christian Gueymard, *An anisotropic solar irradiance model for tilted surfaces and its comparison with selected engineering algorithms*, Solar Energy, Vol. 38, n° 5, 1987;
- Christian Gueymard, *A Two-band model for the calculation of clear sky solar irradiance, illuminance, and photosynthetically active radiation at the Earth's surface*, Solar Energy, Vol. 43, n° 5, 1989;
- Christian Gueymard, *Parametrized Transmittance Model for Direct Beam and Circumsolar Spectral Irradiance*, Solar Energy, Vol. 71, n° 5, 2001;
- Christian Gueymard, *Direct Solar Transmittance Predictions with Broadband Models. Part I: detailed theoretical performance assessment*, Solar Energy, Vol. 7, n° 5, 2003, Corrigendum: Solar Energy, Vol. 76, n° 4, 2004;

- Christian Gueymard, *Direct Solar Transmittance Predictions with Broadband Models. Part II: validation with high-quality measurements*, Solar Energy, Vol. 74, n° 5, 2003, Corrigendum: Solar Energy, Vol. 76, n° 4, 2004;
- Christian Gueymard, *REST2: High Performance Solar Radiation Model for Cloudless-sky Irradiance, Illuminance, and Photosynthetically Active Radiation – Validation with a Benchmark Dataset*, Solar Energy, Vol. 82, n° 3, 2008;
- Christian Gueymard, *Direct and Indirect Uncertainties in the Prediction of Tilted Irradiance for Solar Engineering Applications*, Solar Energy, Vol. 83, n° 3, 2009;
- Christian Gueymard, Didier Thevenard, *Monthly Average Clear-sky Broadband Irradiance Database for Worldwide Solar Heat Gain and Building Cooling Load Calculations*, Solar Energy, Vol. 83, n° 11, 2009;
- Gordon. H. Heisler, *Effects of Individual Trees on the Solar Radiation Climate of Small Buildings*, Urban Ecology, Vol. 9, n° 3-4, 1986;
- Norio Igawa, Yasuko Koga, Tomoko Matsuzawa, Hiroshi Nakamura, *Models of Sky Radiance Distribution and Sky Luminance Distribution*, Solar Energy, Vol. 77, n° 2, 2004;
- Pierre Ineichen, Richard Perez, Robert Seals, *The importance of correct albedo determination for adequately modeling energy received by tilted surfaces*, Solar Energy, Vol. 39, n° 4, 1987;
- Pierre Ineichen, *Comparison of Eight Clear Sky Broadband Models Against 16 Independent Data Banks*, Solar Energy, Vol. 80, n° 4, 2006;
- Pierre Ineichen, *Comparison and validation of three global-to-beam irradiance models against ground measurements*, Solar Energy, Vol. 82, n° 6, 2008;
- M. Jamil Ahmad, G.N. Tiwari, *Solar Radiation Models – A Review*, International Journal of Energy Research, Wiley Interscience, 10.1002/er.1690, 2010
- F. Kasten, *The Linke Turbidity Factor Based on Improved Values of the Integral Rayleigh Optical Thickness*, Solar Energy, Vol. 56, n° 3, 1996;
- M. Kocifaj, *Sky luminance/radiation model with multiple scattering effect*, Solar Energy, Vol. 83, n° 10, 2009;
- John M. Kusterer, *NASA Surface Meteorology and Solar Energy: Methodology*, NASA, 2004;
- Danny H.W. Li, Joseph C. Lam, *Predicting Solar Irradiance on Inclined Surfaces Using Sky Radiance Data*, Energy Conversion and Management, Vol. 45, n° 11-12, 2004;
- Shunlin Liang, Philip Lewis, *A Parametric Radiative Transfer Model for Sky Radiance Distribution*, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Vol. 55, n° 2, 1996;
- Ligang Liu, Guojing Wang, *Explicit matrix representation for NURBS curves and surfaces*, Computer Aided Geometric Design, Vol. 19, n° 6, 2002;
- Louche, G. Notton, P. Poggi, G. Simonnot, *Correlations for direct normal and global horizontal irradiation on a French Mediterranean site*, Solar Energy, Vol. 46, n° 4, 1991;
- P.G. Loutzenhiser, H. Manz, C. Felsmann, P.A. Strachan, T. Frank, G.M. Maxwell, *Empirical validation of models to compute solar irradiance on inclined surfaces for building energy simulation*, Solar Energy, Vol. 81, n° 2, 2007;
- R. McCluney, *Awning Shading and Algorithm for Window Energy Studies*, ASHRAE Transactions, Vol. 92, Pt. 1, 1986;
- R. McCluney, *Awning Shading Algorithm Update*, ASHRAE Transactions, Vol. 96, Pt. 1, 1990;
- John Meeus, *Astronomical Algorithms*, Willmann-Bell, Inc., Richmond (Virginia), 1991;
- Richard Mueller, K.F. Dagstad, Pierre Ineichen, M. Schroedter-Homscheidt, S. Cros, D. Dumortier, R. Kuhlemann, J.A. Olseth, G. Piernavieja, C. Reise, L. Wald, D. Heinemann, *Rethinking Satellite-based Solar Irradiance Modelling. The SOLIS Clear-sky Module*, Remote Sensing of Environment, Vol. 91, n° 2, 2004;
- R. Perez, R. Stewart, C. Arbogast, R. Seals, J. Scott, *An Anisotropic Hourly Diffuse Radiation Model for Sloping Surfaces; Description, Performance Validation, Site Dependency Evaluation*, Solar Energy, Vol. 36, n° 6, 1986;

- Richard Perez, Robert Seals, Pierre Ineichen, Ronald Stewart, David Menicucci, *A New Simplified Version of the Perez Diffuse Irradiance Model for Tilted Surfaces*, Solar Energy, Vol. 39, n° 3, 1987.
- Richard Perez, Robert Seals, Antoine Zelenka, Pierre Ineichen, *Climatic evaluation of models that predict hourly direct irradiance from hourly global irradiance: Prospects for performance improvements*, Solar Energy, Vol. 44, n° 2, 1990;
- Les A. Piegl, Wayne Tiller, *The NURBS Book*, Springer, New York, 1995;
- Zhang Quingyan, Joe Huang, Lang Siwei, *Development of Chinese Weather Data for Building Energy Calculations*, Proc. 4<sup>th</sup> International Conference on Indoor Air Quality, Ventilation and Energy Conservation in Buildings, Changsha, Hunan, Cina, 2-5 ottobre 2001;
- Zhang Quingyan, Joe Huang, Lang Siwei, *Development of Typical Year Weather Data for Chinese Locations*, ASHRAE Transactions, Vol. 108, Honolulu, Hawaii, 2002;
- Ibrahim Reda, Afshin Andreas, *Solar position algorithm for solar radiation applications*, Solar Energy, Vol. 76, n° 5, 2004;
- Ibrahim Reda, Afshin Andreas, *Corrigendum to “Solar position algorithm for solar radiation applications” [Solar Energy 76 (2004) 577–589]*, Solar Energy, Vol. 81, n° 6, 2007;
- J. Redmund, L. Wald, M. Lefèvre, T. Ranchin, J. Page, *Worldwide Linke Turbidity Information*. Proceedings of ISES Solar World Congress, Göteborg, Sweden, 16-19 giugno 2003;
- D.T. Reindl, W.A. Beckman, J.A. Duffie, *Diffuse Fraction Correlations*, Solar Energy, Vol. 45, n° 1, 1990;
- Christelle Rigollier, Olivier Bauer, Lucien Wald, *On the Clear Sky Model of ESRA – European Solar Radiation Atlas – With Respect to the Heliosat Method*, Solar Energy, Vol. 68, n° 1, 2000;
- Rigollier, M. Lefèvre, L. Wald, *The Method Heliosat-2 for Deriving Shortwave Solar Radiation from Satellite Images*, Solar Energy, Vol. 77, n° 2, 2004;
- Darren Robinson, Andrew Stone, *Solar radiation modelling in the urban context*, Solar Energy, Vol. 77, n° 3, 2004;
- M.A. Rosen, F.C. Hooper, A.P. Brunger, *The Characterization and Modelling of the Diffuse Radiance Distribution Under Partly Cloudy Skies*, Solar Energy, Vol. 43, n° 5, 1989;
- M.A. Rosen, *Investigation of the Validity of the TDRC Model of the Distribution of Diffuse Sky Radiance*, Solar Energy, Vol. 48, n°2, 1992;
- J.A. Ruiz-Arias, H. Alsamamra, J. Tovar-Pescador, D. Pozo-Vázquez, *Proposal of a regressive model for the hourly diffuse solar radiation under all sky conditions*, Energy Conversion and Management, Vol. 51, n° 51, 2010;
- David J. Sailor, Hongli Fan, *Modeling the diurnal variability of effective albedo for cities*, Atmospheric Environment, Vol. 36, n° 4, 2002;
- Francisco José Sánchez de la Flor, Rafael Ortiz Cebolla, José Luis Molina Félix, Servando Álvarez Domínguez, *Solar radiation calculation methodology for building exterior surfaces*, Solar Energy, Vol. 79, n° 5, 2005;
- M.A. Sattler, S. Sharples, J.K. Page, *The Geometry of the Shading of Buildings by Various Tree Shapes*, Solar Energy, Vol. 38, n° 3, 1987;
- Marc Schiler, Donald P. Greenberg, *Computer Simulation of Foliage Shading in Building Energy Loads, Proceedings of the 16th Design Automation Conference*, IEEE Press, 1979;
- Arvid Skartveit, Jan Asle Olseth, Marit Elisabet Tuft, *An hourly diffuse fraction model with correction for variability and surface albedo*, Solar Energy, Vol. 63, n° 3, 1998;
- Thevenard, K. Haddad, *Ground reflectivity in the context of building energy simulation*, Energy and Buildings, Vol. 38, n° 8, 2006;
- J.L. Torres, M. De Blas, A. García, *New equations for the calculation of the horizon brightness irradiance in the model of Perez*, Solar Energy, Vol. 80, n° 7, 2006;
- UNI 8477/1:1983 - *Energia solare. Calcolo degli apporti per applicazioni in edilizia. Valutazione dell'energia raggiante ricevuta.*
- UNI 10349:1994 - *Riscaldamento e raffrescamento degli edifici. Dati climatici.*

- UNI EN ISO 15927-1:2004 - *Prestazione termoigrometrica degli edifici - Calcolo e presentazione dei dati climatici - Medie mensili dei singoli elementi meteorologici.*
- U.S. Department of Energy, *EnergyPlus Engineering Reference*, The Board of Trustees of The University of Illinois and the Regents of the University of California through the Ernest Orlando Lawrence Berkeley National Laboratory, 2009;
- M.P. Utrillas, J.A. Martinez-Lozano, A.J. Casanovas, *Evaluation of models for estimating solar irradiation on vertical surfaces at Valencia, Spain*, Solar Energy, Vol. 47, n° 3, 1991;
- M.P. Utrillas, J.A. Martinez-Lozano, *Performance evaluation of several versions of the Perez tilted diffuse irradiance model*, Solar Energy, Vol. 53, n° 2, 1994;
- J. Vida, I. Foyo-Moreno, L. Alados-Arboledas, *Performance validation of MURAC, a cloudless sky radiance model proposal*, Energy, Vol. 24, n° 8, 1999;
- George N. Walton, *The Application of Homogeneous Coordinates to Shadowing Calculations*, ASHRAE Transactions, Vol. 84, Part I, 1978.